

**Análise Dinâmica e Controlo
de
Manipuladores Cooperantes**

Por
Nuno Miguel Fonseca Ferreira

Tese submetida à
UNIVERSIDADE DE TRÁS-OS-MONTES E ALTO DOURO
para obtenção do grau de
DOUTOR,
de acordo com o disposto no
Decreto-lei 216/92 de 13 de Outubro

Vila Real, 4 de Maio de 2006

Orientador Científico:

Prof. Doutor José António Tenreiro Machado

Professor Coordenador com Agregação
Departamento de Engenharia Electrónica do
Instituto Superior de Engenharia do Porto

Co-orientador Científico:

Prof. Doutor José Boaventura Cunha

Professor Auxiliar do
Departamento de Engenharias
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Para a minha mulher Anabela

e para nossa filha Camila

Agradecimentos

Este trabalho não teria sido possível sem a colaboração e a amizade de muitos. A todos os que contribuíram para a sua concretização, o meu muito obrigado.

No entanto, não poderia deixar de referir em particular os que mais de perto me acompanharam e, principalmente, me estimularam ao longo de todo este tempo.

Ao Professor Doutor Tenreiro Machado por ter sentido que, para além de meu orientador científico, foi e é um grande amigo.

Ao meu co-orientador Professor Doutor J. Boaventura Ribeiro Cunha professor da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro.

Aos meus colegas do *GRIS* Grupo de Robótica e Sistemas Inteligentes.

Aos meus colegas do *DEE*, ao *ISEC* pelo apoio concedido, respectivamente, nas pessoas dos seus presidentes, Mestre João Benjamim, Doutor Jorge Bernardino e Doutor Jorge Barbosa.

Finalmente à minha família, o meu profundo reconhecimento.

Resumo

Os manipuladores robóticos são sistemas constituídos por diversos elos interligados por eixos lineares ou rotacionais. Estes sistemas mecânicos exibem fenómenos cinemáticos, estáticos, dinâmicos e uma complexidade quer na sua análise quer no controlo do sistema. Pode dizer-se que até há pouco tempo estes factos levaram a que a utilização de robôs estivesse confinada a tarefas que exigiam pouca interacção com o ambiente. Por outro lado, a complexidade aumenta quando se pretende trabalhar em cooperação verificando-se, assim, fenómenos adicionais tais como interacção entre os braços e os objectos e o acoplamento de forças. Além dos fenómenos dinâmicos mencionados existe a possibilidade de impactos no momento do contacto entre os robôs com o objecto a manipular. Por estas razões, nos últimos anos tem-se investido na investigação sobre a modelação, controlo e em manipuladores para tarefas em que é requerido um controlo da força de contacto com o ambiente e a coordenação com outros manipuladores. O desenvolvimento de novos algoritmos tem como objectivo, melhorar o controlo das variáveis posição e força/binário, de acordo com as tarefas que os robôs realizam.

Neste estudo apresentam-se os conceitos da modelação de sistemas robóticos e os seus fenómenos dinâmicos associados, e expõem-se diferentes estratégias e algoritmos de controlo de robôs cooperantes.

Desenvolve-se uma ferramenta gráfica que permite a visualização e uma medida quantitativa da capacidade da manipulação de um e dois robôs a trabalhar em cooperação na manipulação de objectos. Discutem-se os efeitos associados à distribuição dos binários dos robôs na cooperação e formulam-se diversos índices de desempenho.

Analisa-se diferentes estratégias de controlo, por um lado, o controlo híbrido de posição/força (*CH*) e, por outro lado, o controlo em cascata (*CC*), seja para um robô com estrutura *RR*, seja para dois robôs *RR* a trabalharem em cooperação. Estudam-se algoritmos de controlo clássicos, ou de ordem inteira, (*PID*) e algoritmos de ordem fraccionária (*CF*). Nesta análise são estudados diversos fenómenos dinâmicos que ocorrem nas juntas dos robôs, tais como atritos não lineares nos eixos e no ambiente de trabalho, folgas na estrutura mecânica, flexibilidade na transmissão e a saturação dos actuadores das juntas. A análise é realizada através das respostas do sistema nos domínios dos tempos e das frequências para vários controladores de posição/força, para diferentes parâmetros dos controladores e do sistema robô e ambiente de contacto. É apresentada uma comparação dos desempenhos para as várias estratégias de controlo e para os algoritmos propostos. Determina-se a zona de estabilidade do sistema, em função dos parâmetros da superfície de restrição e analisado o comportamento do sistema durante a ocorrência de impactos. Por último, estuda-se a adopção de controladores de ordem fraccionária, nas malhas de posição e de força, em alternativa aos sistemas de estrutura variável e algoritmos lineares de ordem inteira.

Neste trabalho desenvolve-se um processo de modelação com base em conceitos estatísticos o que permite uma perspectiva experimentalista. Este modelo está bem adaptado ao tratamento numérico de dados por computador e conduz a resultados claros e precisos. A aplicação do método estatístico à cinemática, à dinâmica e ao sistema controlo em malha fechada revela não só as respectivas propriedades fundamentais, como ainda sugere novas orientações para o desenvolvimento de robôs mais eficientes.

Abstract

The robotic manipulators are systems constituted of several links inter connected by linear or rotational joints. These mechanical systems show kinematic, static and dynamic phenomena and a large complexity, both in its analysis and its control. One can say that until a few years ago the use of robots was confined to tasks that demanded little interaction with the environment. On the other hand, the complexity increases when it is intended to work in cooperation, thus verifying additional phenomena, such as interaction between the arms and the objects and the coupling of forces. Besides the mentioned phenomena, there is the possibility of impacts at the moment of contact between the robots gripper with an object to be manipulated. This is why in the past years there have a large research on modeling and control for tasks where a contact force control with the environment and the coordination with other manipulators is required. The development of new algorithms has the main aim of improving the control of the position force/torque variables according with the tasks carried out by the robots.

This study presents the concepts of the robotic systems modeling and its associated phenomena, and shows different strategies and algorithms for the control of cooperating robots. A graphical tool, that allows the visualization and a quantitative measure of the manipulation capacity of one and two robots working in cooperation in the object's manipulation, is developed. The effects of distribution of the

robots torques in cooperation are shown and are formulated several performance indices. Different control strategies are analyzed: on one hand, the hybrid control of position/force (*CH*) and on the other hand, the control in cascade (*CC*), both for a robot with RR structure and for two RR robots working in cooperation. The classical control algorithms or integer order (*PID*) and fractional order algorithms (*CF*) are been studied. In this analysis, several dynamic phenomena that occur in the robot's couplings are analyzed, such as: friction in the joints and in the working environment, backlash in the mechanical structure, flexibility in the transmission and the saturation of the driving actuators. The analysis is done through the transient response, in the time and frequency domain for various controllers of position/force, for different controller's parameters and the robot system and contact environment. It is a compared the performance for the distinct control strategies and for the proposed algorithms. In all cases an analysis of the area of system's stability is done, in function of the parameters of the restriction surface. Finally, it is studied the adoption of controllers of fractional order, in the position and force loops, in alternative to variable structure systems and linear integer order algorithm. In this study it is developed a modeling process based on statistical concepts, which allows an experimentalist perspective. This model is well adapted to a numerical data treatment and leads to clear and accurate results. The application of the statistical method to the kinematics, to the dynamics and to the closed-loop controller system, not only discloses the fundamental properties, but also suggests new guidelines for the development of more efficient robots.

Índice

Agradecimentos	i
Resumo	iii
Abstract	v
Índice	vii
Lista de tabelas	xi
Lista de figuras	xiv
Lista de símbolos	xxvii
Lista de acrónimos	xxxii
1 Introdução	1
1.1 Introdução à robótica	1
1.2 A Cooperação em sistemas robóticos	3

1.3	Estratégias de controlo para robôs cooperantes	4
1.4	Motivação e Objectivos	7
1.5	Contribuições da Tese	8
1.6	Organização da Tese	9
2	Modelação de sistemas robóticos	11
2.1	Introdução à modelação	11
2.2	Modelação dos sistemas robóticos	13
2.2.1	Um manipulador robótico	13
2.2.2	Cooperação de dois manipuladores robóticos	15
2.3	Cinemática do sistema robótico	15
2.4	Dinâmica do sistema robótico	17
2.4.1	A dinâmica inversa	17
2.4.2	A dinâmica directa	19
2.5	Fenómenos dinâmicos nas juntas dos robôs	20
2.5.1	Juntas com folgas	20
2.5.2	Juntas com flexibilidade	23
2.5.3	Juntas com atrito não linear	24
2.5.4	Juntas com saturação nos binários dos actuadores	25
2.6	Modelo dinâmico do sistema robótico	25
2.6.1	Modelo dinâmico do robô e da superfície de restrição	26
2.6.2	Modelo dinâmico da cooperação de dois robôs	27
2.7	Análise dinâmica e controlo de manipuladores	31
2.7.1	Algoritmos de controlo de força	32
2.7.2	Controlo híbrido	33

2.7.3	Controlo em cascata	36
2.7.4	Os Controladores <i>PID</i> de ordem inteira	37
2.7.5	Os Controladores <i>PID</i> de ordem fraccionária	40
3	Índices cinemáticos e medidas de avaliação de desempenho	43
3.1	Introdução aos índices cinemáticos	43
3.2	A manipulação robótica	45
3.3	A aproximação numérica para a manipulação	47
3.3.1	Manipulação de um robô	49
3.4	Manipulação de dois robôs cooperantes	50
3.5	Medidas de avaliação do desempenho da cooperação	58
3.6	Distribuição dos binários dos manipuladores	58
3.7	Índices de equilíbrio e redução de esforços	65
3.8	Conclusão	76
4	Análise dinâmica do controlo de posição/força de robôs	77
4.1	Introdução à análise da dinâmica	77
4.2	O Controlo de Posição/Força de um robô <i>RR</i>	80
4.3	A análise dos sub-controladores	91
4.4	A análise dos fenómenos dinâmicos nas juntas	94
4.5	A análise dos impactos dos manipuladores	103
4.6	A análise do modelo da superfície de restrição e da carga	113
4.7	A resposta em frequência do modelo da superfície de restrição	127
4.8	O controlo de dois robôs cooperantes	134
4.8.1	Controlo posição/força <i>Versus</i> força/posição	138

4.8.2	Algoritmo de controlo <i>PD – PI versus CF</i>	141
4.8.3	Análise dos fenómenos nas juntas	148
4.9	Conclusões	152
5	Análise estatística de sistemas robóticos	153
5.1	Introdução à modelação estatística	153
5.2	Introdução à modelação estatística da cinemática	156
5.2.1	O modelo estatístico de um braço robótico	157
5.2.2	O modelo estatístico de dois braços robóticos	160
5.3	Introdução à modelação estatística da dinâmica	167
5.3.1	Modelação estatística da dinâmica de sistemas robóticos . . .	167
5.3.2	O modelo estatístico de dois braços robóticos	169
5.4	Conclusão	187
6	Conclusões e sugestões para trabalho futuro	189
6.1	Conclusão	189
6.2	Perspectivas de desenvolvimento futuro	192
A	Cinemática de sistemas robóticos	193
A.1	Região de trabalho	193
A.2	Introdução à cinemática	196
A.2.1	A cinemática directa do manipulador <i>RR</i>	197
A.2.2	Cinemática inversa do robô <i>RR</i>	199
B	Planeamento de trajectórias	201
C	A distribuição normal bidimensional	205

ÍNDICE

D Cálculo fraccionário	209
D.1 Introdução	209
D.2 Introdução ao cálculo fraccionário	210
Referências	217

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros do robô RR com juntas ideais	59
4.1	Parâmetros do algoritmo $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, controlador de posição e de força	84
4.2	Parâmetros do algoritmo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, controlador de posição e de força	84
4.3	Parâmetros do algoritmo $CH_{P,F}[PD, PI]$, controlador de posição e de força	84
4.4	Parâmetros do algoritmo $CC_{P,F}[PD, PI]$, controlador de posição e de força	85
4.5	Parâmetros do modelo das folgas nas juntas	95
4.6	Parâmetros do modelo da flexibilidade nas juntas	96
4.7	Parâmetros do modelo do atrito	97
4.8	Parâmetros do modelo da saturação dos actuadores nas juntas	98
4.9	Parâmetros do modelo de restrição	114
4.10	Impulsos rectangulares de pequena amplitude nas referências.	137
4.11	Parâmetros do controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$	137

4.12	Parâmetros do controlador $CC_{F,P}[PI^\beta, PD^\alpha]$	137
4.13	Parâmetros do controlador $CC_{P,F}[PD, PI]$	137
D.1	Definições de derivadas e integrais fracionários	211
D.2	DIFs de algumas funções elementares	212

Lista de Figuras

1.1	Dois Robôs em cooperação.	3
2.1	Robô manipulador com estrutura do tipo RR	14
2.2	Dois manipuladores em cooperação.	16
2.3	Robô com folgas nas engrenagens.	21
2.4	Robô com flexibilidade nas juntas.	23
2.5	Atrito nas juntas.	24
2.6	Sistema de coordenadas de um robô em interacção com o ambiente.	26
2.7	Dois robôs RR a trabalhar em cooperação na manipulação de um objecto com comprimento l_0 , orientação α_0 e com uma distância l_b entre os ombros.	28
2.8	O modelo do contacto do objecto.	29
2.9	Controlador híbrido.	34
2.10	Controlador em cascata.	36
2.11	Controlador de impedância.	37
2.12	Controlador PID	37

3.1	Movimentos aleatórios do robô em $\{O, q_1, q_2\}$ dentro de uma determinada esfera, e respectivo mapeamento para o espaço operacional $\{O, x, y\}$, para o robô <i>RR</i> com: $\{l_1 = l_2 = 1\text{ m}\}$ para uma grelha no espaço das juntas com $m = 24$ pontos com dimensão $\rho = 0.1$ rad com $n = 100$ pontos por esfera.	46
3.2	Dois robôs <i>RR</i> a manipularem um objecto com comprimento l_0 e orientação α_0 com uma distância entre os braços l_b	48
3.3	Manipulação de um robô <i>RR</i> com $l_1 = 1\text{ m}$ e $l_2 = 0.8\text{ m}$ obtido por: a) Método analítico; b) Algoritmo numérico $n = 1000$ pontos e uma grelha com $m = 1000$ pontos.	49
3.4	Sub-índice de manipulação μ_1 na região de trabalho de dois robôs a trabalharem em cooperação para $l_b = 0\text{ m}$ e $l_b = 1\text{ m}$ com $l_1 = l_2 = 1\text{ m}$, $l_0 = 0\text{ m}$ e $\alpha_0 = 0^\circ$	51
3.5	Sub-índices de manipulação μ_1, μ_2 e μ_3 na região de trabalho de dois robôs a trabalharem em cooperação para $l_b \in [0, 4[$ versus l_1/l_2 com $l_1+l_2 = 2\text{ m}$, $l_0 = 0\text{ m}$ e $l_0 = 1\text{ m}$ considerando $\alpha_0 = 0^\circ$	53
3.6	Sub-índice de manipulação μ_1 de dois <i>RR</i> versus l_b para objectos com $l_0 = \{0, 0.5, 1, 1.5\}$ com $m = 1000$, $\rho = 0.1$ rad, Robôs <i>RR</i> com: $\{l_1 = l_2 = 1\text{ m}\}$	54
3.7	Sub-índice de manipulação μ_2 de dois <i>RR</i> versus l_b para objectos com $l_0 = \{0, 0.5, 1, 1.5\}$ com $m = 1000$, $\rho = 0.1$ rad, Robôs <i>RR</i> com: $\{l_1 = l_2 = 1\text{ m}\}$	55
3.8	Sub-índice de manipulação μ_3 de dois <i>RR</i> versus l_b para objectos com $l_0 = \{0, 0.5, 1.0, 1.5\}$ com $m = 1000$, $\rho = 0.1$ rad, Robôs <i>RR</i> com: $\{l_1 = l_2 = 1\text{ m}\}$	56
3.9	Sub-índices da manipulação μ_1, μ_2 e μ_3 versus $l_0 \in [0, 4[$ e $l_b \in [0, 4[$, para um objecto com uma orientação $\alpha_0 = 0^\circ$, $m = 1000$, $n = 1000$, $\rho = 0.1$ rad, Robôs <i>RR</i> com: $\{l_1 = l_2 = 1\text{ m}\}$	57
3.10	Distribuição dos binários T_1 e T_2 na região de trabalho para um robô com estrutura <i>RR</i> a suportar uma carga com massa $M_0 = \{0.5, 1.0\}$ kg.	60
3.11	Dois robôs <i>RR</i> com a configuração <i>COE – COD</i> a manipularem um objecto com tamanho $l_0 = 1\text{ m}$ e orientação α_0 com uma distância entre os braços $l_b = 1.0\text{ m}$	61

3.12	Distribuição dos binários T_1 e T_2 na região de trabalho para os dois robôs com estrutura RR , com configuração do tipo $COE - COD$ e $M_0 = 1.0$ kg.	61
3.13	Dois robôs RR com a configuração $COD - COE$ a manipularem um objecto com tamanho $l_0 = 1.0$ m e orientação α_0 com uma distância entre os braços $l_b = 1.0$ m.	62
3.14	Distribuição dos binários T_1 e T_2 na região de trabalho, para dois robôs com estrutura RR e configuração do tipo $COD - COE$ com $M_0 = 1.0$ kg.	62
3.15	Dois robôs RR com a configuração $COE - COE$ a manipularem um objecto com tamanho $l_0 = 1.0$ m e orientação α_0 com uma distância entre os braços $l_b = 1.0$ m.	63
3.16	Distribuição dos binários T_1 e T_2 na região de trabalho, para dois robôs com estrutura RR e configuração do tipo $COE - COE$ para $M_0 = 1.0$ kg.	63
3.17	Dois robôs RR com a configuração $COD - COD$ a manipularem um objecto com tamanho $l_0 = 1$ m e orientação α_0 com uma distância entre os braços $l_b = 1.0$ m.	64
3.18	Distribuição dos binários T_1 e T_2 na região de trabalho, para dois robôs com estrutura RR e configuração do tipo $COD - COD$ com $M_0 = 1.0$ kg.	64
3.19	Distribuição dos binários para um robô com $M_0 = \{0, 1, 4, 5\}$ kg.	66
3.20	Distribuição dos binários do robô 1 com $M_0 = \{0, 1, 4, 5\}$ kg.	67
3.21	Distribuição dos binários do robô 2 com $M_0 = \{0, 1, 4, 5\}$ kg.	68
3.22	Distribuição dos binários na região de trabalho para ambos os robôs a suportar uma carga com $M_0 = \{0, 1, 4, 5\}$ kg.	68
3.23	Os binários para um robô $ T_0 $, dois robôs $COE - COD T_3 $ e o robô 1 $COE T_1 $ versus a massa da carga M_0 com $l_b = 1.0$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$	69
3.24	Índice φ_1 considerando a variação da carga $M_0 \in \{0, 1, 4, 5\}$ kg.	70
3.25	Índice φ_2 considerando a variação da carga $M_0 \in \{0, 1, 4, 5\}$ kg.	71
3.26	Índice φ_3 considerando a variação da carga $M_0 \in \{0, 1, 4, 5\}$ kg.	71

