SOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS SOBRE
BOBINAS E INDUTÂNCIA

1. CIRCUITO 1: $L_T = L_1 + L_2 = 0,4 + 0,7 = 1,1\ \mu H$

CIRCUITO 2: $L_T = L_1 /\!/ L_2 = \dfrac{1}{\dfrac{1}{L_1} + \dfrac{1}{L_2}} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{0,2} + \dfrac{1}{0,3}} = 0,12\ \mu H$

CIRCUITO 3: $L_T = L_1 + (L_2 /\!/ L_3) = 10 + \dfrac{1}{\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{6}} = 10 + 2 = 12\ mH$

CIRCUITO 4: $L_T = L_1 + (L_2 /\!/ L_3 /\!/ (L_4 + L_5)) + L_6$

$$= 1 + \left(\frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3+4}} \right) + 2 = 1 + 2,1 + 2 =$$

$$= 5,1\ H$$

2. L_{TOTAL} ENTRE A E C

$L_{T(AC)} = L_1 /\!/ L_2 = \dfrac{1}{\dfrac{1}{0,6} + \dfrac{1}{0,2}} = 0,15\ mH$

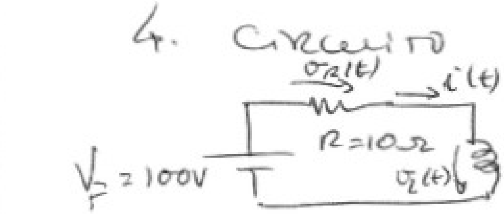
L_{TOTAL} ENTRE A E B

$L_{T(AB)} = \left[(L_{T(AC)} + L_3) /\!/ L_4 \right] + L_5 = ((0,15 + 0,6) /\!/ 0,4) + 0,4 =$

$$= (0,75 /\!/ 0,4) + 0,4 = \frac{1}{\frac{1}{0,75} + \frac{1}{0,4}} + 0,4 = 0,26 + 0,4 = 0,66\ mH$$

3. NÃO EXISTE

4. CIRCUITO



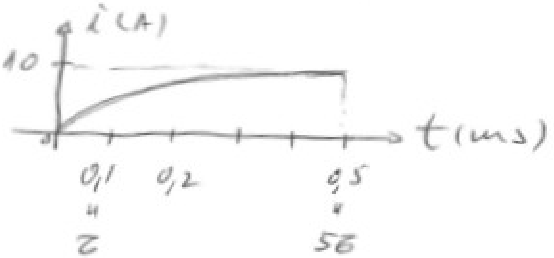
NESTE CASO A EXPRESSÃO DA CORRENTE NO CIRCUITO É:

$$i(t) = \frac{V}{R}\left(1 - e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t}\right)$$

Neste caso $\frac{V}{R} = \frac{100}{10} = 10\,A$ e $\tau = \frac{L}{R} = \frac{1\times10^{-3}}{10} = 0{,}1\,ms$

E4

Pelo que a evolução temporal da corrente será:

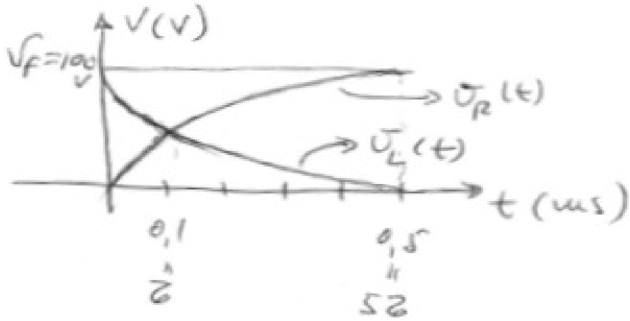


Nota: Considerou-se que o regime permanente (estabilização da corrente no seu valor final) é atingido ao fim de 5τ.

Embora não seja pedido no enunciado do problema, se quiséssemos atender à evolução temporal das tensões nos diferentes elementos do circuito, teremos: $V_F = v_R(t) + v_L(t)$, com

$v_R(t) = V_F\left(1 - e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t}\right)$ e $v_L(t) = V_F\, e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t}$ com os

