SOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS RELATIVOS A CONDENSADORES E CAPACITÂNCIA

1. CIRCUITO 1

$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{1}{0{,}4} + \frac{1}{0{,}3}} = \frac{1}{2{,}5 + 3{,}3} = 0{,}17\,\mu F$$

CIRCUITO 2

$$C_T = C_1 + C_2 = 0{,}2 + 0{,}8 = 1{,}0\,\mu F$$

CIRCUITO 3

$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3}} = \frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{10 + 2}} = \frac{1}{0{,}05 + 0{,}08}$$

$$C_T = \frac{1}{0{,}13} = 7{,}7\,\mu F$$

2. ENTRE OS PONTOS A E C

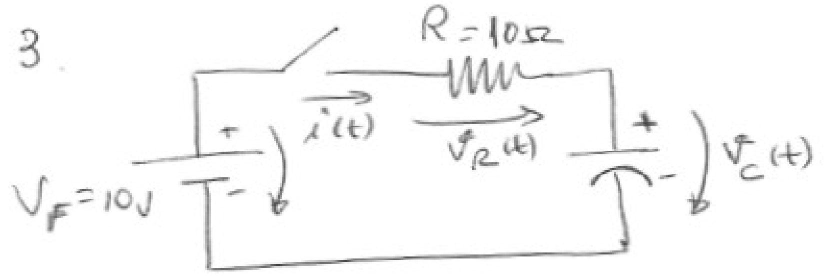
$$C_{AC} = C_1 /\!/ C_2 = C_1 + C_2 = 0{,}5 + 0{,}8 = 1{,}3\,\mu F$$

$$C_{BC} = C_3 /\!/ C_4 = C_3 + C_4 = 0{,}6 + 0{,}2 = 0{,}8\,\mu F$$

$$C_{AB} = \frac{1}{\frac{1}{C_{AC}} + \frac{1}{C_{BC}}} = \frac{1}{\frac{1}{1{,}3} + \frac{1}{0{,}8}} = \frac{1}{0{,}77 + 1{,}25}$$

$$C_{AB} = 0{,}5\,\mu F$$

3.



$C = 4\mu F$
$Q_0 = 800\mu C$

DADO QUE O CONDENSADOR ESTÁ POLARIZADO COM UMA CARGA Q_0 EXISTE NOS SEUS TERMINAIS UMA TENSÃO V_{C0} PARA $t \leq 0s$ QUE É DADA POR: $V_{C0} = \frac{Q_0}{C} = \frac{800 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-6}} = 200V$.

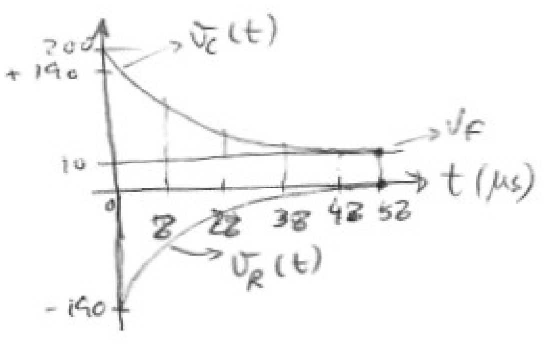
TENDO EM CONTA OS SENTIDOS DAS TENSÕES ASSINALADAS NA FIGURA, A TENSÃO INICIAL DO CONDENSADOR (V_{C0}) CONTRARIA A TENSÃO DA FONTE E DADO QUE $V_{C0} > V_F$ ENTÃO, AO CONTRÁRIO DO QUE O CIRCUITO SUGERE, NÃO ESTAMOS PERANTE UM CASO DE CARGA DO CONDENSADOR, MAS ESTAMOS PERANTE UM CASO DE DESCARGA DO CONDENSADOR, CUJA TENSÃO $v_C(t)$ DIMINUIRÁ DE 200V (V_{C0}) ATÉ 10V ($v_C(t) = V_F$) ALTURA EM QUE A TENSÃO $v_R(t)$ FICA NULA E DEIXA DE HAVER CORRENTE NO CIRCUITO.