3.27	Índice ϕ_1 considerando a variação da carga $M_0 \in \{0, 1, 4, 5\}$ kg.	73
3.28	Índice ϕ_2 considerando a variação da carga $M_0 \in \{0, 1, 4, 5\}$ kg.	73
3.29	O índice ϕ_1 versus M_0 para $l_b = 1$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$, $M_0 \in [0, 5]$ e dois robôs RR com $l_1 = l_2 = 1$ m.	74
3.30	O índice ϕ_2 versus M_0 para $l_b = 1$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$, $M_0 \in [0, 5]$ e dois robôs RR com $l_1 = l_2 = 1$ m.	74
3.31	O índice ϕ_3 versus M_0 para $l_b = 1$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$, $M_0 \in [0, 5]$ e dois robôs RR com $l_1 = l_2 = 1$ m.	75
3.32	O índice ϕ_1 versus M_0 para $l_b = 1$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$, $M_0 \in [0, 5]$ e dois robôs RR com $l_1 = l_2 = 1$ m.	75
3.33	O índice ϕ_2 versus M_0 para $l_b = 1$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$, $M_0 \in [0, 5]$ e dois robôs RR com $l_1 = l_2 = 1$ m.	75
4.1	O manipulador em interacção com a superfície de restrição.	82
4.2	Controlador híbrido.	85
4.3	Controlador em cascata.	86
4.4	Resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR com juntas ideais, sob a acção do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e sem perturbações.	86
4.5	Resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR com juntas ideais, sob a acção do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ com uma perturbação $\delta y_c = 10^{-3}$ m exercida a 0.2 s após o contacto com a superfície de restrição.	87
4.6	Resposta temporal das posições q_1 , q_2 e dos binários T_1 , T_2 das juntas do robô RR com juntas ideais sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta y_d = 10^{-3}$ m.	88
4.7	Resposta temporal das variáveis δx_c , δy_c , δF_{xc} e δcs_{xc} , do robô RR com juntas ideais sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta y_d = 10^{-3}$ m.	89

4.8	Resposta temporal das variáveis δq_1 , δdq_1 , δq_2 e δdq_2 do robô RR com juntas ideais sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta y_d = 10^{-3}$ m.	90
4.9	Resposta temporal das variáveis ep_i , δT_2 , F_{xc} e cs_{xc} do robô RR com juntas ideais sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta y_d = 10^{-3}$ m.	91
4.10	Resposta temporal da variação das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com juntas ideais sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD, PI]$ e $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta y_d = 10^{-3}$ m.	92
4.11	Resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com juntas ideais sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta y_d = 10^{-3}$ m.	93
4.12	Resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com folgas nas juntas, sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD, PI]$, $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e com uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m.	95
4.13	Resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com flexibilidade nas juntas, sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD, PI]$, $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e com perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m.	96
4.14	Resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com atrito não linear nas juntas, sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD, PI]$, $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e com uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m.	97
4.15	Resposta temporal da variação das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com saturação nos actuadores das juntas, sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD, PI]$, $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e com uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m.	98
4.16	Resposta temporal da variação das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com folgas nas juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e com uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m.	99
4.17	Resposta temporal da variação das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com flexibilidade nas juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e com perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m. . .	100

4.18 Resposta temporal da variação das variáveis x_c, y_c, F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com atrito não linear nas juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e com uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m. 101

4.19 Resposta temporal da variação das variáveis x_c, y_c, F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com saturação nos actuadores das juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e com uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m. 102

4.20 O manipulador em interacção com a superfície de restrição. 104

4.21 A resposta temporal das variáveis x_c, y_c, F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR sob acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, com $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m, $\theta_c = 45^\circ$ e $\hat{\theta}_c = 44^\circ$ 105

4.22 A resposta temporal das variáveis x_c, y_c, F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR sob acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, com $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m e $\theta_c = \hat{\theta}_c = 45^\circ$ 106

4.23 A resposta temporal das variáveis x_c, y_c, F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR sob acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, com $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m, $\theta_c = 45^\circ$ e $\hat{\theta}_c = 46^\circ$ 107

4.24 A resposta temporal das variáveis x_c, y_c, F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR sob acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta Fx_d = 10^{-2}$ N, $\theta_c = 45^\circ$ e $\hat{\theta}_c = 44^\circ$ 108

4.25 A resposta temporal das variáveis x_c, y_c, F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR sob acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta Fx_{cd} = 10^{-2}$ N, $\theta_c = \hat{\theta}_c = 45^\circ$ 109

4.26 A resposta temporal das variáveis x_c, y_c, F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR sob acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta Fx_{cd} = 10^{-2}$ N, $\theta_c = 45^\circ$ e $\hat{\theta}_c = 46^\circ$ 110

4.27 O erro quadrático da resposta temporal de ε versus $\hat{\theta}_c$ para os controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, com $\delta y_d = 10^{-3}$ m. . . . 111

4.28 O erro quadrático da resposta temporal de ε versus $\hat{\theta}_c$ para os controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, com $\delta Fx_{cd} = 10^{-2}$ N. . . . 112

4.29	Resposta temporal das variáveis x_c, y_c, F_{xc} e cs_{xc} , do robô <i>RR</i> com juntas ideais sob acção do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_1, S_2 e S_3 , $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m para a variação de $M_0 = \{10^{-1}, 1.0, 10.0\}$ kg.	114
4.30	Resposta temporal das variáveis x_c, y_c, F_{xc} e cs_{xc} , do robô <i>RR</i> com juntas ideais sob acção do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_4, S_5 e S_6 , com perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m para a variação do parâmetro amortecimento $B_0 = \{1, 10.0, 10^2\}$ Ns/m.	115
4.31	Resposta temporal das variáveis x_c, y_c, F_{xc} e cs_{xc} , do robô <i>RR</i> com juntas ideais sob acção do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_7, S_8 e S_9 , com perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m para a variação do parâmetro rigidez $K_0 = \{10^2, 10^3, 10^4\}$ N/m.	116
4.32	Resposta temporal das variáveis x_c, y_c, F_{xc} e cs_{xc} , do robô <i>RR</i> com juntas ideais sob acção do controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_1, S_2 e S_3 , com perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m para a variação do parâmetro massa $M_0 = \{10^{-1}, 1.0, 10.0\}$ kg.	117
4.33	Resposta temporal do robô <i>RR</i> com juntas ideais sob acção do controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_4, S_5 e S_6 , sob o efeito da perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m para a variação do parâmetro da constante de amortecimento $B_0 = \{1.0, 10.0, 10^2\}$ Ns/m.	118
4.34	Resposta temporal do robô <i>RR</i> com juntas ideais sob acção do controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_7, S_8 e S_9 , com perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m para a variação do parâmetro rigidez $K_0 = \{10^2, 10^3, 10^4\}$ N/m.	119
4.35	Resposta temporal do robô <i>RR</i> com juntas ideais sob acção do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_1, S_2 e S_3 , com perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação do parâmetro massa $M_0 = \{10^{-1}, 1.0, 10.0\}$ kg.	120
4.36	Resposta temporal do robô <i>RR</i> com juntas ideais sob acção do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_4, S_5 e S_6 , com perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação do parâmetro amortecimento $B_0 = \{1.0, 10.0, 10^2\}$ Ns/m.	121
4.37	Resposta temporal do robô <i>RR</i> com juntas ideais sob acção do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_7, S_8 e S_9 , com perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação do parâmetro rigidez $K_0 = \{10^2, 10^3, 10^4\}$ N/m.	122

- 4.38 Resposta temporal do robô *RR* com juntas ideais sob ação do controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_1, S_2 e S_3 , com perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação do parâmetro massa $M_0 = \{10^{-1}, 1.0, 10.0\}$ kg. . . . 123
- 4.39 Resposta temporal do robô *RR* com juntas ideais sob ação do controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_4, S_5 e S_6 , com perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação do parâmetro amortecimento $B_0 = \{1.0, 10.0, 10^2\}$ Ns/m. 124
- 4.40 Resposta temporal do robô *RR* com juntas ideais sob ação do controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_7, S_8 e S_9 , com perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação do parâmetro rigidez $K_0 = \{10^2, 10^3, 10^4\}$ N/m. . . . 125
- 4.41 Resposta em frequência $|y_c(w)/y_{cd}(w)|$ e $|F_{xc}(w)/y_{cd}(w)|$ para o robô *RR* com juntas ideais sob ação dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob o efeito da perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m, para a variação da $M_0 = \{0, 1, 1.0, 10.0\}$ kg, simulações S_1, S_2 e S_3 128
- 4.42 Resposta em frequência $|F_{xc}(w)/F_{xd}(w)|$ e $|y_c(w)/F_{xcd}(w)|$ para o robô *RR* com juntas ideais sob ação dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob o efeito da perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação da $M_0 = \{0, 1, 1.0, 10.0\}$ kg, simulações S_1, S_2 e S_3 129
- 4.43 Resposta em frequência de $|y_c(w)/y_{cd}(w)|$ e $|F_{xc}(w)/y_{cd}(w)|$ para o robô *RR* com juntas ideais sob ação dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, sob o efeito da perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m para a variação de B_0 , simulações S_3, S_4 e S_6 130
- 4.44 Resposta em frequência $|F_{xc}(w)/F_{xcd}(w)|$ e $|y_c(w)/F_{xcd}(w)|$ para o robô *RR* com juntas ideais sob ação dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, sob o efeito da perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação de B_0 , simulações S_3, S_4 e S_6 131
- 4.45 Resposta em frequência $|y_c(w)/y_{cd}(w)|$ e $|F_{xc}(w)/y_{cd}(w)|$ para o robô *RR* com juntas ideais sob ação dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, sob o efeito da perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m, para a variação de $K_0 = \{10^2, 10^3, 10^4\}$ N/m, simulações S_7, S_8 e S_9 132
- 4.46 Resposta em frequência $|F_{xc}(w)/F_{xcd}(w)|$ e $|y_c(w)/F_{xcd}(w)|$ para o robô *RR* com juntas ideais sob ação dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, sob o efeito da perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N, para a variação de $K_0 = \{10^2, 10^3, 10^4\}$ N/m, simulações S_7, S_8 e S_9 133

4.47	Dois robôs <i>RR</i> (configuração <i>COE – COD</i>) a trabalhar em cooperação na manipulação de um objecto com comprimento l_0 , orientação α_0 e com uma distância l_b entre os ombros.	135
4.48	O modelo do contacto do objecto.	136
4.49	Resposta temporal das variáveis $\delta x_1, \delta y_1, \delta Fx_1$ e δFy_1 para o robô 1 com juntas ideais para os controladores $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{F,P}[PI^\beta, PD^\alpha]$, sob o efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m.	138
4.50	Respostas temporais das variáveis $\delta x_2, \delta y_2, \delta Fx_2$ e δFy_2 para o robô 2 com juntas ideais para os controladores $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{F,P}[PI^\beta, PD^\alpha]$, sob o efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m.	139
4.51	Resposta temporal dos binários dos robôs 1 e 2 considerando juntas ideais para os controladores $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{F,P}[PI^\beta, PD^\alpha]$, sob o efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m.	140
4.52	Respostas temporais das variáveis $\delta x_1, \delta y_1, \delta Fx_1$ e δFy_1 para o robô 1 com juntas ideais, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ para uma perturbação $\delta Fx_{1d} = 1$ N.	141
4.53	Respostas temporais das variáveis x_1, y_1, Fx_1 e Fy_1 para o robô 1 com juntas ideais, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta Fy_{1d} = 1$ N.	142
4.54	Respostas temporais das variáveis $\delta x_1, \delta y_1, \delta Fx_1$ e δFy_1 para o robô 1 com juntas ideais, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta x_{1d} = 10^{-1}$ m.	143
4.55	Respostas temporais das variáveis $\delta x_1, \delta y_1, \delta Fx_1$ e δFy_1 do robô 1 com juntas ideais, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m.	144
4.56	Respostas temporais das variáveis dos binários T_{11}, T_{21} do robô 1 e T_{12}, T_{22} do robô 2 com juntas ideais, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$	145
4.57	Respostas temporais das variáveis $\delta x_2, \delta y_2, \delta Fx_2$ e δFy_2 para o robô 2 com juntas ideais, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m.	146

4.58 respostas temporais dos binários δT_{11} , δT_{21} , δT_{11} , δT_{21} para o robô 1 e para o robô 2, com juntas ideais, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito da perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m. 147

4.59 Respostas temporais das variáveis δx_1 , δy_1 , δFx_1 e δFy_1 para o robô 1 com folgas nas juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m. 148

4.60 Respostas temporais das variáveis δx_1 , δy_1 , δFx_1 e δFy_1 para o robô 1 com flexibilidade nas juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m. 149

4.61 Resposta temporal para o robô 1 com atrito nas juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_d = 10^{-1}$ m. 150

4.62 Resposta temporal para o robô 1 com saturação nos actuadores das juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_d = 10^{-1}$ m. 151

5.1 ‘Excitação’ uniforme da cinemática $p \leftarrow q$ do robô RR com $l_1 = l_2$ para uma amostragem numérica $n = 10000$ 159

5.2 ‘Excitação’ uniforme da cinemática $p \rightarrow q$ do robô RR com $l_1 = l_2$ para uma amostragem numérica $n = 10000$, A–robô com cotovelo para cima e B–robô com cotovelo para baixo. 159

5.3 ‘Excitação’ uniforme da cinemática $p \leftarrow q$ para dois robôs RR cooperantes com $l_1 = l_2 = l_b = 1.0$ m manipulando um objecto com o comprimento $l_0 = 1.0$ m e orientação $\alpha_0 = 0^\circ$ 161

5.4 ‘Excitação’ uniforme da cinemática $p \rightarrow q$ para dois robôs RR cooperantes com $l_1 = l_2 = l_b = 1.0$ m manipulando um objecto com o comprimento $l_0 = 1.0$ m e orientação $\alpha_0 = 0^\circ$ 161

5.5 ‘Excitação’ uniforme da cinemática $p \rightarrow q$ para dois robôs RR cooperantes com $l_1 = l_2 = 1$ m manipulando um objecto com o comprimento $l_0 = 0.1$ m e com orientação $\alpha_0 = 0^\circ$ para diferentes distâncias entre robôs $l_b = \{0.1, 1.0, 2.0\}$ m. 163

5.6	'Excitação' uniforme da cinemática $p \rightarrow q$ para dois robôs RR cooperantes com $l_1 = l_2 = l_b = 1.0$ m manipulando um objecto com a orientação $\alpha_0 = 0^\circ$ e com diferentes comprimentos $l_0 = \{0.1, 1.0, 2.0\}$ m. . .	164
5.7	'Excitação' uniforme da cinemática $p \rightarrow q$ para dois robôs RR cooperantes com $l_1 = l_2 = 1$ m manipulando um objecto com o comprimento $l_0 = 2.0$ m e orientação $\alpha_0 = 0^\circ$ para diferentes distâncias entre robôs $l_b = \{0.1, 1.0, 2.0\}$ m.	165
5.8	'Excitação' uniforme da cinemática $p \rightarrow q$ para dois robôs RR cooperantes com $l_1 = l_2 = 1.0$ m manipulando um objecto com o comprimento $l_0 = 1.0$ m e diferentes orientações $\alpha_0 = -30^\circ, 0^\circ, +30^\circ$ graus. .	166
5.9	'Excitação' uniforme da cinemática $p \rightarrow q$ para dois robôs RR cooperantes ($l_1 = l_2 = l_b = 1.0$ m) manipulando um objecto com o comprimento $l_0 = 1.0$ m e orientação $\alpha_0 = 0^\circ$	169
5.10	'Excitação' uniforme da dinâmica $p \rightarrow q$ para dois robôs RR cooperantes $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 1.0$ m, $l_b = 1.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$ considerando o planeamento de trajectórias rectilíneas em toda a região de trabalho com aceleração constante de 1.0 ms^{-2}	169
5.11	Distribuição dos binários de dois robôs RR com juntas ideais, para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, no cálculo da dinâmica inversa sem controladores, para uma aceleração sinusoidal constante de 1.0 ms^{-2} nas trajectórias lineares.	170
5.12	Distribuição dos binários de dois robôs RR com juntas ideais, para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção do algoritmo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para uma aceleração sinusoidal constante de 1.0 ms^{-2} nas trajectórias lineares.	171
5.13	Comparação da distribuição dos binários de dois robôs RR com juntas ideais e juntas com folgas para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção dos algoritmos $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para uma aceleração constante de 1.0 ms^{-2} nas trajectórias lineares.	172
5.14	Comparação da distribuição dos binários de dois robôs RR com juntas ideais e juntas com flexibilidade, para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção dos algoritmos $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para uma aceleração constante de 1.0 ms^{-2} nas trajectórias lineares.	173

5.15 Comparação da distribuição dos binários de dois robôs RR com juntas ideais e juntas com atrito não linear, para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção de $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para uma aceleração constante de 1.0 ms^{-2} nas trajectórias lineares. 174

5.16 Forças Fx_1, Fx_2, Fy_1 e Fy_2 exercidas no objecto, na região de trabalho de dois robôs a trabalharem em cooperação para $l_b = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 0.1$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$ 175

5.17 Forças Fx_1, Fx_2, Fy_1 e Fy_2 exercidas no objecto, na região de trabalho de dois robôs a trabalharem em cooperação para $l_b = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 1.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$ 176

5.18 Forças Fx_1, Fx_2, Fy_1 e Fy_2 exercidas no objecto, na região de trabalho de dois robôs a trabalharem em cooperação para $l_b = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 2.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$ 177

5.19 Os binários T_{11}, T_{21}, T_{21} e T_{22} requeridos pelos robôs, na região de trabalho de dois robôs em cooperação para $l_b = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 0.1$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$ 178

5.20 Os binários T_{11}, T_{21}, T_{21} e T_{22} requeridos pelos robôs, na região de trabalho de dois robôs em cooperação para $l_b = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 1.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$ 179

5.21 Os binários T_{11}, T_{21}, T_{21} e T_{22} requeridos pelos robôs, na região de trabalho de dois robôs em cooperação para $l_b = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 2.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$ 180

5.22 Os binários T_{11}, T_{21}, T_{21} e T_{22} requeridos pelos robôs, na região de trabalho de dois robôs em cooperação para $l_b = 0.1$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 1.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$ 181

5.23 Os binários T_{11}, T_{21}, T_{21} e T_{22} requeridos pelos robôs, na região de trabalho de dois robôs em cooperação para $l_b = 2.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 1.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$ 182

5.24 Comparação da distribuição dos binários de dois robôs RR com juntas ideais para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção do algoritmo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, $l_b = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$ com objectos de dimensão $l_0 = \{0.8, 1.0, 1.2\}$ m. 183

5.25	Distribuição dos binários de dois robôs RR com juntas ideais para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção do algoritmo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, $l_0 = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$ para diferentes distâncias entre robôs $l_b = \{0.8, 1.0, 1.2\}$ m.	184
5.26	Distribuição dos binários de dois robôs RR com juntas ideais para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção do algoritmo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, $l_b = l_0 = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$, para diferentes configurações, $COE - COD$, $COE - COE$ e $COD - COD$	185
5.27	A frequência relativa do índice ϕ_2 em toda a região de trabalho para dois robôs RR com juntas ideais a manipular uma carga com $M_0 = 1.0$ kg $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção de $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, e $l_b \in \{0.1, 1.0, 2.0\}$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 \in \{0.1, 1.0, 2.0\}$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$	186
A.1	Robô manipulador com estrutura do tipo RR	194
A.2	O manipulador do tipo RR	196
C.1	Movimentos aleatórios do robô em $\{O, q_1, q_2\}$ dentro de uma determinada esfera, e respectivo mapeamento para o espaço operacional $\{O, x, y\}$, para o robô RR com: $\{l_1 = l_2 = 1\}$ m para uma grelha no espaço das juntas com $m = 24$ pontos com dimensão $\rho = 0.1$ rad com $n = 100$ pontos por esfera.	206
D.1	Diagrama de blocos	212
D.2	Diagrama de Bode em malha aberta do sistema de ordem fraccionária ilustrado na figura D.1, com $1 < \alpha < 2$	213
D.3	Lugar das raízes para o sistema de controlo ilustrado na figura D.1, com $1 < \alpha < 2$	213
D.4	Circuito eléctrico recursivo com elementos resistivos e capacitivos, $1 < i < n$	214
D.5	Diagrama de Bode do circuito eléctrico recursivo	215