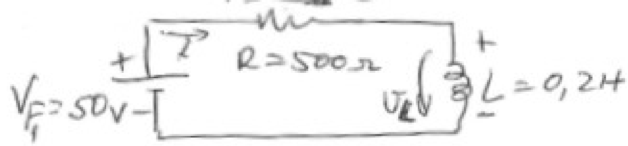
gráficos



5. A constante de tempo do circuito é:

$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0{,}2}{500} = 0{,}4\,ms$

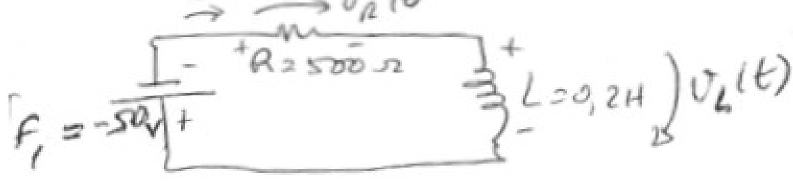
Entre $t = 0\,ms$ e $t = 1\,ms$ o circuito é:



$i(t=1ms) = \frac{50}{500}\left(1 - e^{-\frac{1}{0{,}4}}\right) = 0{,}09A$

$v_R(t=1ms) = 50\left(1 - e^{-\frac{1}{0{,}4}}\right) = 45{,}9\,V$

Após $t = 1\,ms$, quando se dá a comutação para a posição dois, o circuito fica:



Aquando da comutação o valor da corrente é 0,05A com o sentido indicado na figura. No fim do período transitório da posição 2 a corrente terá o valor

$i[t=(1ms+5\tau)] = \frac{V_{f1}}{R} = -\frac{50}{500} = -0,1$ A. Assim, a corrente vai variar de 0,05 A com o sentido indicado a 0,1A com o sentido oposto, importa saber qual o instante de tempo em que se dá a inversão da corrente. Considerando $t'=1ms$, como sendo o tempo decorrido até à comutação, a equação do circuito após a comutação será:

$500i + 0,2\frac{di}{dt} = -50 \Leftrightarrow 2500i + \frac{di}{dt} = -250$, cuja solução é $i(t) = Ce^{-2500(t-t')} - \frac{250}{2500} = Ce^{-2500(t-t')} - 0,1$

Sabendo-se que para $t=t'$ é $i(t)=0,09$ A, pelo que:

$i(t=t') = Ce^{-2500(t'-t')} - 0,1 = 0,09 \Leftrightarrow C \cdot e^{0} - 0,1 = 0,09$

$C \times 1 = 0,19 \Leftrightarrow C = 0,19$ A. A forma final da equação que regula a $i(t)$ é: $i(t) = 0,15e^{-2500(t-t')} - 0,1$

Para determinar o instante de inversão da corrente basta igualar a equação a zero

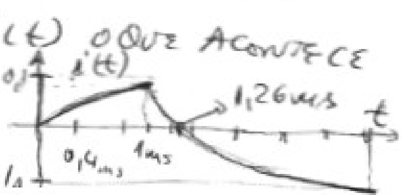
$0,19e^{-2500(t-1\times10^{-3})} - 0,1 = 0$ com t em segundos.

$0,19e^{-2500(t-1\times10^{-3})} = 0,1 \Leftrightarrow e^{-2500(t-1\times10^{-3})} = \frac{0,1}{0,19} = 0,53$

$\ln[e^{-2500(t-1\times10^{-3})}] = \ln 0,53 \Leftrightarrow -2500(t-1\times10^{-3}) = -0,64$

$(t-1\times10^{-3}) = \frac{-0,64}{-2500} = 0,26\times10^{-3} \Leftrightarrow t = (1+0,26)\times10^{-3} = 1,26ms$

Ou seja, a corrente anula-se 0,26ms após a comutação e inverte o seu sentido. Como $v_R(t) = R\,i(t)$ o que acontece com a corrente $i(t)$ acontece com $v_R(t)$.



G.

6.

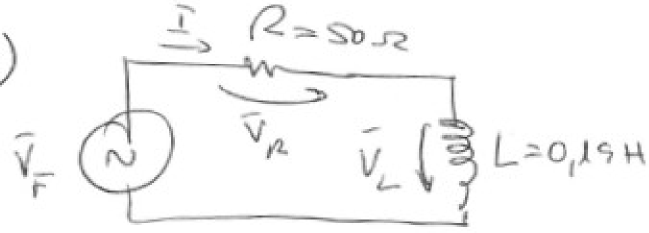
a) $\bar{Z}_T = R + jX_L$

$X_L = \omega L = 2\pi f \cdot L = 2\pi \times 60 \times 0{,}19 = 71{,}6\ \Omega$

$\bar{Z}_T = (50 + j\,71{,}6)\ \Omega = 87{,}3 \angle 55{,}1^\circ\ \Omega$

O valor do módulo da impedância é 87,3 Ω e o seu ângulo de fase é 55,1°

b)