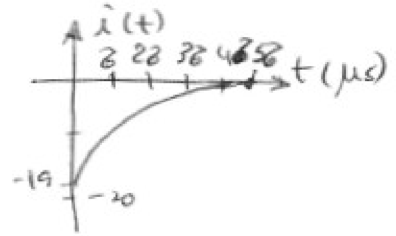
ASSIM, EM $t=0$ QUANDO O INTERRUPTOR SE FECHA O VALOR INICIAL DA CORRENTE QUE SE ESTABELECE É:

$$I_0 = \frac{V_R}{R} = \frac{V_F - V_{C0}}{R} = \frac{10-200}{10} = -\frac{190}{10} = -19A$$

A CONSTANTE DE TEMPO DE DESCARGA É $\tau = R \cdot C = 10 \times 4 \times 10^{-6}$ (s)

$\Rightarrow \tau = 40\mu s$. CONSIDERANDO QUE A DESCARGA SE COMPLETA AO FIM DE 5τ, A EVOLUÇÃO TEMPORAL DAS GRANDEZAS DO CIRCUITO É:



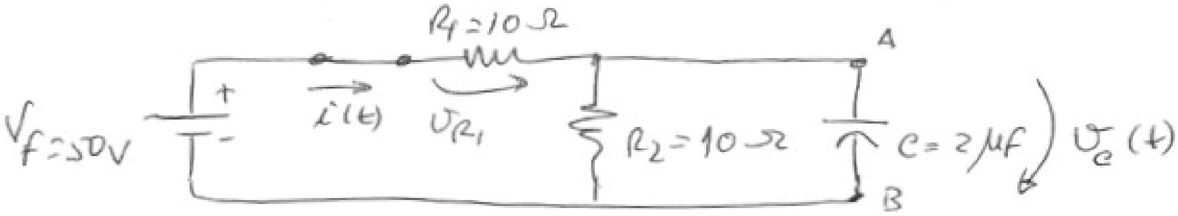


NOTA: A DESCARGA DO CONDENSADOR ACABA QUANDO $v_C(t) = 10V = V_F$ FICANDO ELE AINDA COM UMA CARGA IGUAL A

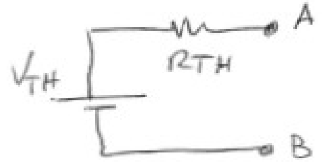
$Q(V=10V) = C \cdot V = 4 \times 10^{-6} \times 10$

$Q(V=10V) = 40\mu C$

4. Com o interruptor fechado o circuito fica:



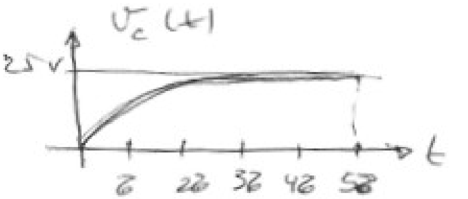
e pode ser representado pelo equivalente de Thévenin "visto" dos pontos "A" e "B" (onde está ligado C), que é:



$R_{TH} = R_1 \,//\, R_2 = 10 \,//\, 10 = 5\,\Omega$

$V_{TH} = R_2 \times \dfrac{V_F}{(R_1 + R_2)} = 10 \times \dfrac{50}{20} = 25\,V$

Assim, o valor final da tensão no condensador será $V_C = V_{TH} = 25V$.
E a evolução temporal das grandezas do circuito será:

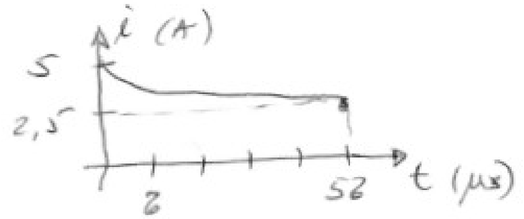


A constante de tempo de carga do condensador é: $\tau = R_{TH} \cdot C = 5 \times 2 \times 10^{-6} = 10\,\mu s$
Consideramos que a carga do condensador está completa ao fim de 5τ.

A corrente inicial do circuito (I_0) é: $I_0 = \dfrac{V_{TH}}{R_{TH}} = \dfrac{25}{5} = 5A$

(Este valor da corrente também podia ser obtido a partir do circuito original, considerando que em $t=0$ $V_C(t=0) = 0V$ a R_2 está em curto-circuito e fica só R_1 a limitar a corrente no circuito, que será $I_0 = V_F/R_1 = 50/10 = 5A$)

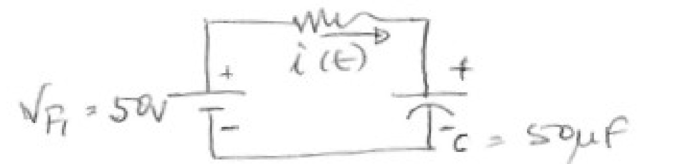
O valor final da corrente total do circuito atinge-se em $t = 5\tau$, em que $V_C(t = 5\tau) \simeq 25V$ e em que cada uma das resistências fica submetida a uma tensão de 25V, pelo que $i(t \geq 5\tau) = \dfrac{V_{R1}}{R_1} = \dfrac{V_{R2}}{R_2} = \dfrac{25}{10} = 2{,}5A$