Lista de símbolos

R	Junta Rotacional	13
L_1	dimensão do elo 1	14
L_2	dimensão do elo 2	14
q_i	coordenada de posição da junta q na junta i	14
J_{ig}	inércia do robô na junta i	14
m_i	massa do elo na junta i	14
$\{x, y\}$	coordenadas cartesianas	14
α_0	orientação do objecto	15
T_i	Binário do actuador i	17
$H(q)$	Matriz das inércias	17
$C(q, \dot{q})$	binários/forças coriolis/centrípetos	17
$G(q)$	binários/forças gravíticas	17
J^T	Jacobiano transposto	18
F_j	Força exercida no órgão terminal de cada robô j	18
L	lagrangeano	18
E_c	energia cinética	18
E_p	energia potencial	18
t	tempo	18
J_{im}	inércia do motor na junta i	21

q_{im}	posição do motor	21
h_i	folga na engrenagem	21
ε	coeficiente de restituição ou elasticidade do impacto	22
\dot{q}'_i	velocidades das inércias depois da colisão na junta i	22
\dot{q}'_{im}	velocidades das juntas e do motor depois da colisão na junta i	22
B_{im}	factor de amortecimento do motor na junta i	23
K_{im}	rigidez do motor na junta i	23
B_{ai}	atrito viscoso na junta i	24
K_{ai}	atrito de Coulomb na junta i	24
T_{max}	binário máximo do actuador	25
θ_c	inclinação real da superfície de restrição	26
$\{x_c, y_c\}$	coordenadas cartesianas associadas ao contacto na garra do robô	26
M_0	massa da superfície no ponto de contacto	26
B_0	o amortecimento da superfície de restrição	26
K_0	constante de rigidez da superfície de restrição	26
q_{i0}	robô está em contacto com a superfície de restrição e $F = 0$ N	27
$\{x_i, y_i\}$	posição no espaço operacional de cada robô	28
l_b	distância entre braços	28
l_0	dimensão do objecto	29
α_i	inclinação do contacto da mão do robô i	29
α_0	inclinação do objecto	29
χ_c	Posições cartesianas do referencial de contacto com a superfície de restrição	35
I	matriz identidade	35
S	matriz selecção	35
F_d	força desejada no órgão terminal	36
P	Junta Prismática	38
$e_i(t)$	diferença entre a posição de referência e a posição actual na junta i	38
K_p	ganho proporcional	38
T_d	constante de tempo derivativa	38
T_i	constante de tempo integral	38
Γ	função gamma	41
α	ordem fraccionária	41
K_{pp}	ganho de posição	41

Lista de símbolos

K_{ff}	ganho de força	41
μ	índice de manipulabilidade do robô	45
μ_i	sub-índices da manipulabilidade de robôs em cooperação	47
ρ	dimensão do raio da esfera	45
φ_i	índices que medem a redução de esforços entre os robôs	65
ϕ_i	índices que medem o equilíbrio dos robôs	72
f_{sim}	frequência de integração	78
f_c	frequência do controlador	78
e_{pi}	erro de seguimento na junta i	78
cs_{xc}	compressão da superfície de restrição	85
dq_i	velocidade na coordenada da junta i	89
$\hat{\theta}_c$	estimação da inclinação da superfície de restrição	104
ε	erro quadrático da trajectória	109
p	conjunto de coordenadas no espaço operacional n -dimensional	153
q	conjunto de coordenadas no espaço das articulações n -dimensional	154
\dot{p}	velocidade das coordenadas no espaço operacional n -dimensional	155
\dot{q}	velocidade das coordenadas no espaço das articulações n -dimensional	155
\ddot{p}	aceleração das coordenadas no espaço operacional n -dimensional	155
\ddot{q}	aceleração das coordenadas no espaço das articulações n -dimensional	155
$s(t)$	posição do robô	202
$v(t)$	velocidade do robô	202
$a(t)$	aceleração do robô	202
A	aceleração máxima do robô	202
T_{raj}	duração temporal da trajectória planeada	202

Lista de acrónimos

<i>RR</i> Rotacional Rotacional	10
<i>CF</i> Calculo Fraccional	13
<i>gdl</i> graus de liberdade	18
<i>CH</i> Controlador em Híbrido	33
<i>CC</i> Controlador em Cascata	36
<i>PID</i> Controlador Proporcional Integral Derivativo.....	39
<i>DIFs</i> Derivadas e Integrais Fraccionários	41
<i>COE</i> Configuração COtavelo Esquerdo.....	58
<i>COD</i> Configuração COtavelo dos Direito	58
<i>CH_{P,F}[PD^α, PI^β]</i> Controlador CH e algoritmos <i>PD</i> e <i>PI</i> de ordem fraccionária ..	84
<i>CC_{P,F}[PD^α, PI^β]</i> Controlador CC e algoritmos <i>PD</i> e <i>PI</i> de ordem fraccionária ...	84
<i>CH_{P,F}[PD, PI]</i> Controlador <i>CH</i> e algoritmos <i>PD</i> e <i>PI</i> de ordem inteira.....	84
<i>CC_{P,F}[PD, PI]</i> Controlador <i>CC</i> e algoritmos <i>PD</i> e <i>PI</i> de ordem inteira	84
<i>V_{sE}</i> Variáveis de Entrada.....	157
<i>V_{sS}</i> Variáveis de Saída	157
<i>f_{dp}</i> função densidade probabilidade	157

1

Introdução

1.1 Introdução à robótica

A automação e a robótica são áreas de investigação muito activas no desenvolvimento de sistemas que permitam reduzir, ou eliminar, a necessidade de intervenção humana em ambientes potencialmente perigosos, ou eventualmente inacessíveis ao ser humano. As aplicações práticas mais numerosas verificam-se ao nível dos robôs manipuladores industriais, com especial destaque para a indústria automóvel nomeadamente com a utilização dos robôs para a pintura, para a montagem e para a soldadura. Contudo, as aplicações já desenvolvidas revelam, sem margem para dúvidas, as fortes limitações ainda existentes.

Em muitos casos, o aumento da eficiência dos sistemas robóticos pode ser alcançado através da coordenação e da cooperação entre os robôs e pelo desenvolvimento de novas estratégias de controlo. À semelhança do ser humano, a realização de determinadas tarefas só é possível com a execução dos dois braços. A utilização de dois manipuladores pode aumentar a eficiência do sistema robótico reduzindo o esforço na execução das tarefas. Quando os robôs interactuam com objectos no espaço

de trabalho é frequentemente necessário realizar tarefas de manipulação com objectos longos e, se estes forem apenas suportados por um dos lados, usualmente são difíceis de carregar. Todavia, esta dificuldade pode ser ultrapassada se forem transportados e manipulados pela duas extremidades do objecto e, dessa forma, pode-se repartir a carga entre os robôs diminuindo o esforço em cada um deles.

Os manipuladores robóticos utilizados em cooperação podem realizar vários tipos de tarefas, tais como:

- manipulação de objectos de grandes dimensões,
- manipulação de objectos que excedam a capacidade de carga de um único robô,
- manipulação de objectos flexíveis ou que possam escorregar,
- manipulação de objectos delicados,
- manipulação e montagem de objectos com geometria complexa.

Porém, a existência de uma cadeia dinâmica fechada, corresponde aos vários elos e à carga, representa um novo desafio para o controlo de movimento dos robôs assim como para o domínio das forças internas que ocorrem em cada um dos intervenientes.

Como o controlo de um ou de vários manipuladores em cooperação representa problemas distintos, coloca-se a questão: será que os algoritmos desenvolvidos para o controlo de (apenas) um robô é adequado ao controlo de vários robôs cooperantes?

1.2 A Cooperação em sistemas robóticos

A exigência para a realização de tarefas complexas tem crescido significativamente na indústria, onde múltiplos robôs trabalham em cooperação na manipulação e na montagem de objectos. Nestas tarefas de cooperação existem diferentes condições de contacto entre os manipuladores robóticos e os objectos [1–5].

Existem diferentes possibilidades na colocação de vários robôs executando tarefas em conjunto [5–8], que muitas vezes são designadas por ligações "em série", "em paralelo" e "híbridas" de robôs.

A ligação em "série" entre robôs está apresentada na figura 1.1(a), onde um primeiro robô serve de apoio à base do segundo robô. Este tipo de cooperação pode ser utilizado para aumentar o alcance do manipulador e melhorar a mobilidade, vantagens que são idênticas aos manipuladores redundantes.

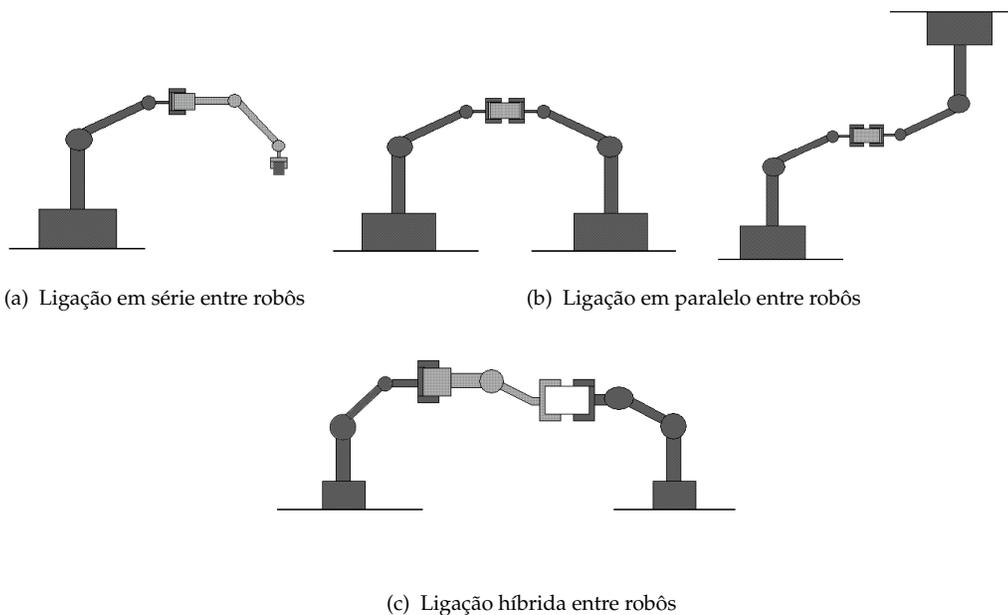


Figura 1.1. Dois Robôs em cooperação.

A ligação de manipuladores em "paralelo", geralmente é constituída por dois robôs

e um objecto, como se pode observar na figura 1.1(b). Esta forma de cooperação entre robôs resulta numa cadeia fechada, entre os robôs e o objecto e utiliza-se quando se pretende a manipulação de cargas longas ou pesadas, permitindo ainda um aumento da precisão de controlo da posição e da força [9–11].

Outra possibilidade de configuração entre robôs é a ligação “híbrida”, onde as configurações em série e em paralelo são ambas possíveis (figura 1.1(c)). Neste tipo de configuração é possível melhorar a precisão e reduzir as oscilações na manipulação do objecto.

1.3 Estratégias de controlo para robôs cooperantes

Um manipulador robótico é composto por diversos elos mecânicos interligados por eixos (rotacionais ou lineares) que são accionados por motores apropriados. Um sistema deste tipo é perfeitamente descrito pela geometria Euclidiana e pela mecânica clássica. Assim, a partir de leis bem conhecidas é possível encontrar um modelo e, a partir dele, estudar as propriedades e as características do sistema físico. Contudo, a prática demonstrou que ocorrem *a priori* dificuldades inesperadas e os modelos matemáticos são de obtenção difícil ou mesmo impossível, por via manual, devido à sua extensão e complexidade. Nesta perspectiva, têm vindo a ser proposta várias abordagens alternativas. A abordagem computacional no estudo de manipuladores robóticos poderá dar respostas a alguns problemas e, porventura, abrir novas questões.

A simulação é muito importante para este tipo de sistemas, apresentando-se assumidamente como uma ferramenta poderosa de concepção e de optimização, que pode até, ser utilizada para operações de teste [12].

A análise estatística constitui uma perspectiva de estudo que complementa a modelação clássica não excluindo a possibilidade, mesmo assim, de se conceberem modelos baseados noutras ferramentas matemáticas [13–15].

A título exemplificativo salientam-se as vantagens destas ferramentas para testar diferentes condições de manipulação e contacto ou vários algoritmos de controlo.

A inclusão de robôs na indústria automóvel, nos anos 70, motivou o estudo sobre a cooperação entre robôs. A realização de tarefas entre vários manipuladores deve ser realizada de forma coordenada devido às interacções cinemáticas e dinâmicas [1]. Constatou-se que as forças exercidas pelos manipuladores cooperantes no objecto deveriam ser minimizadas de modo a evitar danos, assim como, o consumo desnecessário de energia. Assim, decidiu-se aproveitar os graus de liberdade "excedentes" não só para o controlo de posição do objecto mas também para o controlo da força. Várias soluções surgiram para o controlo de robôs cooperantes manipulando objectos não deformáveis. Foram propostas várias estratégias de controlo, classificadas por "patrão/escravo", controlo de "posição/força" ou controlo "híbrido" e controlo de "impedância".

A estratégia "patrão/escravo", consiste no controlo separado e independente de dois robôs, onde um robô é o "patrão" e o outro é o "escravo". O "patrão" tem conhecimento da posição e o "escravo" tem conhecimento da força de contacto no objecto e da posição do "patrão" pela cinemática do objecto [1, 16]. Uma das vantagens deste método consiste na utilização de apenas um sensor de força. No entanto, uma das limitações do método "patrão/escravo", resulta da impossibilidade de ser utilizado na manipulação de objectos flexíveis ou com vários graus de liberdade e também a necessidade de ter um robô "escravo" suficientemente rápido de forma a seguir o robô "patrão" nos seus movimentos.

A posição do robô "escravo" é calculada pelo conhecimento da posição do robô "patrão", obtida através do sensor de força aplicado no objecto. No entanto, este

facto pode originar variações de força devido aos atrasos do algoritmo de controlo. Apesar dos resultados interessantes no acompanhamento das trajectórias esta estratégia pode sobrecarregar o robô "patrão" e, em consequência, apresentar problemas quando o objecto excede a capacidade de carga de um só robô, que é muitas vezes a razão para a existência de cooperação entre robôs.

Para resolver este problema, surgiram outras estratégias que procuraram a divisão óptima do controlo da carga através da optimização dos binários aplicados [17] ou através das solicitações de potência nos manipuladores [18].

O conceito de controlo de "posição/força" ou controlo "híbrido", foi proposto por Rainbert para um robô [19] e aplicado para múltiplos robôs a trabalharem em cooperação [20, 21], com estratégias de controlo muito semelhantes à proposta original. No entanto, o controlo híbrido não fornece uma estratégia atraente, porque faz a separação das coordenadas de posição e das coordenadas de força em dois sub-espacos. O modo para controlar a posição ou a força do robô depende de uma selecção baseada referenciais definidos pelo utilizador. Todavia, frequentemente as restrições são facilmente determinadas, tornar-se difícil fazer a selecção e, o controlo revela desempenhos muito fracos.

Ao contrário do controlo "híbrido", o controlo de "impedância" proposto por Hogan [22], consegue ultrapassar os problemas revelados no controlo híbrido. O controlo de impedância cria uma dependência dinâmica entre as variáveis do manipulador, tais como a posição, a velocidade e a força. Neste método não existe nenhuma selecção na estrutura de controlo para saber se o robô está no espaço livre ou em contacto. Tendo em atenção estas características foi proposta por vários investigadores a utilização desta estrutura de controlo na cooperação entre robôs [23–27].

Existem dois tipos de aproximações: a primeira impõe o comportamento a cada manipulador [28] e a impedância é dada pelo controlador; a segunda impõe o comportamento do objecto [29] e o esforço do controlador é obtido pelo comportamento desejado do objecto.

Posto isto, há numerosos fenómenos que é necessário estudar, tais como os atritos não lineares, as folgas na estrutura mecânica e a flexibilidade nas juntas, que se revelam de importância fundamental para um controlo preciso e estável das forças de interacção. Além disso outro fenómeno importante consiste nos impactos originados a quando do contacto dos robôs com o objecto [30, 31].

Estas técnicas de controlo de posição e de força encontram-se em desenvolvimento no caso de haver mais do que um robô a interagir em simultâneo [18, 32–36].

O controlo proposto neste trabalho relaciona os aspectos intrínsecos no estudo do controlo de posição/força de um robô e a sua aplicação ao estudo de multi-robôs a cooperarem entre si para executar uma determinada tarefa.

Nesta ordem de ideias, esta tese é composta por seis capítulos, incluindo a presente introdução, onde se descreve os métodos e os ensaios realizados, bem como o conteúdo dos capítulos que se seguem.

1.4 Motivação e Objectivos

O principal objectivo definido para esta tese consiste em estudar e desenvolver metodologias de análise e de controlo em robôs cooperantes. Geralmente os robôs manipuladores cooperantes são aplicados em tarefas que não podem ser executadas de modo satisfatório por um único robô. Se observarmos o ser humano, este utiliza os dois braços na execução de muitas tarefas e, por vezes, além dos dois braços é comum serem dois ou mais seres humanos a executam uma tarefa em cooperação. Pode-se dizer que dois ou mais robôs representam uma potencial vantagem sobre um único robô.

As tarefas realizadas por apenas um robô, nomeadamente a montagem, o polimento e a rebarbagem, que envolvem contacto, são melhor conduzidas através de controlo

de forças de interacção entre o manipulador e o ambiente.

A aplicação de multi-robôs a cooperarem entre si para executar uma determinada tarefa, começa por um conhecimento que permita a selecção da postura correcta dos manipuladores, das estratégias e dos algoritmos de controlo capazes de executa-la com um elevado desempenho.

1.5 Contribuições da Tese

As principais contribuições desta tese podem ser resumidas aos seguintes pontos:

- Análise dos problemas fundamentais tendo em vista uma melhor compreensão da cooperação de sistemas robóticos com base no estudo de modelos simplificados.
- Formulação de metodologias de avaliação do desempenho englobando os três níveis conceptuais requeridos no controlo: planeamento de trajectórias, cinemática e dinâmica.
- Desenvolvimento de algoritmos de controlo que exploram as características específicas do problema.
- Desenvolvimento de modelos e algoritmos para simulação. Estas ferramentas representam uma solução para alguns dos problemas associados ao projecto e à concepção de um sistema físico. O carácter paramétrico dos diversos módulos facilita a selecção e a avaliação dos manipuladores e dos algoritmos de controlo.

Em conclusão, este trabalho estuda o controlo de manipuladores cooperantes, seja explorando formas inovadoras seja prosseguindo, algumas das abordagens clássicas.

1.6 Organização da Tese

A presente secção delinea a organização do trabalho e introduz as principais questões analisadas.

No capítulo 2 apresenta-se a modelação de um e dois manipuladores cooperantes com dois graus de liberdade, sendo o estudo efectuado através de uma análise matricial e simbólica. Estabelecem-se as equações das cinemáticas directa e inversa de posição, de velocidade e de aceleração. Com base na cinemática, aborda-se o planeamento de trajectórias, quer no espaço das juntas, quer no espaço cartesiano. Na secção seguinte, analisam-se os modelos dinâmicos seja do robô ideal, seja com fenómenos dinâmicos nas juntas. Estuda-se o contacto do manipulador com a superfície de restrição e desenvolve-se a dinâmica para dois robôs a interagir com um objecto. Na última secção são apresentados diversas estratégias e algoritmos de controlo de posição e de força adequados ao caso de robôs cooperantes.