$\bar{I} = \dfrac{\bar{V}_F}{\bar{Z}_T} = \dfrac{120 \angle 0^\circ}{87{,}3 \angle 55{,}1^\circ}$

$\bar{I} = 1{,}37 \angle -55{,}1^\circ\ A$

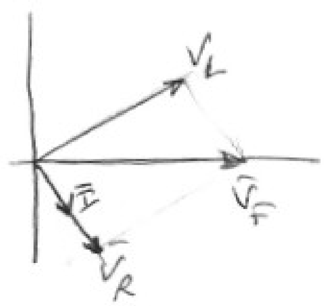
$\bar{V}_R = \bar{Z}_R \times \bar{I} = R \angle 0^\circ \times \bar{I} = 50 \angle 0^\circ \times 1{,}37 \angle -55{,}1^\circ$

$\bar{V}_R = 68{,}7 \angle -55{,}1^\circ\ V$

$\bar{V}_L = \bar{Z}_L \times \bar{I} = X_L \angle 90^\circ \times \bar{I} = 71{,}6 \angle 90^\circ \times 1{,}37 \angle -55{,}1^\circ$

$\bar{V}_L = 98{,}1 \angle +34{,}9^\circ\ V$

O diagrama fasorial das tensões é:



O circuito é indutivo dado que a corrente está em atraso relativamente à tensão que o alimenta ($\bar{V}_F$).

G.

a) $\bar{Z}_T = \bar{Z}_R \,//\, \bar{Z}_{X_L}$ $\qquad \bar{Z}_T = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\bar{Z}_R} + \dfrac{1}{\bar{Z}_{X_L}}}$

$\bar{Z}_R = 50\angle 0^\circ\ \Omega$

$Z_{X_L} = 300\angle 90^\circ\ \Omega$ $\qquad \bar{Z}_T = \dfrac{1}{\dfrac{1}{50\angle 0^\circ} + \dfrac{1}{300\angle 90^\circ}} = \dfrac{1}{0{,}02\angle 0^\circ + 3{,}33\times 10^{-3}\angle -90^\circ}$

$$\bar{Z}_T = \frac{1}{(0{,}02 + j0) + (0 - j3{,}33\times 10^{-3})} = \frac{1}{0{,}02 - j3{,}33\times 10^{-3}} =$$

$$= \frac{1}{(20 - j3{,}33)\times 10^{-3}} = \frac{10^3}{20 - j3{,}33} = \frac{10^3}{20{,}3\angle -9{,}5^\circ}$$

$$= 0{,}05\times 10^3 \angle +9{,}5^\circ \cong 50\angle +9{,}5^\circ\ \Omega$$ //

$$\bar{I}_T = \frac{\bar{V}_F}{\bar{Z}_T} = \frac{500\angle 0^\circ}{50\angle +9{,}5^\circ} = 10\angle -9{,}5^\circ\ A$$ //

b) Como $X_L = 2\pi f L$ se f é duplicado então X_L é também o dobro, logo $X_L = 600\ \Omega$

$$Z_T = \frac{1}{\dfrac{1}{50\angle 0^\circ} + \dfrac{1}{600\angle 90^\circ}} = \frac{1}{0{,}02\angle 0^\circ + 1{,}67\times 10^{-3}\angle -90^\circ} = \frac{1}{0{,}02 - j1{,}67\times 10^{-3}}$$

$$\bar{Z}_T = \frac{1}{0{,}02\angle -4{,}8^\circ} = 49{,}8\angle +4{,}8^\circ\ (\Omega)$$ //

$$\bar{I}_T = \frac{\bar{V}_F}{\bar{Z}_T} = \frac{500\angle 0^\circ}{49{,}8\angle +4{,}8^\circ} \cong 10\angle -4{,}8^\circ\ (A)$$ //

Conclusão: Como se trata de um circuito paralelo, com o aumento de XL a preponderância da resistência na corrente total aumenta. Por isso, o desfasamento de $\bar{I}_T$ diminui.

8.a) $X_L = 2\pi f L = 2\pi \times 60 \times 100 \times 10^{-3} = 37{,}7\,\Omega$

b) $\bar{Z}_T = (R_1 + R_2) + j\,X_L = (15+1) + j\,37{,}7 = 16 + j\,37{,}7 = 41 \angle 67^\circ\ \Omega$

c) $I = \dfrac{240}{41} = 5{,}8\,A$ //

d) $I_{pico} = \sqrt{2} \times I = \sqrt{2} \times 5{,}8 = 8{,}2\,A$ //

— X —