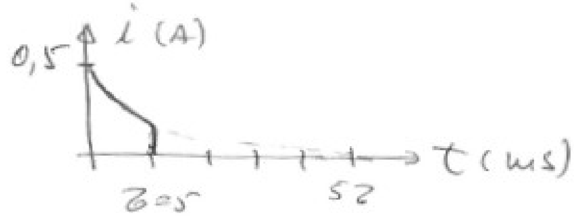


5. A constante de tempo de carga/descarga é:

$\tau = R.C = 100 \times 50 \times 10^{-6} = 5000 \times 10^{-6} = 5\,ms$

a) Para $0 < t \leq \tau$ a capacidade é carregada pela fonte de tensão de 50V (V_{F1}). Dado que o condensador se encontra descarregado, a corrente inicial que se estabelece no circuito é: $I_{01} = \frac{V_{F1}}{R} = \frac{50}{100} = 0,5\,A$





b) Para $t > \tau$ o condensador encontra-se carregado com a carga que adquiriu no período anterior e apresenta uma tensão de:

$$v(t=\tau) = V_f\,(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = 50\,(1 - e^{-1})$$

$$v(t=\tau) = 50\,(1 - 0,37) = 31,5\,V$$

Como em $t = \tau$ o interruptor comuta para a posição 2, em que o condensador (que tem uma tensão de 31,5 V) fica ligado a uma fonte de 20V, ficamos perante um caso de descarga parcial, em que o condensador vai descarregar até ficar com uma tensão igual à da fonte (20V).

Dado que nesta situação o valor da resistência não se altera, o valor da constante de tempo de descarga é igual ao da constante de tempo de carga, ou seja, $\tau = 5\,ms$

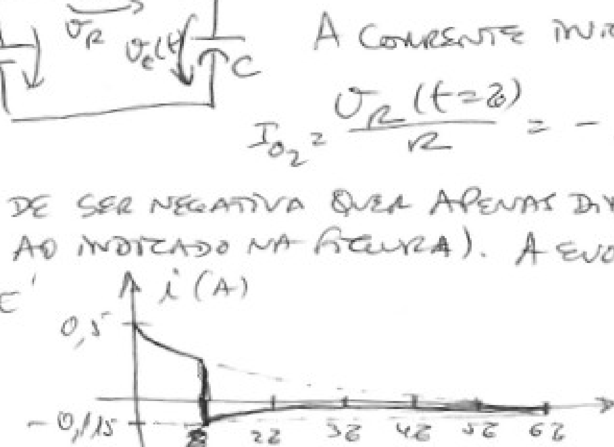
O circuito é:

$v_R(t=\tau) = V_{F2} - v_C(t=\tau) = 20 - 31,5 = -11,5\,V$

A corrente inicial da descarga é:

$$I_{02} = \frac{v_R(t=\tau)}{R} = -\frac{11,5}{100} = -0,115\,A$$

(o facto de ser negativa quer apenas dizer que o sentido é o oposto ao indicado na figura). A evolução temporal da corrente é:



Notar que a descarga começa em $t = \tau$ e só acaba 5τ após, ou seja, em $t = 6\tau$.

6.

a) $R = 30\,\Omega \Rightarrow \bar{Z}_R = 30\angle 0^\circ\ (\Omega)$

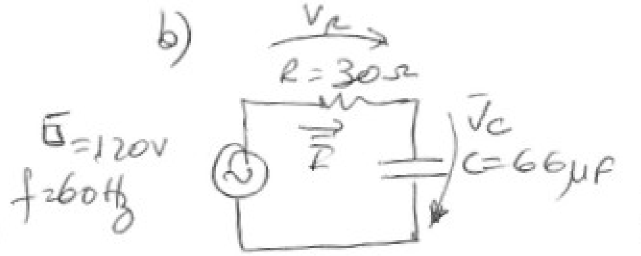
$C = 66\,\mu F \Rightarrow \bar{Z}_C = -j\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}\angle -90^\circ = \frac{1}{2\pi \times 60 \times 66\times 10^{-6}}\angle -90^\circ$

$\bar{Z}_C = 40{,}2\angle -90^\circ\ (\Omega)$

$\bar{Z}_T = \bar{Z}_R + \bar{Z}_C = 30\angle 0^\circ + 40{,}2\angle -90^\circ = 30 - j40{,}2 = 50{,}2\angle -53{,}3^\circ\ (\Omega)$