No capítulo 3 avalia-se a utilização de um e dois robôs na execução de determinadas tarefas. São apresentados diversos índices que permitem avaliar o desempenho de um ou dois manipuladores. Neste estudo paramétrico é testada a medida de manipulabilidade para um único robô RR e para dois robôs RR a trabalhar em cooperação. São abordadas várias interpretações desta medida, utilizando técnicas gráficas, ilustrando o espaço de trabalho e a manipulabilidade. É feita uma análise da manipulabilidade e da capacidade de dois braços robóticos a suportarem uma determinada carga, na região de trabalho, comparando os esforços da utilização de um e de dois manipuladores. É estudado o equilíbrio da carga entre os robôs cooperantes em toda a zona de trabalho.

No capítulo 4 efectua-se a análise do controlo de um robô a interagir com o ambiente de trabalho, descrevem-se os diversos tipos e estratégia de controlo e testam-se diferentes algoritmos de controlo. Analisam-se os efeitos do modelo da superfície

de restrição, assim como os impactos do manipulador no momento de contacto. Analisa-se o controlo de dois robôs a manipularem diferentes tipos de objectos e estuda-se o efeito dos fenómenos dinâmicos nas juntas.

No capítulo 5 aborda-se o problema da modelação através de uma análise estatística que se aplica a partir do conhecimento adquirido no estudo da cinemática e da dinâmica dos manipuladores robóticos, quer para um robô RR , quer para dois robôs RR a trabalharem em cooperação. Tirando partido deste trabalho, testam-se várias situações para analisar fenómenos mais complexos.

Por último, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões que decorrem do trabalho efectuado e consideram-se as perspectivas de desenvolvimento futuro.

Para além dos capítulos referidos a tese é ainda composta por quatro apêndices que contêm conceitos utilizados ao longo do trabalho. No apêndice A é apresentada a região de trabalho de um robô e são descritas as expressões relativas à cinemática do robô RR . No apêndice B define-se a distribuição de probabilidade normal bidimensional utilizada na tese.

No apêndice C descreve-se o planeamento das trajectórias implementadas nesta tese. Por último, no apêndice D apresenta-se uma breve introdução ao cálculo fraccionário ou cálculo integro-diferencial generalizado.

2

Modelação de sistemas robóticos

2.1 Introdução à modelação

Um manipulador robótico pode ser modelado como uma cadeia articulada de elos rígidos interligados por juntas rotacionais (R) ou prismáticas (P) movidas por actuadores. Uma das extremidades da cadeia encontra-se ligada a uma base de suporte, enquanto a outra é livre e possui um órgão terminal para a manipulação de objectos e a realização de tarefas.

O movimento combinado das juntas resulta no movimento dos elos que posicionam o órgão terminal. Nesta perspectiva, a modelação de robôs requer o estabelecimento da cinemática e da dinâmica dos manipuladores robóticos. A cinemática trata do estudo analítico da geometria do movimento de um braço robótico. A dinâmica relaciona as posições, velocidades e acelerações que ocorrem numa trajectória com as forças/binários fornecidos pelos actuadores. Ambos os níveis da modelação têm importância na simulação, na análise e na concepção mecânica dos manipuladores. Todavia, os robôs industriais apresentam fenómenos complexos que tornam difícil a sua análise. Desta forma, neste trabalho, apresentam-se alguns aspectos relativos

à sua modelação, tais como atritos, folgas nas engrenagens e flexibilidade nas juntas e ainda as limitações dos actuadores.

Uma vez desenvolvido um modelo torna-se necessário considerar o controlo do manipulador nomeadamente para as variáveis de posição/velocidade, bem como para as variáveis de força.

- O controlo de posição tem o objectivo de assegurar que uma sequência de movimentos planeados seja executada correctamente face a eventuais erros resultantes das limitações computacionais e mecânicas e perturbações exercidas. As estratégias de controlo de posição são adequadas para tarefas onde o manipulador não interacciona significativamente com os objectos na região de trabalho, tais como: a transferência de materiais, a pintura ou a soldadura por pontos.
- O controlo de posição/força é necessário em trabalhos que envolvam o controlo de posição segundo certas direcções no espaço de trabalho e nas restantes direcções um controlo de força de contacto entre o órgão terminal do robô e a superfície de restrição. As estratégias de controlo de posição/força são adequadas para tarefas que envolvem contacto, de que são exemplo a montagem, o polimento e a rebarbagem. Nestes casos deve adoptar-se uma estratégia de controlo das forças de interacção entre o manipulador e o ambiente.

Nos sistemas de produção da actualidade, onde se verifica uma grande utilização de sistemas robóticos, existe a possibilidade de ter vários robôs a trabalhar em cooperação. Nestes casos, a modelação e o controlo de um robô, apresentam aspectos dinâmicos complexos e a utilização de dois manipuladores dá origem a novos desafios aos algoritmos de controlo. Nas aplicações que consistem em levantar objectos de grandes dimensões, ou com massas elevadas, são necessários robôs de grande

porte e capazes de desenvolver elevados binários. Utilizando os robôs em cooperação pode-se repartir os esforços entre ambos e usar robôs de menores dimensões. Porém, esta abordagem acarreta uma maior complexidade na coordenação e na cooperação dos robôs, pelo que este tema tem sido abordado recentemente por vários investigadores. Em consequência, neste trabalho apresentam-se os modelos cinemático e dinâmico de um sistema robótico cooperante.

O presente capítulo está estruturado em sete secções. Na secção dois, faz-se uma abordagem da modelação de um e dois robôs em cooperação. Na secção três apresenta-se, sucintamente, a dinâmica directa e inversa. Na secção quatro ilustram-se os fenómenos dinâmicos das juntas dos robôs. Na secção cinco estuda-se o modelo do contacto do robô com a superfície de restrição. Na secção seis apresenta-se o modelo do contacto dos robôs cooperantes com o objecto e, por último, as diversas estratégias de controlo de posição e de força, diferentes algoritmos de controlo, nomeadamente, os controlador Proporcional-Integral-Diferencial (*PID*) e os controladores Fraccionários (*CF*).

2.2 Modelação dos sistemas robóticos

2.2.1 Um manipulador robótico

Os manipuladores mecânicos são constituídos por diversos elos, supostamente rígidos, interligados por articulações rotacionais (*R*) e lineares ou prismáticas (*P*).

O número, o tipo de articulações e a estrutura mecânica adoptada para cada manipulador dão origem a características e desempenhos distintos. As características de um manipulador robótico são influenciadas pelo tipo de estrutura do braço. Neste

estudo, considerou-se um robô do tipo RR (ou $2R$), isto é, com dois eixos rotacionais. A figura 2.1 ilustra um braço robô RR ideal (*i.e.*, sem fenómenos "adicionais" nos eixos), com comprimentos dos elos L_1 e L_2 onde as duas juntas rotacionais têm posições definidas pelos ângulos q_1 e q_2 .

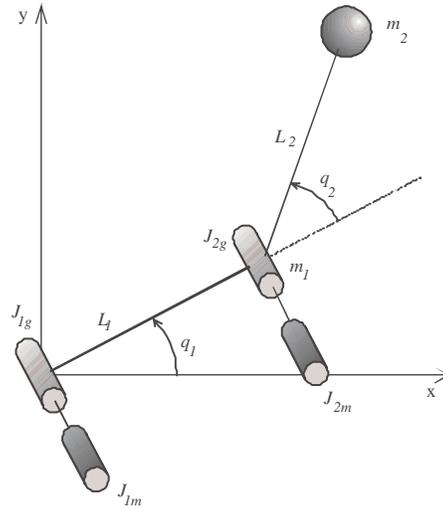


Figura 2.1. Robô manipulador com estrutura do tipo RR .

Nesta figura J_{ig} e J_{im} representam respectivamente a inércia do robô e do motor e m_i as massas para o elo $i = 1, 2$.

O controlo dos manipuladores passa pela compreensão da cinemática. Esta etapa da modelação trata as relações geométricas que envolvem as coordenadas na região de trabalho $\{x, y\}$ e as variáveis nas articulações $\{q_1, q_2\}$. Assim, consoante o sentido da transformação de coordenadas surgem duas possibilidades: a cinemática directa $\{q_1, q_2\} \implies \{x, y\}$ e a cinemática inversa $\{x, y\} \implies \{q_1, q_2\}$. Em qualquer dos casos, pode-se estabelecer uma relação diferencial (em ordem ao tempo) de onde resulta a cinemática diferencial.

Tendo em vista os objectivos do presente trabalho, é desenvolvida unicamente uma análise matricial e simbólica da cinemática dos robôs com dois eixos num sistema de coordenadas OXY .

O tratamento da cinemática do manipulador robótico está descrito no apêndice A deste trabalho, tratando as relações entre as posições, as velocidades e as acelerações do manipulador em ambos os sentidos da transformação de coordenadas.

2.2.2 Cooperação de dois manipuladores robóticos

Os manipuladores robóticos quando utilizados em cooperação numa ligação em paralelo, apresentam semelhança com o ser humano. Desta forma, podem-se realizar tarefas de manipulação de objectos longos e pesados.

Normalmente estes objectos quando são suportados por apenas um dos lados, podem ser muito difíceis de carregar. Nesta ordem de ideias a realização destas tarefas com dois braços é a forma mais rápida e precisa de o conseguir. Por exemplo, o ser humano utiliza muitas vezes os dois braços, apenas por auxílio e o objectivo passa por diminuir o esforço solicitado a cada braço.

Contudo, a existência de uma cadeia fechada de elos representa um novo desafio para os algoritmos de controlo dos movimentos e das forças internas de cada um dos robôs [37].

2.3 Cinemática do sistema robótico

Na Figura 2.2 está ilustrada a cooperação de dois manipuladores robóticos, assim como a sua comparação com o ser humano. Na figura 2.2(a) os robôs 1 e 2 estão distanciados entre si por uma distância l_b , o objecto têm um comprimento l_0 e uma orientação α_0 .

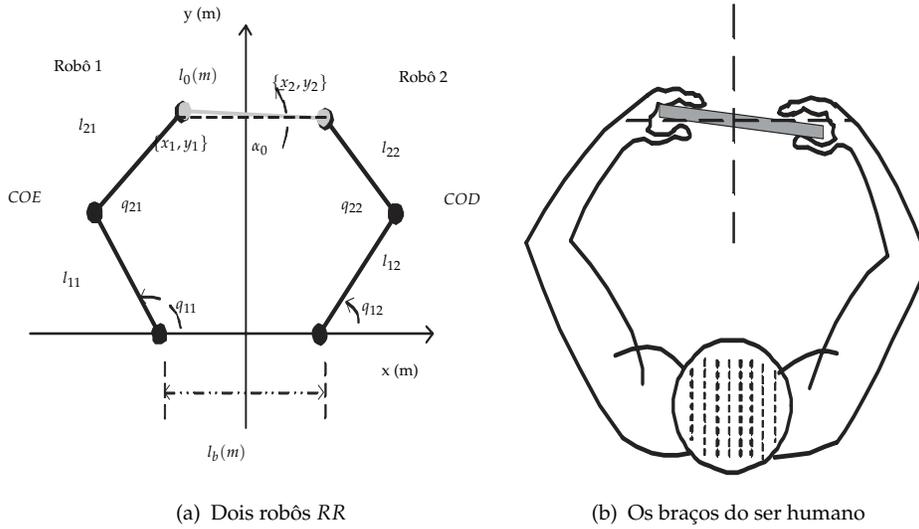


Figura 2.2. Dois manipuladores em cooperação.

Pode observar-se na figura 2.2(b) a semelhança da cooperação de dois manipuladores robóticos com a manipulação humana.

O modelo cinemático directo e inverso de posição de dois robôs RR , representados na figura 2.2, é descrito pelas equações 2.1 e 2.2, respectivamente. Na cinemática directa e inversa de posição de ambos os robôs, considerou-se a distância l_b , pelo que o sistema de coordenadas de referência se situa a uma distância $\frac{l_b}{2}$ entre cada uma das articulações, "ombro" dos robôs.

$$\begin{bmatrix} x_j \\ y_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{1j} \cos(q_{1j}) + l_{2j} \cos(q_{1j} + q_{2j}) \mp \frac{l_b}{2} \\ l_{1j} \sin(q_{1j}) + l_{2j} \sin(q_{1j} + q_{2j}) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\begin{bmatrix} q_{1j} \\ q_{2j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan^{-1} \left\{ \frac{y_j}{x_j \mp \frac{l_b}{2}} \right\} - \tan^{-1} \left\{ \frac{l_{2j} \sin(q_{2j})}{l_{1j} + l_{2j} \cos(q_{2j})} \right\} \\ \cos^{-1} \left\{ \frac{(x_j \mp \frac{l_b}{2})^2 + y_j^2 - l_{1j}^2 - l_{2j}^2}{2l_{1j}l_{2j}} \right\} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

2.4 Dinâmica do sistema robótico

A dinâmica relaciona as posições, as velocidades e as acelerações, que ocorrem numa trajectória do robô, com as correspondentes forças/binários requeridos aos actuadores [38].

A dinâmica segue as leis da física clássica e pode ser expressa através de uma relação diferencial:

$$\{q_i(t), \dot{q}_i(t), \ddot{q}_i(t)\} \xrightarrow{\text{Dinâmica Inversa}} \{T(t)\} \quad (2.3)$$

$$\{q_i(t), \dot{q}_i(t), \ddot{q}_i(t)\} \xleftarrow{\text{Dinâmica Directa}} \{T(t), q_i(t=0), \ddot{q}_i(t=0)\} \quad (2.4)$$

2.4.1 A dinâmica inversa

Na forma simbólica para um robô com n eixos, a dinâmica inversa pode ser traduzida por um conjunto de equações diferenciais não lineares da forma:

$$T = H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) - J^T F \quad (2.5)$$

onde T representa o vector $n \times 1$ dos binários dos actuadores, $J(q)$ é a matriz simétrica de dimensão $n \times n$ das inércias, $C(q, \dot{q})$ é o vector $n \times 1$ dimensional,

dos binários/forças coriolis/centrípetos, $G(q)$ é o vector $n \times 1$ dimensional dos binários/forças gravitacionais, J^T representa o jacobiano transposto e F é o vector, $n \times 1$ dimensional da força exercida no órgão terminal do robô.

Existem vários métodos para a obtenção das equações da dinâmica inversa, nomeadamente o método de *Newton-Euler*, que se obtém extraindo relações vectoriais de equilíbrio de forças/binários nos diversos elos, e o método de Lagrange, obtida a partir das energias cinética e potencial. O primeiro método conduz a expressões mais eficientes sob o ponto de vista computacional e o segundo possibilita uma obtenção mais simples e sistemática sob o ponto de vista analítico.

O comportamento dinâmico de um manipulador pode ser descrito por um conjunto de equações diferenciais, chamadas equações dinâmicas de movimento. As equações dinâmicas de um robô manipulador com n graus de liberdade $n - gdl$ pode-se obter facilmente a partir de:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = T \quad (2.6)$$

$$L = E_c - E_p \quad (2.7)$$

$$T = \frac{d}{dt} \left(\frac{dL}{dq} \right) - \frac{dL}{dq} \quad (2.8)$$

onde L é o lagrangeano, E_c é a energia cinética, E_p é a energia potencial, T é o binário/força generalizado, q é a coordenada generalizada e t é o valor da variável tempo.

Este formalismo requer o cálculo das energias cinéticas E_c e potenciais E_p dos elos do robô, para determinar o Lagrangeano L .

Para o caso do robô RR , sem fenômenos dinâmicos "adicionais" nas juntas, obtêm-se as seguintes expressões para a dinâmica inversa:

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -m_2 l_1 l_2 S_2 \dot{q}_2^2 - 2m_2 l_1 l_2 S_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ m_2 l_1 l_2 S_2 \dot{q}_1^2 \end{bmatrix} \quad (2.9a)$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} g(m_1 l_1 C_1 + m_2 l_1 C_1 + m_2 l_2 C_{12}) \\ g m_2 l_2 C_{12} \end{bmatrix} \quad (2.9b)$$

$$H(q) = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2) l_1^2 - m_2 l_2^2 + 2m_2 l_1 l_2 C_2 + J_{1m} + J_{1g} & m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 C_2 \\ -m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 C_2 & m_2 l_2^2 + J_{2m} + J_{2g} \end{bmatrix} \quad (2.9c)$$

onde $C_1 = \cos(q_1)$, $C_2 = \cos(q_2)$, $S_2 = \sin(q_2)$ e $C_{12} = \cos(q_1 + q_2)$.

2.4.2 A dinâmica directa

A dinâmica directa corresponde à dupla integração da expressão 2.10, ou seja:

$$\ddot{q} = H(q)^{-1} \left[T - C(q, \dot{q}) - G(q) \right] \quad (2.10)$$

$$\dot{q} = \int_0^t \ddot{q} dt + \dot{q}(0) \quad (2.11)$$

$$q = \int_0^t \dot{q} dt + q(0) \quad (2.12)$$

onde q , \dot{q} , \ddot{q} representam as posições, as velocidades e as acelerações das juntas do robô e T os binários das juntas. Normalmente, adopta-se um método numérico de integração que seja computacionalmente eficiente. Neste sentido, é de referir o algoritmo de *Runge-Kutta* de quarta ordem, pela sua simplicidade e baixo peso computacional. [39].

2.5 Fenómenos dinâmicos nas juntas dos robôs

Nos sistemas robóticos, frequentemente são estudadas estruturas do tipo *RR* com juntas ideais (*i.e.*, sem fenómenos "adicionais" nos eixos), conforme representado na figura 2.1. No entanto, os manipuladores robóticos apresentam características não lineares, tais como as folgas, a flexibilidade, o atrito nas juntas ou, a saturação nos actuadores. De seguida apresenta-se uma descrição resumida destes efeitos não lineares que afectam fortemente o desempenho e estabilidade dos controladores de posição e de força.

2.5.1 Juntas com folgas

Num robô existem frequentemente, engrenagens sujeitas à ocorrência de folgas, pelo que existem intervalos nos quais a transmissão mecânica de movimento entre dois componentes consecutivos é interrompida (figura 2.3).

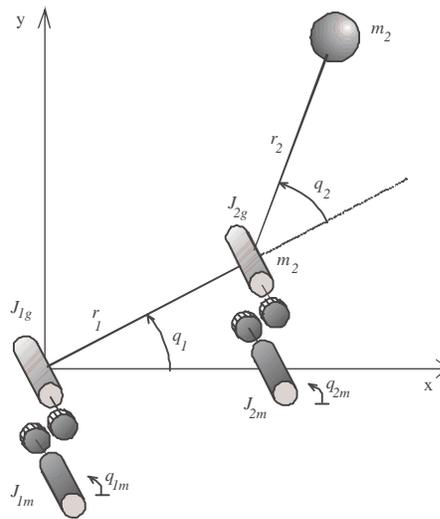


Figura 2.3. Robô com folgas nas engrenagens.

Na ocorrência de contacto entre dentes da engrenagem tem-se:

$$T = J_m \ddot{q}_m + B_m \dot{q}_m \quad (2.13)$$

onde os parâmetros J_m , B_m , e q_m , representam, respectivamente, a inércia após a engrenagem, a inércia do motor, o atrito viscoso do motor e a posição do motor.

Usando os princípios da conservação de energia e da quantidade de movimento, pode-se determinar o efeito das folgas e avaliar as suas consequências.

O estudo das folgas em engrenagens de manipuladores é de grande importância, pois estas afectam a exactidão do controlo (seja de posição, seja de força), podendo levar à ocorrência de instabilidades. A abordagem clássica à modelação do fenómeno da folga é de natureza geométrica (folga estática), entrando somente em linha de conta com a folga h_i ($i = 1, 2$) e desprezando os fenómenos dos impactos dinâmicos. No entanto, neste trabalho recorre-se a um modelo dinâmico para modelar o

efeito da folga considerando o efeito dos impactos. Uma forma frequente de descrever choques entre corpos com características das engrenagens é através do recurso à descrição de Newton. Este modelo relaciona as velocidades relativas imediatamente antes e após a colisão através do coeficiente de restituição (ε). Este coeficiente, cujo valor varia no intervalo $0 \leq \varepsilon \leq 1$, é determinado de forma experimental e o seu valor depende do material dos corpos em colisão. Através do coeficiente de restituição é também possível exprimir a quantidade de energia cinemática perdida na colisão. No caso da colisão ser perfeitamente elástica, o valor da restituição é $\varepsilon = 1$, querendo isto significar que nenhuma energia é perdida na colisão dos dois corpos. No outro extremo tem-se o caso das colisões perfeitamente inelásticas, em que $\varepsilon = 0$. Isto significa que a colisão provoca deformação permanente dos corpos em colisão e posteriormente os dois corpos movem-se em conjunto.

Tendo por base o exposto, na modelação destes fenómenos deve ter-se em conta que quando ocorre um impacto entre as inércias, e de acordo com o princípio da conservação do momento, resulta:

$$\dot{q}'_i = \frac{\dot{q}_i (J_{ii} - \varepsilon J_{im}) + \dot{q}_{im} J_{im} (1 + \varepsilon)}{J_{ii} + J_{im}} \quad (2.14)$$

$$\dot{q}'_{im} = \frac{\dot{q}_i J_i (1 + \varepsilon) + \dot{q}_{im} (J_{im} - \varepsilon J_{ii})}{J_{ii} + J_{im}} \quad (2.15)$$

onde $0 \leq \varepsilon \leq 1$ representa o coeficiente de restituição, ou constante de Newton que define a elasticidade do impacto ($\varepsilon = 0$ corresponde a impacto não elástico e $\varepsilon = 1$ a impacto elástico) e \dot{q}'_i e \dot{q}'_{im} são as velocidades das inércias, respectivamente, das juntas e do motor $i = 1, 2$ depois da colisão.

2.5.2 Juntas com flexibilidade

Nos robôs industriais, o accionamento não é directo (devido à existência de mecanismos de transmissão) pelo que se torna importante estudar os efeitos da flexibilidade nas juntas, figura 2.4.

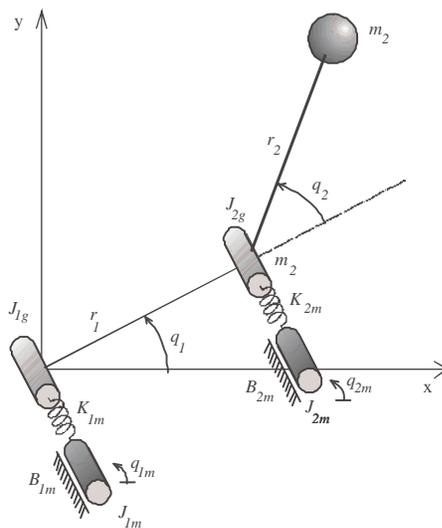


Figura 2.4. Robô com flexibilidade nas juntas.

Este fenómeno é usualmente modelado por uma mola que interliga o eixo do motor com o eixo da junta do robô, resultando nas expressões:

$$T = J_m \ddot{q}_m + B_m \dot{q}_m + K_m (q_m - q) \quad (2.16)$$

$$K_m (q_m - q) = H(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) \quad (2.17)$$

onde os parâmetros J_m , B_m , K_m são respectivamente, a inércia, o atrito viscoso e a elasticidade do motor e da transmissão [40].

2.5.3 Juntas com atrito não linear

A modelação dos atritos revela algumas dificuldades devido ao facto de estes serem dependentes de muitos factores, nomeadamente dos materiais em contacto, da temperatura e da humidade do ambiente de trabalho. Além disso, os atritos variam com o tipo de sistema, com o desgaste, entre outros factores. A fim de evitar uma grande complexidade na análise destes efeitos, têm-se adoptado modelos simples, nomeadamente com a formulação da força de atrito em função da velocidade relativa entre as duas superfícies em contacto. Assim, o binário de atrito é modelado da seguinte forma:

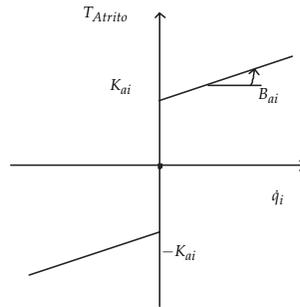


Figura 2.5. Atrito nas juntas.

$$T_{Atrito} = \begin{cases} K_{ai} + B_{ai}\dot{q}_i & \dot{q}_i > 0 \\ 0 & \dot{q}_i = 0 \\ -K_{ai} + B_{ai}\dot{q}_i & \dot{q}_i < 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

onde os parâmetros, B_{ai} , K_{ai} são o atrito viscoso e o atrito de Coulomb.

2.5.4 Juntas com saturação nos binários dos actuadores

A modelação da saturação nos actuadores das juntas é também estudada pois, frequentemente, os controladores requerem esforços (*i.e.*, binários dos actuadores) não exequíveis.

Os actuadores dos robôs industriais apresentam limitações físicas pelo que é também importante limitar os binários exercidos nos actuadores à sua faixa de operação, ou seja:

$$T = \begin{cases} +T_{max} & T \geq T_{max} \\ T & -T_{max} < T < T_{max} \\ -T_{max} & T \leq -T_{max} \end{cases} \quad (2.19)$$

onde T_{max} , representa o binário máximo do actuador.

2.6 Modelo dinâmico do sistema robótico

Nesta secção apresentam-se os modelos dinâmicos do robô e da superfície de restrição (*i.e.*, do ambiente), bem como o contacto do robô com a superfície de restrição.

No caso de dois manipuladores, o modelo dinâmico é uma cadeia fechada, onde os dois robôs manipulam uma determinada carga.

2.6.1 Modelo dinâmico do robô e da superfície de restrição

Na figura 2.6 está ilustrado o sistema de coordenadas cartesiano utilizado no espaço de trabalho onde θ_c apresenta a inclinação real da superfície de restrição.

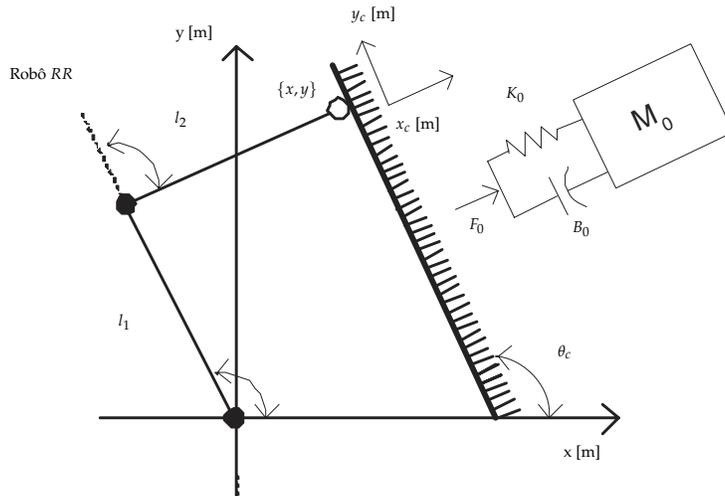


Figura 2.6. Sistema de coordenadas de um robô em interação com o ambiente.

Nesta figura l_i ($i = 1, 2$) corresponde ao comprimento de cada elo, $\{x, y\}$ são as coordenadas de referência, e $\{x_c, y_c\}$ as coordenadas cartesianas associadas ao contacto na garra do robô. Nesta figura F_0 é a força de contacto da mão, M_0 é a massa da superfície no ponto de contacto, B_0 a constante de amortecimento e K_0 a constante de rigidez do modelo dinâmico da superfície de restrição. O contacto com a superfície de restrição é modelado como um sistema dinâmico linear através de três parâmetros de acordo com a equação diferencial:

$$F_0 = M_0\ddot{x} + B_0\dot{x} + K_0x \quad (2.20)$$

O sistema de coordenadas cartesianas $\{x_c, y_c\}$ constitui o espaço associado ao contacto da mão do robô utilizado no espaço das tarefas como representado na figura 2.6. O sistema total composto pelo robô e pelo ambiente é descrito pelas equações:

$$F_{xc0} = M\ddot{x}_c + B_0\dot{x}_c + K_0(x_c - x_{c0}) \quad (2.21)$$

$$x_{c0} = l_1 \sin(\theta_c - q_{10}) + l_2 \sin(\theta_c - q_{10} - q_{20}) \quad (2.22)$$

$$x_c = l_1 \sin(\theta_c - q_1) + l_2 \sin(\theta_c - q_1 - q_2) \quad (2.23)$$

$$\dot{x}_c = -l_1\dot{q}_1 \cos(\theta_c - q_1) - l_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos(\theta_c - q_1 - q_2) \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_c = & -l_1\ddot{q}_1 \cos(\theta_c - q_1) - l_2(\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) \cos(\theta_c - q_1 - q_2) \\ & -l_1\dot{q}_1^2 \sin(\theta_c - q_1) - l_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 \cos(\theta_c - q_1 - q_2) \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$F_y = -F_{xc} \sin(\theta_c) \quad (2.26)$$

$$F_x = F_{xc} \cos(\theta_c) \quad (2.27)$$

A variável q_{i0} representa o valor de q_i ($i = 1, 2$) para $t = 0$ [s] supondo que o sistema está em repouso (isto é, que o robô está em contacto com a superfície de restrição e que $F_0 = 0$ [N]).

2.6.2 Modelo dinâmico da cooperação de dois robôs

A figura 2.7 apresenta dois robôs com estruturas do tipo *RR* a manipularem um determinado objecto, onde os robôs 1 e 2 apresentam, respectivamente, configurações *COE* e *COD*.

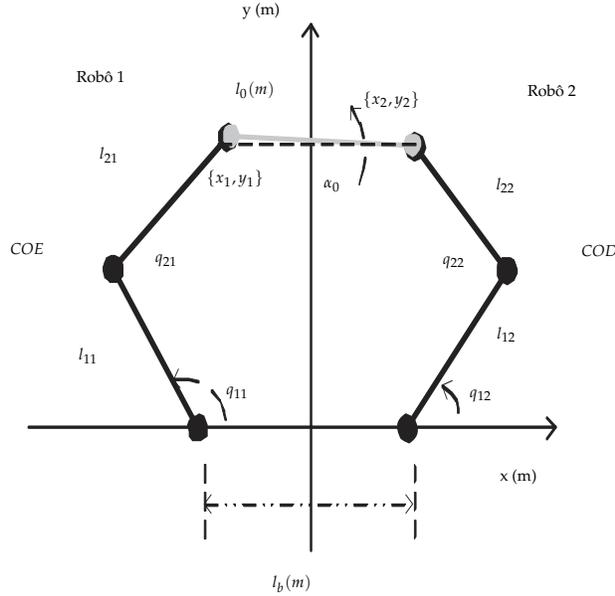


Figura 2.7. Dois robôs RR a trabalhar em cooperação na manipulação de um objecto com comprimento l_0 , orientação α_0 e com uma distância l_b entre os ombros.

Nesta figura α_0 representa a inclinação do objecto, l_0 o comprimento, l_b a distância entre os ombros, $\{x_i, y_i\}$, representa a posição no espaço operacional de cada robô e l_{ij} representam os elos ($i = 1, 2$) dos robôs ($j = 1, 2$).

A dinâmica inversa de cada robô com n eixos, pode ser expressa por um conjunto de equações diferenciais não lineares da forma:

$$T_{ij} = H_{ij}(q)\ddot{q} + C_{ij}(q, \dot{q}) + G_{ij}(q) - J_{ij}^T F_i \quad (2.28)$$

onde T_{ij} representa o vector $n \times 1$ dos binários dos actuadores de cada robô, $H_j(q_i)$ é a matriz simétrica com dimensão $n \times n$ das inércias de cada robô, $C_j(q_i, \dot{q}_i)$ é o vector $n \times 1$ dimensional, dos binários/forças coriolis/centrípetos de cada robô e $G_j(q_i)$ é o vector, $n \times 1$ dimensional dos binários/forças gravitacionais de cada robô, J_j^T representam o jacobiano transposto de cada robô e F_i é o vector, ($n \times 1$)

dimensional da força exercida no órgão terminal do robô.

O modelo dinâmico do objecto com os dois robôs, pode ver-se na figura 2.8 que a seguir se apresenta. O contacto de cada robô com a superfície de restrição é modelado como um sistema dinâmico linear através de dois parâmetros, em cada ponto de contacto, a constante de amortecimento B_i e a constante de elasticidade K_i .

Neste modelo considerou-se para o objecto uma massa M_0 e uma dimensão l_0 com valor constante.

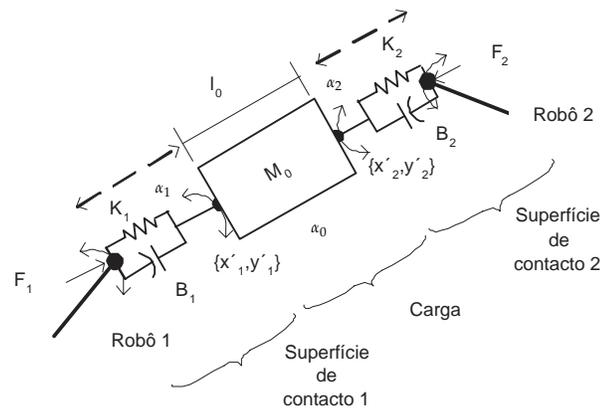


Figura 2.8. O modelo do contacto do objecto.

Neste modelo do contacto de cada robô no objecto, cada robô apresenta uma força de contacto F_i ($i = 1, 2$) na superfície de restrição, a massa M_0 da superfície representa o ponto de contacto, $\{x'_i, y'_i\}$ representam as coordenadas cartesianas associadas ao contacto da mão de cada robô. As forças aplicadas na superfície do objecto dependem da inclinação do objecto e também da posição e orientação dos robôs .

As seguintes equações explicitam as forças de contacto, as posições, as velocidades e as acelerações no objecto, assim como o binário de torção e rotação do objecto:

$$\Delta x_i = x_i - x'_i \quad (2.29)$$

$$F_i = K_i \Delta x_i + B_i \Delta \dot{x}_i \quad (2.30)$$

$$\begin{cases} Fx_i = F_i \cos(\alpha_i) \\ Fy_i = F_i \sin(\alpha_i) \end{cases} \quad (2.31)$$

$$\begin{cases} Fx_1 - Fx_2 = M_0 \times A_x \\ Fy_1 - Fy_2 = M_0 \times A_y + M_0 g \end{cases} \quad (2.32)$$

$$\begin{cases} x'_i = x_0 + \frac{l_0}{2} \cos(\alpha_0) \\ y'_i = y_0 + \frac{l_0}{2} \sin(\alpha_0) \end{cases} \quad (2.33)$$

$$\begin{cases} \frac{dx'_i}{dt} = \frac{dx_0}{dt} + \frac{l_0}{2} \sin(\alpha_0) \frac{d\alpha_0}{dt} \\ \frac{dy'_i}{dt} = \frac{dy_0}{dt} - \frac{l_0}{2} \cos(\alpha_0) \frac{d\alpha_0}{dt} \end{cases} \quad (2.34)$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 x'_i}{dt^2} = \frac{d^2 x_0}{dt^2} + \frac{l_0}{2} \sin(\alpha_0) \frac{d^2 \alpha_0}{dt^2} + \frac{l_0}{2} \cos(\alpha_0) \frac{d\alpha_0}{dt} \\ \frac{d^2 y'_i}{dt^2} = \frac{d^2 y_0}{dt^2} - \frac{l_0}{2} \cos(\alpha_0) \frac{d^2 \alpha_0}{dt^2} + \frac{l_0}{2} \sin(\alpha_0) \frac{d\alpha_0}{dt} \end{cases} \quad (2.35)$$

$$\begin{cases} T = F_2 \cos \left\{ \left[\frac{\pi}{2} - (\alpha_0 + \alpha_2) \right] \right\} \frac{l_0}{2} - F_1 \cos \left\{ \left[\frac{\pi}{2} - (\alpha_0 + \alpha_1) \right] \right\} \frac{l_0}{2} \\ \frac{d^2 \alpha_0}{dt^2} = \frac{T}{M_0} \end{cases} \quad (2.36)$$

onde Δx , $\Delta \dot{x}$, representam a variação da posição e da velocidade da superfície de contacto i , a constante A , representa a aceleração e as variáveis $\{x_0, y_0\}$ referem o centro do objecto.

A equação 2.30 representa a força exercida na superfície do objecto por cada robô. A equação 2.31 decompõe a força segundo os eixos de referência. A equação 2.32

descreve a força de contacto nas extremidades do objecto. As equações 2.33 a 2.35 referem, respectivamente, a posição, a velocidade e a aceleração do objecto. Por último, a equação 2.36 modela o momento de torção do objecto.

2.7 Análise dinâmica e controlo de manipuladores

O objectivo de um algoritmo de controlo consiste em assegurar que uma sequência de movimentos planeados seja executada correctamente face aos erros imprevisíveis resultantes das limitações da precisão computacional e de efeitos mecânicos indesejados, tais como, o atrito ou as folgas, e também compensar outras perturbações exercidas.

A formulação básica de um algoritmo de controlo consiste na medição da posição do braço manipulador durante o movimento, na comparação com a posição desejada e, conseqüentemente, no desenvolvimento de uma actuação com vista a eliminar o eventual erro e/ou cumprir outros objectivos. No controlo de movimento de robôs há que considerar dois aspectos: os modelos dinâmicos do manipulador e as leis de controlo.

O primeiro aspecto passa pelo estudo da dinâmica do braço do robô, o qual é importante para a simulação dos movimentos. Este permite testar diferentes estratégias de controlo sem que isso implique custos e eventuais problemas mecânicos que podem ocorrer com a experimentação em robôs reais. É ainda de salientar que o estudo da dinâmica é também importante para a análise do manipulador na sua concepção mecânica.

O segundo aspecto envolve o estudo do algoritmo de controlo. Geralmente, o movimento de um braço robótico é realizado em duas fases distintas. Numa primeira fase, em que o braço se move de uma posição inicial para a proximidade do ponto desejado, é possível um controlo *grosseiro*. Numa segunda fase o braço interage dinamicamente com o objecto, utilizando a informação dos sensores para completar a tarefa, o que requer um controlo *fino* do movimento.

Nesta perspectiva, o desenvolvimento de algoritmos de controlo visa a regulação das variáveis posição, velocidade e força/binário de acordo com as tarefas a executar. Desta forma, são apresentadas várias alternativas de controlo, nomeadamente: controladores lineares *versus* controladores não lineares, bem como controladores baseados em modelos. Uma outra maneira de classificar os algoritmos tem a ver com o espaço onde é feito o controlo, ou seja no espaço cartesiano ou no espaço das juntas.

2.7.1 Algoritmos de controlo de força

Os algoritmos de controlo de força de robôs manipuladores podem classificar-se de acordo com as relações entre variáveis que utilizam. Assim, é possível ter:

- Metodologias que utilizam a relação entre a posição do elemento terminal e a força aplicada no ambiente. Neste caso, inserem-se os algoritmos de controlo de rigidez através de realimentação da posição e o controlo de rigidez com realimentação da força [2].
- Metodologias que controlam directamente, mas em separado a posição e a força. Para este propósito, inserem-se os algoritmos de controlo híbrido [19] e

híbrido de impedância [41].

- Metodologias que utilizam directamente a realimentação da força de contacto, como seja o controlo explícito de força.