Logo $Z_T = 50{,}2\,\Omega$ e $\phi = -53{,}3^\circ$

b)



$\bar{I} = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_T} = \frac{120\angle 0^\circ}{50{,}2\angle -53{,}3^\circ} = 2{,}4\angle +53{,}3^\circ\ (A)$

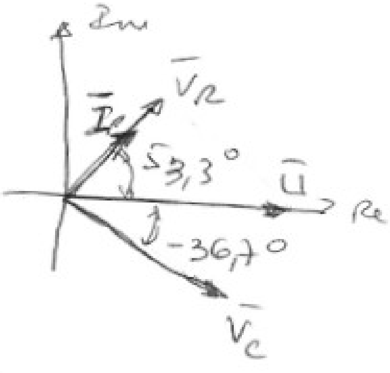
$\bar{V}_R = \bar{Z}_R \cdot \bar{I} = 30\angle 0^\circ \times 2{,}4\angle +53{,}3^\circ$

$\bar{V}_R = 72\angle +53{,}3^\circ\ (V)$

$\bar{V}_C = \bar{Z}_C \cdot \bar{I} = 40{,}2\angle -90^\circ \times 2{,}4\angle +53{,}3^\circ$

$\bar{V}_C = 96{,}5\angle -36{,}7^\circ\ (V)$

O DIAGRAMA FASORIAL DAS TENSÕES É:



A CORRENTE $\bar{I}$ ESTÁ AVANÇADA DE 53,3° RELATIVAMENTE À ALIMENTAÇÃO DO CIRCUITO ($\bar{U}$), LOGO ESTE É CAPACITIVO

7. ASSOCIAÇÃO RC SÉRIE $\Rightarrow \bar{Z}_T = \bar{Z}_R + \bar{Z}_C$

CASO	$R(\Omega)$	$X_C(\Omega)$	$Z_T(\Omega)$	FASE ($\theta°$) $=\text{arctg}\, X_C/R$	CIRCUITO RES. OU CAP.
$X_C = R$	10	10	$\sqrt{10^2+10^2} = 14{,}1$	$-45°$	RES./CAP
$X_C < R$	10	1	10,05	$-5{,}7°$	RES ①
$X_C > R$	1	10	10,05	$-84{,}3°$	CAP ②

NOTA: TEORICAMENTE UM CIRCUITO SÓ É RESISTIVO SE SÓ TIVER RESISTÊNCIAS, QUANDO ISSO NÃO ACONTECE DEVE FALAR-SE EM PREDOMINÂNCIA.

① PREDOMINANTEMENTE RESISTIVO
② PREDOMINANTEMENTE CAPACITIVO

8. ASSOCIAÇÃO RC PARALELO

$$\bar{Z}_T = \frac{1}{\frac{1}{\bar{Z}_R} + \frac{1}{\bar{Z}_C}} = \frac{1}{\frac{1}{R\angle 0^\circ} + \frac{1}{X_C\angle -90^\circ}} = \frac{1}{\frac{1}{R}\angle 0^\circ + \frac{1}{X_C}\angle +90^\circ}$$

$$\bar{Z}_T = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\frac{1}{X_C}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C}\right)^2}\angle \operatorname{arctg}\frac{1/X_C}{1/R}}$$

$$\bar{Z}_T = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C}\right)^2}}\angle -\operatorname{arctg}\frac{R}{X_C} \quad (\Omega)$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_T} = \frac{U\angle 0^\circ}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C}\right)^2}\angle -\operatorname{arctg} R/X_C}$$

$$\bar{I} = \frac{U}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C}\right)^2}}\angle +\operatorname{arctg} R/X_C$$

CASO	$R(\Omega)$	$X_C(\Omega)$	I (A)	FASE ϕ°	RES/CAP
$X_C = R$	10	10	$7{,}07\angle$	$+45^\circ$	RES/CAP
$X_C < R$	10	1	$0{,}995\angle$	$+84{,}3^\circ$	CAP (1)
$X_C > R$	1	10	$0{,}995\angle$	$+5{,}7^\circ$	RES (2)

NOTA: TEORICAMENTE UM CIRCUITO SÓ É RESISTIVO SE SÓ TIVER RESISTÊNCIAS, QUANDO ISSO NÃO ACONTECE DEVE FALAR-SE EM PREDOMINÂNCIA.

(1) PREDOMINANTEMENTE CAPACITIVO
(2) PREDOMINANTEMENTE RESISTIVO

— X —