No presente trabalho apenas se referem os algoritmos de controlo híbrido de controlo em cascata como o controlo de impedância ou de admitância que se apresentam de seguida.

2.7.2 Controlo híbrido

Este tipo de controlador adopta um algoritmo que envolve um controlo de posição, segundo certas direcções do espaço de trabalho, e um controlo da força de contacto (entre o órgão terminal do robô e a superfície de restrição) nas restantes direcções.

Na figura 2.6 esquematizaram-se os modelos dinâmicos do robô e da superfície de restrição (*i.e.*, do ambiente), e na figura 2.8 a cadeia fechada dos robôs a manipulando uma carga.

Com base nestes modelos, a figura 2.9 apresenta o diagrama de blocos do algoritmo de controlo Híbrido (*CH*), onde para os sub-controladores de posição e de força podem ser adoptados seja algoritmos lineares seja algoritmos não lineares.

Neste diagrama y_{cd} e F_{cd} representam a posição e a força desejada, S a matriz selecção, I a matriz identidade, J_c a matriz do jacobiano do manipulador, q_{es} o erro de posição das juntas, T_P o binário resultante do anel de posição, T_F o binário resultante do anel de força, T_{FF} é o binário *feedforward* e q e F_c a posição e a força de contacto do robô na superfície de restrição.

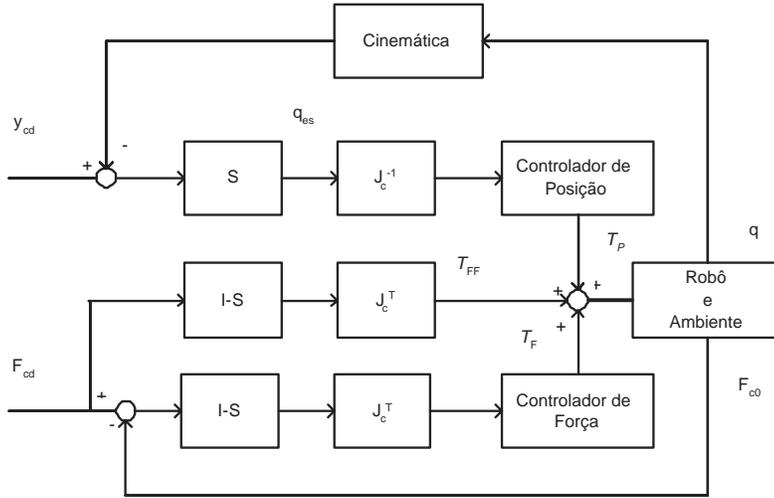


Figura 2.9. Controlador híbrido.

Para um controlo da força na direcção x_c e de posição na direcção de y_c , resultam as seguintes expressões:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$J_c^{-1}(q) = \frac{1}{j_{c11}j_{c22} - j_{c12}j_{c21}} \begin{bmatrix} j_{c11} & j_{c12} \\ j_{c21} & j_{c22} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$J_c(q) = \begin{bmatrix} -l_1 \cos(\theta_c - q_1) - l_2 \cos(\theta_c - q_1 - q_2) & -l_2 \cos(\theta_c - q_1 - q_2) \\ l_1 \sin(\theta_c - q_1) - l_2 \sin(\theta_c - q_1 - q_2) & l_2 \sin(\theta_c - q_1 - q_2) \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$\det[J_c(q)] = l_1 l_2 \sin q_2 \quad (2.40)$$

$$\chi_c = \begin{cases} x_c = l_1 \sin(\theta_c - q_1) - l_2 \sin(\theta_c - q_1 - q_2) \\ y_c = l_1 \cos(\theta_c - q_1) - l_2 \cos(\theta_c - q_1 - q_2) \end{cases} \quad (2.41)$$

$$J_c(q)(I - S) = \begin{bmatrix} -l_1 \cos(\theta_c - q_1) - l_2 \cos(\theta_c - q_1 - q_2) & 0 \\ l_2 \cos(\theta_c - q_1 - q_2) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$J_c^{-1}(q)(S) = \frac{1}{l_1 l_2 \sin q_2} \begin{bmatrix} 0 & -l_2 \cos(\theta_c - q_1 - q_2) \\ 0 & -l_1 \cos(\theta_c - q_1) - l_2 \cos(\theta_c - q_1 - q_2) \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

onde à variável χ_c correspondem as posições cartesianas do referencial de contacto com a superfície de restrição.

Alternativamente, para um controlo da força no plano y_c e a posição na direcção de x_c , resultam as seguintes expressões:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

onde a matriz I é a matriz identidade (de dimensão $n \times n$) e S é a matriz de selecção (matriz diagonal de dimensão $n \times n$) com elementos iguais a "1" nas direcções controladas em posição e "0" nas direcções controladas em força.

2.7.3 Controlo em cascata

Na figura 2.10 está ilustrada a estrutura de controlo em cascata ou impedância. Nesta estrutura, o controlador secundário inicia uma acção correctiva antes da perturbação d_2 atingir a saída $y(t)$.

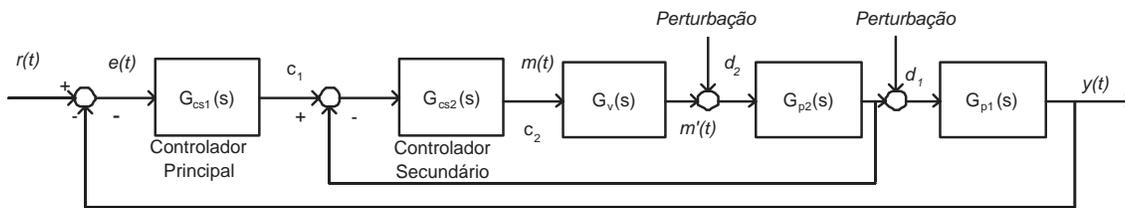


Figura 2.10. Controlador em cascata.

No caso do controlo de cascata (CC) na figura 2.11, o controlador primário é o controlador de posição. Este fornece uma força virtual (F_d) que é utilizada como a entrada no controlador secundário. Por sua vez o controlador secundário efectua o respectivo controlo da força fornecendo os binários (T) necessários aos actuadores do manipulador. Deste modo consegue-se o controlo de posição e de força dos robôs.

Se se considerar o controlador primário como o controlador de força, podemos considerar que temos um algoritmo de admitância. Por outro lado, nos sub controladores de posição e de força podem ser adoptados algoritmos lineares bem como algoritmos não lineares.

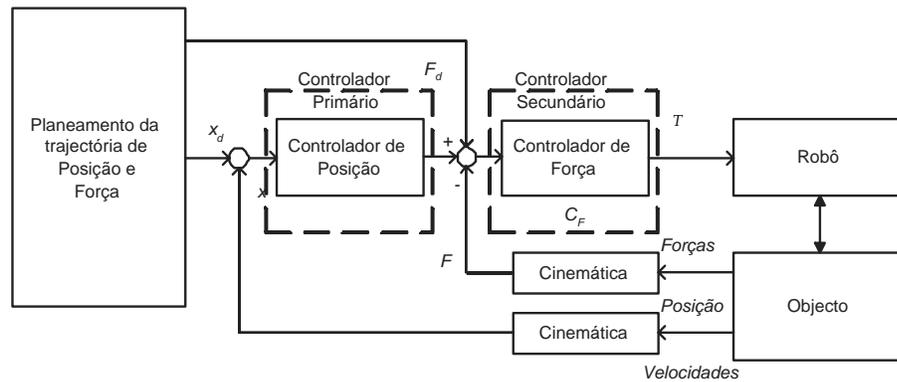


Figura 2.11. Controlador de impedância.

2.7.4 Os Controladores *PID* de ordem inteira

A figura 2.12 apresenta a estrutura básica deste tipo de controladores lineares no diagrama de blocos. O algoritmo é idêntico para cada junta do manipulador.

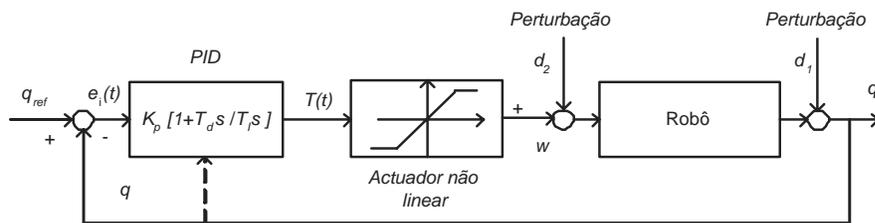


Figura 2.12. Controlador *PID*.

O sinal de controlo aplicado ao sistema é calculado em função da variável que se pretende controlar em que o sinal de saída é comparado com um valor de referência (*set-point*) e a sua diferença (erro) é utilizada para calcular o valor do sinal de controlo.

$$T(t) = K_p \left[e_i(t) + T_d \frac{de_i(t)}{dt} + \frac{1}{T_i} \int_0^t e_i(t) dt \right] \quad (2.46)$$

$$\frac{T(s)}{E_i(s)} = K_p \left[1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right] \quad (2.47)$$

onde $T(t)$ é o binário a aplicar nos actuadores e $e_i(t)$ é a diferença entre a posição de referência e a posição actual.

O controlo proporcional (P) consiste numa constante multiplicativa K_p que actua sobre o erro. Por outras palavras, a acção de comando gerado pelo controlador é proporcional à diferença entre o valor de referência desejado e o valor da saída. Um controlador proporcional consiste essencialmente num amplificador com ganho ajustável, que tem a vantagem de não introduzir atrasos e a limitação de apresentar um erro em regime permanente. O erro estacionário pode ser minimizado através de um aumento de K_p , mas deve ter-se em consideração que o aumento deste parâmetro conduz a um aumento do tempo de estabelecimento e eventualmente a uma instabilidade no sistema.

A introdução do termo integrador (I) num controlador tem por finalidade eliminar o erro em regime permanente para valores de referência constante mas, em contrapartida, aumenta o tempo de estabelecimento e introduz atrasos que diminuem a estabilidade.

A variável T_i , tempo integral, é o tempo necessário para que a contribuição da acção integral iguale a da acção proporcional. A componente integral elimina o erro estacionário de posição. Todavia aumenta o tempo de estabelecimento e piora a estabilidade relativa. Como consequência, o ganho da acção proporcional deve ser reduzido sempre que esta esteja combinada com a acção integral.

O termo derivativo (D) é responsável pela diminuição da sobre elevação (*overshoot*)

e do tempo de estabelecimento, melhorando a estabilidade. Neste termo a variável T_d (tempo derivativo) é o período de tempo antecipado pela acção derivativa relativamente à acção proporcional. O facto do sinal de controlo ser proporcional à taxa de variação do erro, implica que o modo derivativo nunca possa ser usado exclusivamente, uma vez que só responde a regimes transitórios. A adição do modo derivativo ao modo proporcional resulta num controlador altamente sensível, dado que o primeiro, ao responder a uma taxa de variação do erro, permite correcções antes deste sofrer outra variação. Ainda que o modo derivativo não afecte directamente o erro estacionário, adiciona amortecimento ao sistema, melhorando a sua estabilidade, permitindo o uso de valores de K_p mais elevados, o que implica um menor erro estacionário. Uma das grandes desvantagens deste tipo de acção de controlo consiste no facto de ser bastante sensível ao ruído de alta frequência.

Na decisão sobre os componentes do controlador *PID* a utilizar, e à sintonização dos seus parâmetros no controlo de sistemas robóticos deve-se ter em conta os requisitos a satisfazer. A selecção do controlador deve depender das condições operativas do sistema e de especificações de desempenho tais como: o erro estacionário máximo, a sobre-elevação máxima e o tempo de estabelecimento permitido. Se o erro estacionário não é tolerado, então o modo integral deve ser incluído no controlador, visto que esta é a única acção que o permite reduzir ou eliminar. A necessidade da acção derivativa pode ser ditada por uma sobre elevação máxima e/ou tempo de estabelecimento admissíveis. Como regra geral, pode-se afirmar que a acção proporcional é utilizada com vista a obter um determinado tempo de subida, que se adiciona ao modo derivativo para obter uma determinada sobre-elevação. O modo integral só deve ser introduzido para eliminar o erro estacionário.

Os controladores possuem parâmetros ajustáveis que permitem alterar o seu comportamento. A sua sintonia é conseguida, de modo a obter o melhor desempenho para uma dada aplicação. Uma das áreas interessantes da teoria de controlo, e com muita aplicação prática, é a sintonia dos controladores e esta pode ser efectuada de diversas formas: recorrendo ao modelo matemático do sistema ou, em alternativa, mediante a realização de ensaios experimentais, controladores adaptativos, ou outros métodos de sintonia: *Ziegler-Nichols*, *Cohen-Coon*, etc .

2.7.5 Os Controladores *PID* de ordem fraccionária

A aplicação da teoria do cálculo fraccionário à robótica encontra-se ainda num estágio embrionário, mas os progressos recentes nas áreas do caos e dos fractais têm mostrado aspectos promissores para desenvolvimentos futuros [42–47]. Assim, esta secção estuda o controlo posição/força de manipuladores robóticos usando algoritmos de ordem fraccionária.

Nesta sub-secção apresentam-se os controladores de cálculo fraccionário (*CF*) nos anéis de controlo de posição e de força.

$$T(s) = K_p \left[1 + T_d s^\alpha + \frac{1}{T_i s^v} \right] E(s) \quad (2.48)$$

onde α e v representam a ordem de diferenciação fraccionária para o algoritmo clássico, $0 \leq \alpha \leq 1$ e $0 \leq v \leq 1$.

A definição matemática de uma derivada ou de um integral de ordem fraccionária

tem sido objecto de abordagens diferentes.

No que diz respeito à equação (2.48) deve-se referir que a definição matemática de uma derivada de ordem fraccionária tem sido objecto de várias aproximações diferentes [42]. Por exemplo, as equações (2.49) e (2.50), representam as definições de Laplace (para condições iniciais nulas) e de Grunwald-Letnikov da derivada fraccionária de ordem α do sinal $x(t)$.

$$D^\alpha[x(t)] = \mathcal{L}^{-1}\{s^\alpha X(s)\} \quad (2.49)$$

$$D^\alpha[x(t)] = \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \Gamma(\alpha + 1)}{\Gamma(k + 1) \Gamma(\alpha - k + 1)} x(t - kh) \right] \quad (2.50)$$

onde Γ é a função *Gama* e h o incremento de tempo. Neste trabalho, para implementar um algoritmo de ordem fraccionária (CF), é adoptada uma aproximação de Padé discreta de quarta ordem no numerador e denominados ($a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij} \in \mathbb{R}, i, j = 1, 2$) resultando uma equação no domínio Z do tipo:

$$C_P(z) \approx K_{pp} \frac{a_0 z^k + a_1 z^{k-1} + \dots + a_k}{b_0 z^k + b_1 z^{k-1} + \dots + b_k} \quad (2.51a)$$

$$C_F(z) \approx K_{ff} \frac{c_0 z^k + c_1 z^{k-1} + \dots + c_k}{d_0 z^k + d_1 z^{k-1} + \dots + d_k} \quad (2.51b)$$

onde $C_P(z)$ é o controlador de posição, $C_F(z)$ o controlador de força, K_{pp} é o ganho do controlador de posição e K_{ff} o ganho do controlador de força.

Alguns dos conceitos básicos fundamentais do cálculo de derivadas e integrais de ordem fraccionária estão apresentados no apêndice D.

3

Índices cinemáticos e medidas de avaliação de desempenho

3.1 Introdução aos índices cinemáticos

A escolha de um mecanismo robótico depende da tarefa ou do tipo de trabalho a efectuar. A selecção é determinada pela posição do robô, pelas suas dimensões e pela sua estrutura e, geralmente, é feita através da experiência e da intuição. Portanto, torna-se importante conceber uma medida quantitativa da capacidade da manipulação dos braços do robô, tanto em posição como em orientação, o que pode ser útil na concepção do robô [48], no controlo e no planeamento das trajectórias para efectuar as tarefas. Nesta perspectiva, foi proposto por *Yoshikawa* [49] o conceito de medida de manipulabilidade cinemática [50]. Posteriormente este e outros investigadores tentaram generalizar o conceito para a manipulação dinâmica [51, 52] ou, alternativamente, para uma avaliação estatística da manipulação [15, 53, 54]. Também foram investigados outros aspectos referentes à coordenação de dois robôs em relação a um objecto, colisão e espaço livre [16, 55–58].

A análise da manipulabilidade e da capacidade de dois braços robóticos suportarem uma determinada carga, na região de trabalho, leva-nos também a estudar a redução de esforços e o equilíbrio das massas nos robôs cooperantes. Assim, é necessário conceber uma medida quantitativa da capacidade de redução de esforços nas juntas dos robôs, bem como medidas de equilíbrio entre os mesmos [32, 59, 60]. Neste estudo foi investigado o fenómeno da singularidade cinemática para um e dois robôs.

Importa agora tratar da manipulabilidade, pelo que são apresentadas interpretações de algumas medidas, utilizando perspectivas numérica e gráfica. Para conseguir este intento, analisa-se o robô *RR* e de seguida alarga-se o conceito para dois robôs *RR* a trabalhar em cooperação. [61–63].

Este capítulo é organizado da seguinte maneira. Na secção dois e três apresenta-se respectivamente os sistemas de manipulação robótica, e o desenvolvimento do método numérico para análise da manipulação entre sistemas robóticos. Baseado neste novo método, nas secções quatro e cinco estuda-se o desempenho do sistema de um e dois manipuladores e faz-se uma avaliação do espaço de trabalho de um sistema com dois braços a actuar em cooperação. Nas secções seis e sete apresenta-se uma formulação de índices de desempenho, e uma análise da distribuição dos binários. Na secção oito são mostradas as medidas de redução de esforços e equilíbrio entre cargas. Por último, na secção nove tecem-se as conclusões relativas aos tópicos abordados neste capítulo.

3.2 A manipulação robótica

A manipulação interfere com a eficiência robótica no espaço de trabalho dum ponto de vista do objecto de manipulação. Para um braço, a manipulação cinemática é definida por Yoshikawa [49] como:

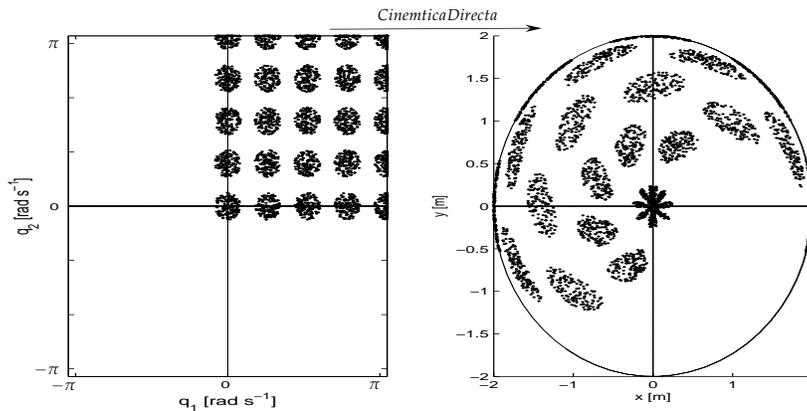
$$\mu = |\det[J(q)J^T(q)]|^{1/2} \quad (3.1)$$

onde J é o Jacobiano da cinemática robótica. Por exemplo, com esta fórmula, para o robô RR a manipulabilidade é dada por $\mu = l_1 l_2 |\sin(q_2)|$, onde l_i e q_i ($i = 1, 2$) representam o comprimento do elo e a posição da coordenada da junta com a referência i . Tendo por base esta expressão podemos verificar que a melhor postura para o robô RR ocorre quando $q_2 = \frac{\pi}{2}$ e, os valores limites do índice encontram-se compreendidos entre $0 \leq \mu \leq 1$. Além disso, para um comprimento total $l_1 + l_2 = L$ o valor máximo de μ ocorre quando os comprimentos dos elos são $l_1 = l_2$.

Para um robô o estudo analítico de μ é facilmente determinado mas, para dois ou mais braços a definição de μ é mais complexa. Para solucionar este problema adopta-se uma aproximação numérica inspirada no método de Monte Carlo. Nesta perspectiva, analisaram-se os métodos para um robô com o propósito de comparar a expressão clássica 3.1 com o algoritmo numérico. De seguida entendeu-se generalizar o conceito para a cooperação de dois robôs.

Quanto a uma estrutura de manipulação $n - gdl$, o novo método [61, 62] consiste figura 3.1 na introdução numérica de n pontos de forma aleatória dentro de uma esfera com um raio $\rho = 0.1$ rad, e centro em (q_{1c}, \dots, q_{kc}) . Através da cinemática directa faz-se o mapeamento dos n pontos para o espaço operacional. O resultado do

conjunto de pontos mapeados no espaço operacional corresponde a uma elipse com centro (x_c, y_c) . A área da elipse é obtida através do conhecimento do eixo menor e do eixo maior. Estes permitem determinar a amplificação entre o espaço das juntas e o espaço operacional. A amplificação é descrita através do Jacobiano para a cinemática robótica e corresponde à área da elipse. A descrição deste procedimento numérico é apresentada de forma mais detalhada no apêndice C.



(a) O mapeamento para espaço operacional considerando o robô com o cotovelo para cima.

Figura 3.1. Movimentos aleatórios do robô em $\{O, q_1, q_2\}$ dentro de uma determinada esfera, e respectivo mapeamento para o espaço operacional $\{O, x, y\}$, para o robô *RR* com: $\{l_1 = l_2 = 1\text{ m}\}$ para uma grelha no espaço das juntas com $m = 24$ pontos com dimensão $\rho = 0.1$ rad com $n = 100$ pontos por esfera.

A manipulação do robô é diferente no seu espaço de trabalho W . Assim ao estabelecer numericamente uma grelha de m pontos para cada centro da esfera e ao efectuar a transformação para o elipsóide, obtêm-se, diferentes valores de manipulabilidade. Para sintetizar a informação da manipulabilidade $\mu(x, y)$, foram considerados alguns sub-índices para assim facilitar o estudo da manipulação na cooperação de dois braços. Por outras palavras, para condensar a informação define-se:

- O sub-índice μ_1 como o máximo valor de $\mu(x, y)$, em todo o espaço de trabalho

possível W ;

$$\mu_1 = \text{Max}[\mu(x, y), \forall (x, y) \in W] \quad (3.2)$$

- O sub-índice μ_2 é o total do volume de $\mu(x, y)$ considerando somente o espaço de trabalho W onde $\mu \neq 0$;

$$\mu_2 = \text{Av}[\mu(x, y), \forall (x, y) \in W : \mu(x, y) \neq 0] \quad (3.3)$$

- O sub-índice μ_3 é o total de volume de $\mu(x, y)$, em todo o espaço de trabalho W possível.

$$\mu_3 = \text{Av}[\mu(x, y), \forall (x, y) \in W] \quad (3.4)$$

O índice de manipulabilidade μ para múltiplos robôs a trabalharem em cooperação na manipulação de objectos, apresenta diferentes valores em toda a região de trabalho. A variação de μ depende, da dimensão dos elos de cada robô, do tamanho e da orientação do objecto a manipular, assim como da distância entre os braços dos robôs. Os sub-índices μ_1 , μ_2 e μ_3 permitem obter uma relação entre a manipulabilidade μ com os parâmetros que influenciam a manipulabilidade, tais como o comprimento dos elos, o tamanho e a orientação do objecto e a distância entre os braços dos robôs. O índice μ_1 fornece informação sobre o valor máximo da manipulabilidade μ , em todo o espaço de trabalho possível W . Os índices μ_2 e μ_3 fornecem valores médios da manipulabilidade para cada caso estudado. No caso do sub-índice μ_2 é considerado somente o espaço de trabalho útil $\forall (x, y) \in W : \mu(x, y) \neq 0$ e o sub-índice μ_3 considera todo o espaço de trabalho possível $\forall (x, y) \in W$.

3.3 A aproximação numérica para a manipulação

Com o objectivo de testar a aproximação numérica apresentam-se seguidamente experiências onde se adoptam um e dois robôs com estrutura RR . Numa primeira

fase considera-se, somente, um robô, de modo a comparar os métodos analítico proposto por Yoshikawa e numérico proposto neste trabalho de doutoramento. Numa segunda fase, são considerados dois robôs a trabalhar em cooperação na manipulação de objectos. Além disso, são testadas todas as configurações possíveis como se pode observar na figura 3.2. Desta forma, é possível determinar a melhor configuração e a variação do índice de manipulabilidade no caso de cooperação entre sistemas robóticos.

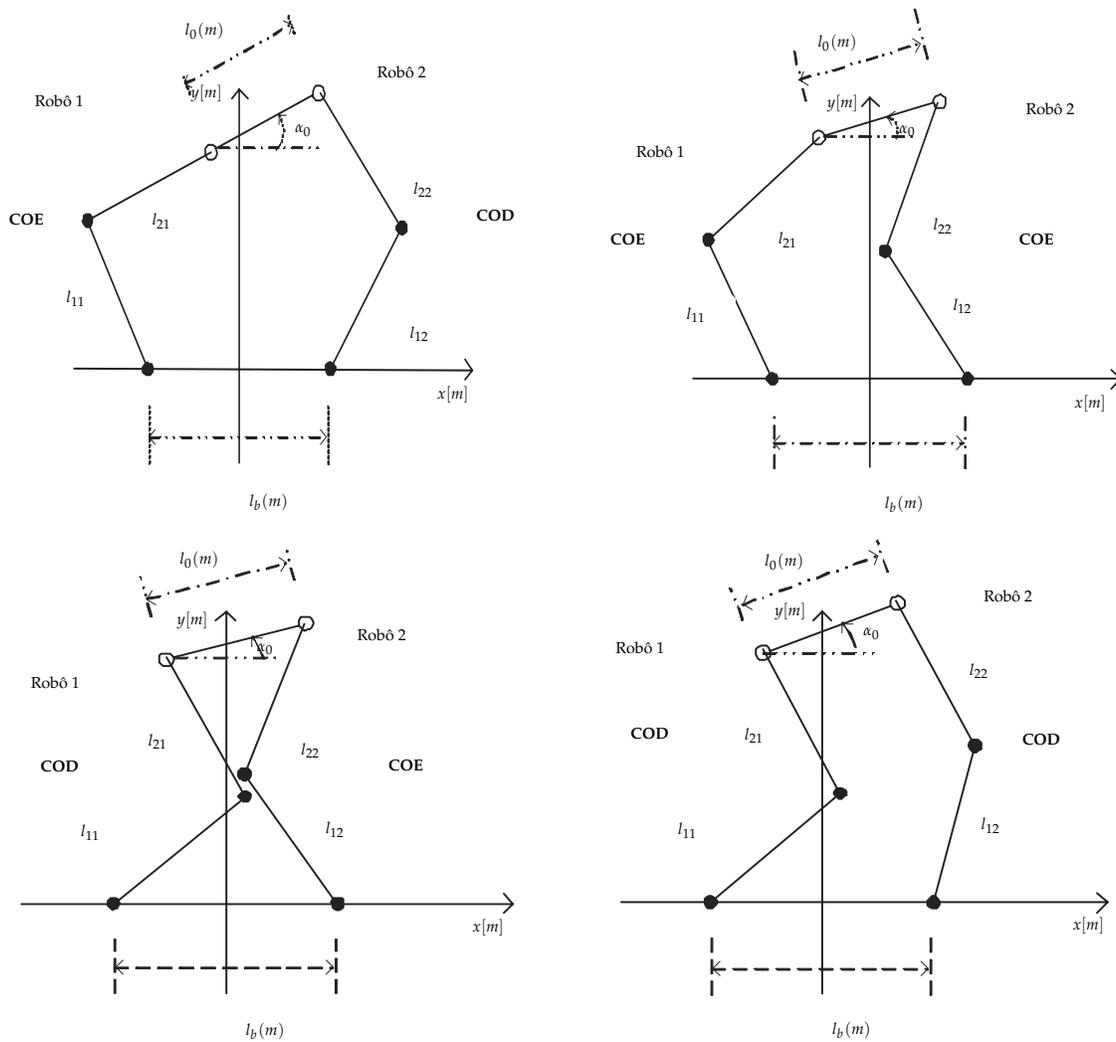
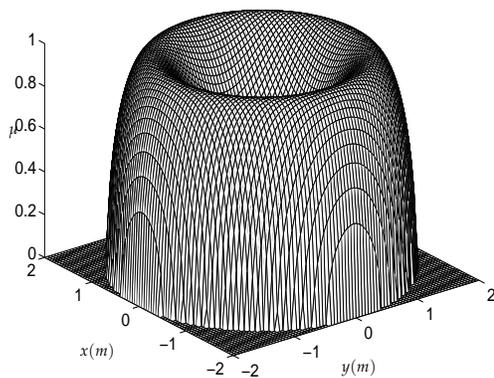


Figura 3.2. Dois robôs RR a manipularem um objecto com comprimento l_0 e orientação α_0 com uma distância entre os braços l_b .

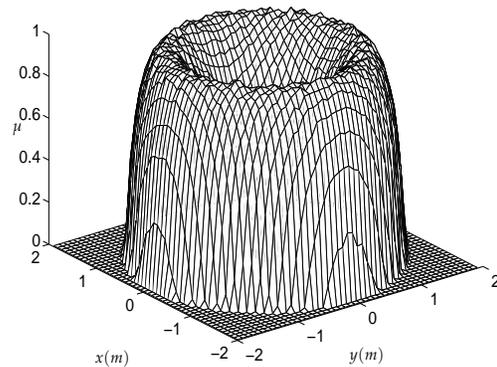
3.3.1 Manipulação de um robô

A figura 3.3 mostra a manipulabilidade para um robô RR no seu espaço de trabalho, o cálculo da manipulabilidade é obtido pelo método analítico 3.1 e pelo método numérico. Como podemos observar, na figura 3.1, o método numérico apresenta um resultado similar quando comparado com a expressão analítica. As pequenas diferenças que existem entre as duas figuras dependem do número de pontos utilizados no método numérico. Obviamente, para diminuir o erro numérico é necessário incrementar o número de n mas, em contrapartida, o tempo de cálculo aumenta proporcionalmente.

O robô testado apresenta os parâmetros $l_1 = 1$ m, $l_2 = 0,8$ m, e o algoritmo numérico para este exemplo adopta-se $n = 1000$ pontos com uma grelha de $m = 1000$ pontos.



(a) O Método analítico.



(b) O Algoritmo numérico para o exemplo de $n = 1000$ pontos e uma grelha com $m = 1000$ pontos.

Figura 3.3. Manipulação de um robô RR com $l_1 = 1$ m e $l_2 = 0.8$ m obtido por: a) Método analítico; b) Algoritmo numérico $n = 1000$ pontos e uma grelha com $m = 1000$ pontos.

Conclui-se que o método numérico apresenta resultados similares aos resultados analíticos.

Se for considerada a análise de múltiplos robôs a trabalhar em cooperação, o método analítico apresenta uma elevada complexidade no cálculo do jacobiano do sistema robótico, enquanto que o método numérico apresenta uma vantagem evidente, pela simplicidade do cálculo da manipulabilidade independentemente do número de graus de liberdade dos robôs.

3.4 Manipulação de dois robôs cooperantes

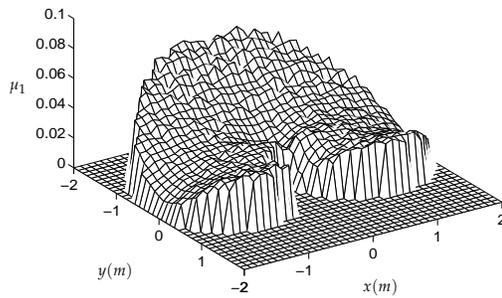
Nesta subsecção é feita a análise de dois robôs a trabalhar em cooperação. Deste modo, efectuam-se simulações que permitem obter a manipulação dos dois braços no espaço de trabalho conjunto. Para executar este estudo foram testados os diversos parâmetros do sistema como, por exemplo, o caso da manipulação de pequenos objectos $l_0 = 0$ m onde se variou a distância entre ombros $l_b \in [0, 2(l_1 + l_2)]$. Dada a redundância cinemática de um sistema de dois braços, para esta experiência consideram-se definidos os robôs com uma configuração do tipo cotovelo esquerdo *COE* no robô 1 e cotovelo direito *COD* no robô 2.

A figura 3.4 ilustra o sub-índice μ_1 de manipulabilidade no espaço de trabalho, de dois robôs cooperantes na manipulação de objectos. A título de exemplo são apresentados apenas quatro casos, onde se considera os robôs com dimensões $l_1 + l_2 = 2$ m, a distância entre ombros de $l_b = 0$ m e $l_b = 1$ m a manipular objectos de dimensão reduzida $l_0 = 0$ m e outro de dimensão média $l_0 = 1$ m, sendo ambos com uma

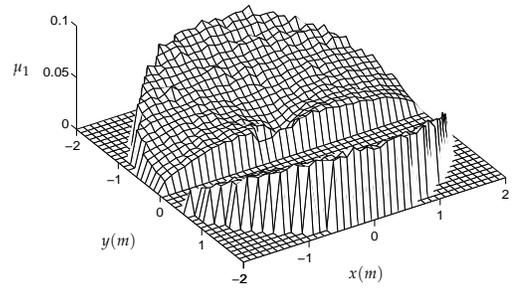
Manipulação de dois robôs cooperantes

orientação de $\alpha_0 = 0^\circ$. Nestas experiências numéricas cria-se uma grelha de $m = 1000$ pontos e, para estes m pontos, consideram-se $n = 1000$ pontos, dentro da esfera com um raio de $\rho = 0.1$ rad.

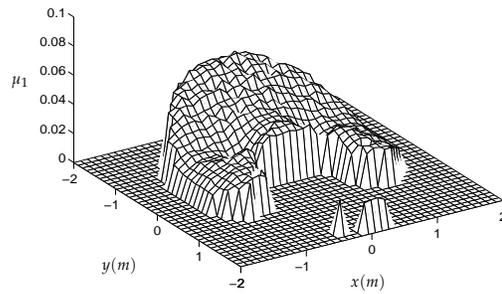
Na figura 3.4 observa-se a região de trabalho dos robôs cooperantes e que esta depende da distância l_b entre os braços dos robôs e do comprimento do objecto l_0 . Nestas figuras o sub-índice μ_1 de manipulabilidade apresenta diferentes valores na região de trabalho e pode-se observar que os valores máximos estão situados em $y > 0$ m e $x = 0$ m, ou seja, na região de trabalho mesmo em frente aos robôs.



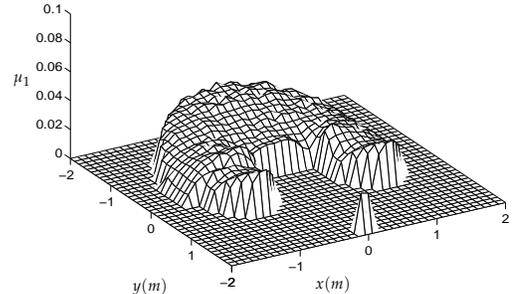
(a) $l_b = 0$ m, $l_0 = 0$ m



(b) $l_b = 0$ m, $l_0 = 1$ m



(c) $l_b = 1$ m, $l_0 = 0$ m



(d) $l_b = 1$ m, $l_0 = 1$ m

Figura 3.4. Sub-índice de manipulação μ_1 na região de trabalho de dois robôs a trabalhar em cooperação para $l_b = 0$ m e $l_b = 1$ m com $l_1 = l_2 = 1$ m, $l_0 = 0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$.

Na figura 3.5 estão representados os diversos índices de manipulação μ_1 , μ_2 e μ_3 no espaço de trabalho de dois robôs RR a trabalhar em cooperação. Estabelece-se a variação da distância $l_b \in [0, 4[$ e analisam-se todos os casos de variação da dimensão dos elos dos robôs $\{l_1/l_2\}$. Considera-se a manipulação de dois objectos de dimensão $l_0 = 0\text{ m}$ e $l_0 = 1\text{ m}$ ambos com uma inclinação $\alpha_0 = 0^\circ$. Os gráficos apresentam a manipulabilidade em função da distância l_b , entre os braços e revelam que se obtêm valores máximos para distâncias entre os ombros iguais ao comprimento do objecto, e que estes ocorrem quando os elos apresentam tamanhos iguais. Pode-se concluir através do índice μ_1 que a dimensão dos elos influenciam a manipulabilidade e que o valor máximo se obtêm para $l_1 = l_2$. Os índices de manipulabilidade μ_2 e μ_3 revelam sem margem para dúvidas que para distâncias entre os ombros iguais ao comprimento do objecto $l_0 = l_b\text{ m}$ se obtêm a máxima manipulabilidade.

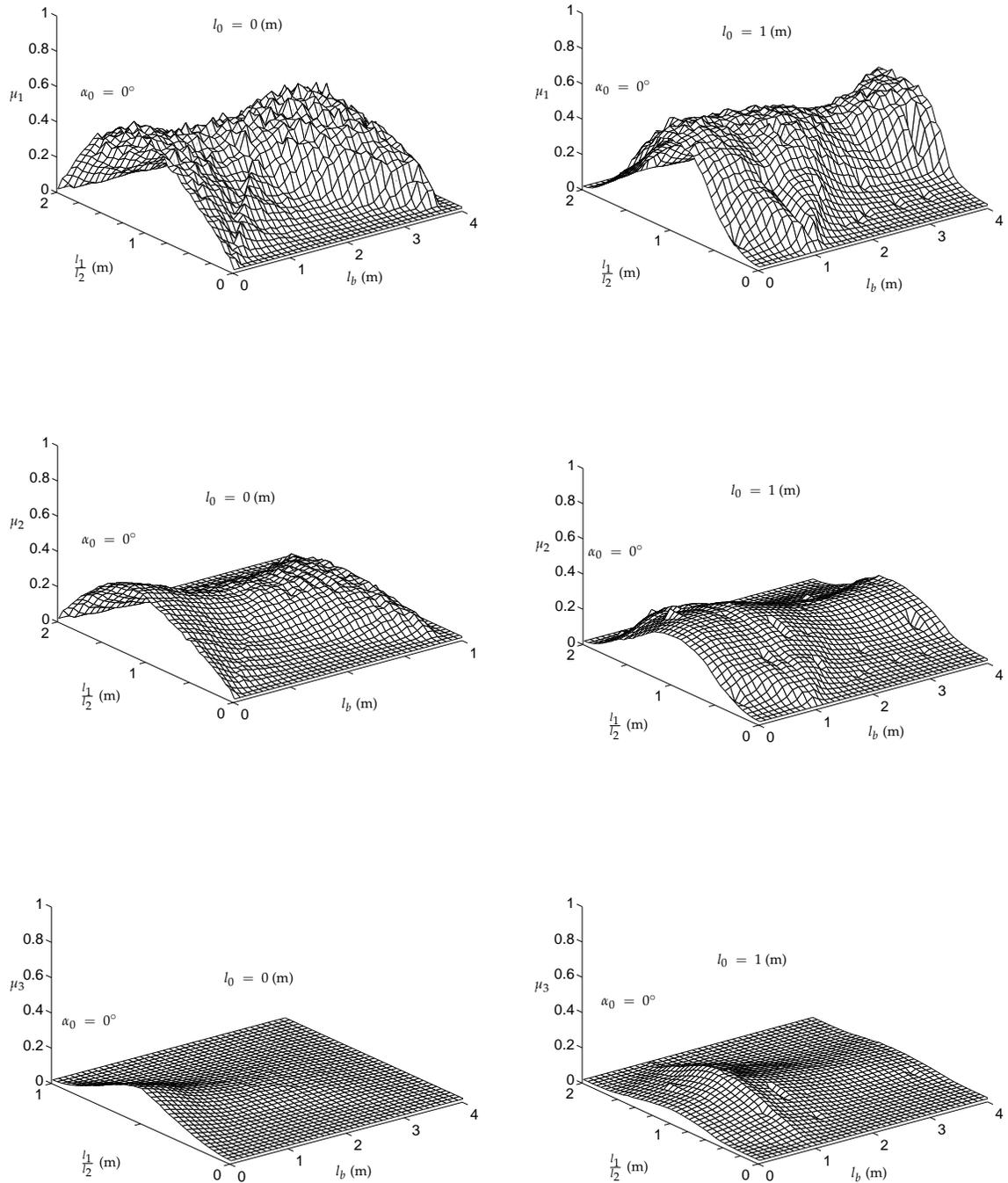


Figura 3.5. Sub-índices de manipulação μ_1 , μ_2 e μ_3 na região de trabalho de dois robôs a trabalharem em cooperação para $l_b \in [0, 4[$ versus l_1/l_2 com $l_1+l_2 = 2$ m, $l_0 = 0$ m e $l_0 = 1$ m considerando $\alpha_0 = 0^\circ$.

As figuras 3.6 a 3.9 apresentam os índices μ_1 , μ_2 e μ_3 em relação a l_0 , l_b e $\alpha = 0^\circ$ para dois robôs *RR*. Nestas experiências numéricas cria-se uma grelha de $m = 1000$ pontos e, para estes m pontos, consideram-se $n = 1000$ pontos, dentro da esfera com um raio de $\rho = 0.1$ rad no espaço comum.

A figura 3.6 ilustra a relação entre o comprimento do objecto l_0 e a distância entre os braços l_b . Podemos observar que o aumento da dimensão do objecto faz reduzir a região de trabalho e que a variação do índice μ_1 , depende da inclinação do objecto, apresentando valores máximos próximos de $\alpha_0 = 0^\circ$.

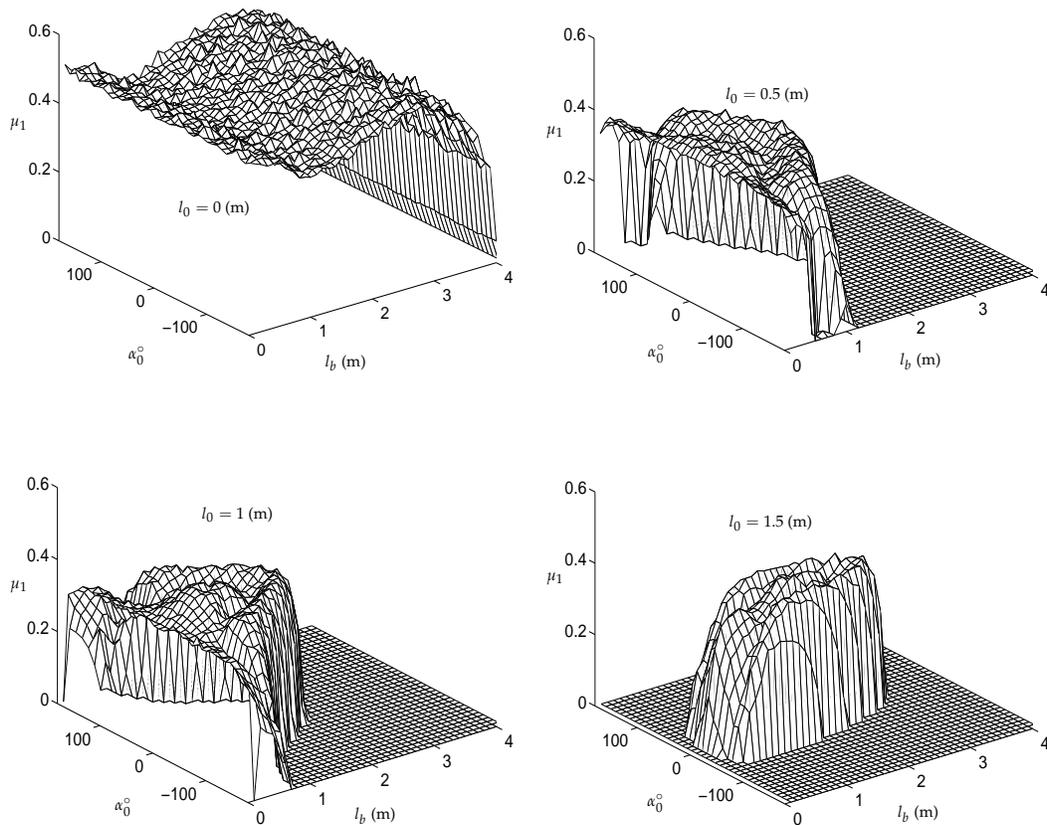


Figura 3.6. Sub-índice de manipulação μ_1 de dois *RR* versus l_b para objectos com $l_0 = \{0, 0.5, 1, 1.5\}$ com $m = 1000$, $\rho = 0.1$ rad, Robôs *RR* com: $\{l_1 = l_2 = 1m\}$.

Na figura 3.7 apresentam-se os resultados obtidos para o índice μ_2 . Pode-se concluir através do índice μ_2 que o valor máximo obtido ocorre para o caso $l_0 = l_b$.

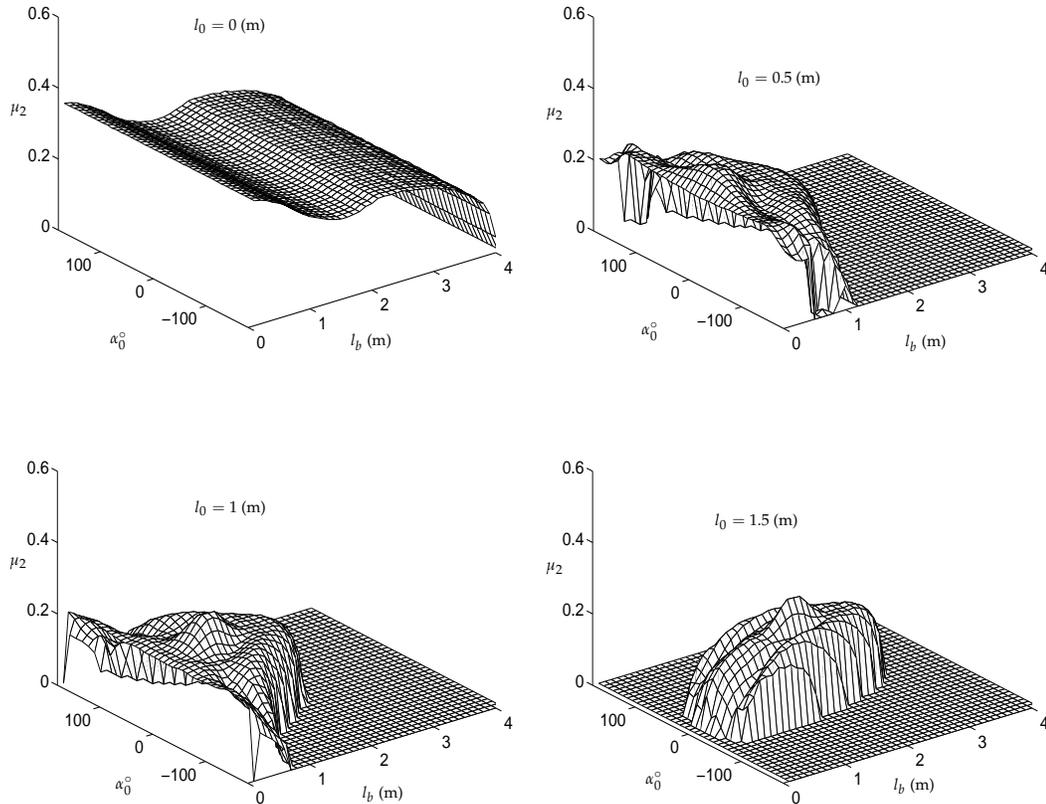


Figura 3.7. Sub-índice de manipulação μ_2 de dois RR versus l_b para objectos com $l_0 = \{0, 0.5, 1, 1.5\}$ com $m = 1000$, $\rho = 0.1$ rad, Robôs RR com: $\{l_1 = l_2 = 1\text{ m}\}$.

A figura 3.8 mostra a relação entre a orientação α_0 e a distância entre os braços l_b . Podemos observar que se obtém a máxima manipulabilidade para o caso $l_0 = l_b$. A máxima manipulabilidade depende da inclinação do objecto e o valor máximo obtém-se para $\alpha_0 = 0^\circ$.

A figura 3.9 ilustra a relação entre a distância l_0 e a distância entre os braços l_b considerando $\alpha_0 = 0^\circ$. Nesta figura estão apresentados os índices μ_1 , μ_2 e μ_3 e pode

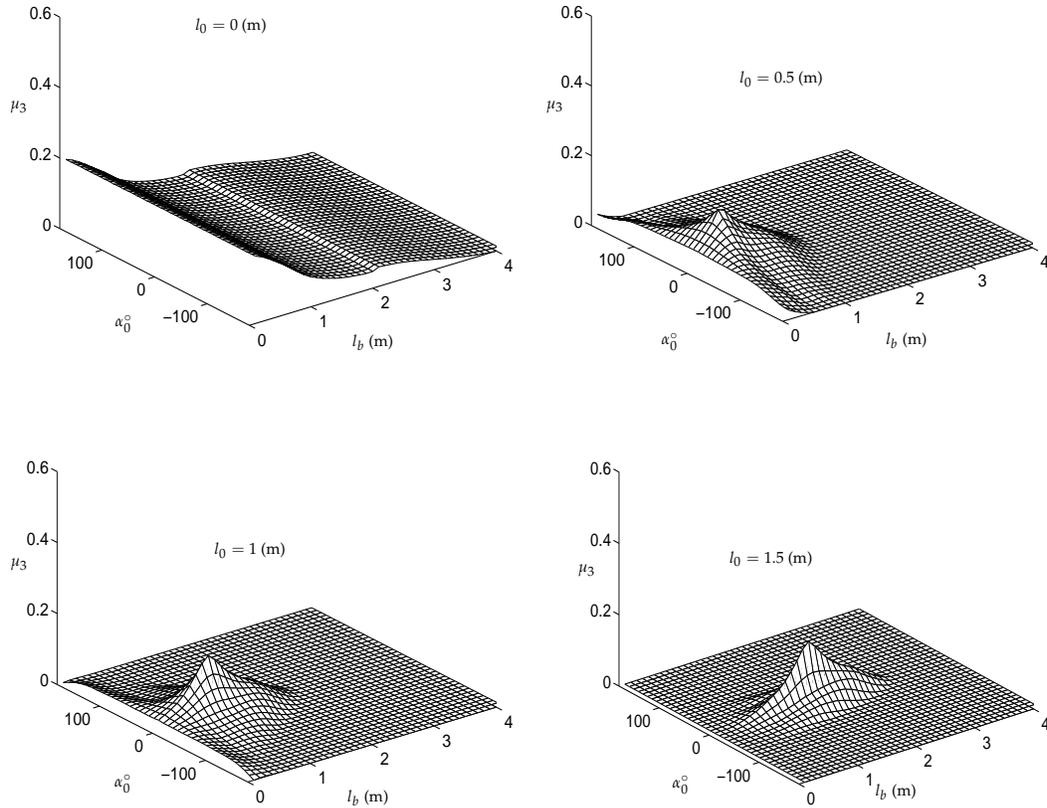


Figura 3.8. Sub-índice de manipulação μ_3 de dois *RR* versus l_b para objectos com $l_0 = \{0, 0.5, 1.0, 1.5\}$ com $m = 1000$, $\rho = 0.1$ rad, Robôs *RR* com: $\{l_1 = l_2 = 1m\}$.

concluir-se que os valores máximos dos índices de manipulabilidade ocorrem para o caso $l_0 = l_b$.

Os resultados obtidos nestas experiências mostram que existe uma relação entre a dimensão dos objectos a manipular com a dimensão dos elos dos robôs, assim como a distância entre ombros. Por exemplo, na manipulação de pequenos objectos $l_0 = 0$ m, a distância entre ombros dos braços robóticos deve ser $l_b = 0$ m e os comprimentos dos elos dos robôs $l_1 = l_2 = \frac{1}{2} L$. Porém, se observarmos as dimensões do corpo humano, verifica-se que $l_1 = l_2$ e que a distância entre ombros fica, aproximadamente, no intervalo $\frac{1}{2} L < l_b < \frac{3}{2} L$. Verificou-se também que a orientação do

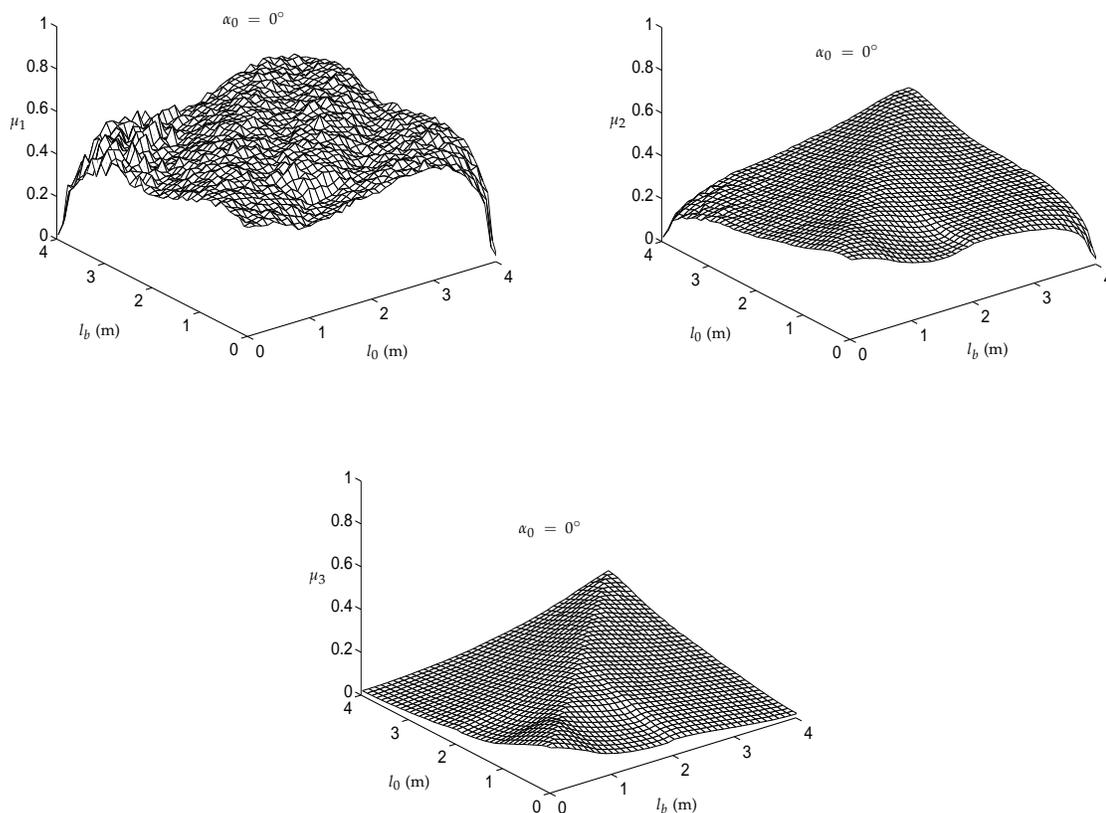


Figura 3.9. Sub-índices da manipulação μ_1 , μ_2 e μ_3 versus $l_0 \in [0, 4[$ e $l_b \in [0, 4[$, para um objecto com uma orientação $\alpha_0 = 0^\circ$, $m = 1000$, $n = 1000$, $\rho = 0.1$ rad, Robôs *RR* com: $\{l_1 = l_2 = 1m\}$.

objecto também influencia os índices de manipulabilidade. Portanto, pode-se afirmar que os parâmetros l_0 e $\alpha_0 = 0^\circ$ influenciam a manipulação e que esta hipótese deve ser levada em conta quando se pretende trabalhar em cooperação. Assim, para uma cooperação mais eficiente deve usar-se robôs com elos iguais e colocadas as bases dos robôs a distâncias similares à dimensão do objecto a manipular e se possível com uma orientação $\alpha_0 = 0^\circ$.

3.5 Medidas de avaliação do desempenho da cooperação

Nesta secção é analisada a redução dos esforços nos actuadores das juntas dos robôs, seja com um seja dois robôs a suportarem uma determinada carga, e estuda-se a distribuição de carga entre os dois robôs cooperantes [64–66]. Nesta ordem de ideias, são apresentados alguns índices que mostram a relação entre os esforços das juntas, e equilíbrio da carga entre os robôs em toda a sua região de trabalho. Note-se que a utilização de dois manipuladores é por vezes a única forma de efectuar determinadas tarefas.

Na utilização de dois robôs em cooperação do tipo *RR* são admissíveis várias possibilidades de configuração, com diferentes regiões de trabalho (*i.e.*, por exemplo os robôs podem ter ambos cotovelo esquerdo *COE – COE* ou ambos cotovelo direito *COD – COD*. É ainda passível uma configuração idêntica à do ser humano, *COE – COD* e, por último, ambos trabalharem em oposição resultando uma configuração do tipo *COD – COE*.

3.6 Distribuição dos binários dos manipuladores

As figuras seguintes apresentam a distribuição dos binários para a situação de um *versus* dois robôs a manipularem uma carga sendo os parâmetros (indicados na tabela 3.1) idênticos para todos os robôs. Na figura 3.10 é patente a distribuição dos

Tabela 3.1. Parâmetros do robô *RR* com juntas ideais

i	m_i (kg)	l_i (m)	J_{im} (kgm ²)	J_{ig} (kgm ²)
1	0.5	1.0	1.0	1.0
2	6.25	0.8	1.0	1.0

binários na região de trabalho para o caso do robô *RR*. O cálculo dos binários é efectuado através do cálculo da dinâmica inversa, conforme a equação 2.5, neste calculo considera-se apenas o termo dos binários/forças gravitacional, porque considera-se que o robô não está em movimento.

Os parâmetros escolhidos para as simulações são idênticos aos utilizados por outros investigadores [67, 68].

Os gráficos seguintes mostram os binários das juntas de dois robôs cooperantes a manipular um objecto em toda a região de trabalho. São consideradas todas as configurações possíveis: *COE – COD*, *COD – COE*, *COE – COE* e *COD – COD*, que estão representadas nas figuras 3.11, 3.13, 3.15 e 3.17 respectivamente. Os resultados obtidos foram calculados através da dinâmica inversa dos dois robôs, (equação 2.28) onde se considera apenas o cálculo dos binários gravitacionais (os robôs não se encontram em movimento).

As figuras 3.12, 3.14, 3.16 e 3.18 permitem concluir que os binários dos robôs cooperantes apresentam valores nitidamente menores, comparativamente ao caso da utilização de um só robô na manipulação de um objecto (figura 3.10).

Pode-se concluir que dois robôs exercem menos esforço que apenas um único robô. É de notar que nas simulações efectuadas, se efectua um teste na região de trabalho de forma a não permitir a situações de colisões entre os robôs e o objecto. As configurações *COE – COD*, *COD – COE* apresentam uma dimensão da região de

trabalho útil, superior às configurações $COE - COE$ e $COD - COD$.

Nas figuras 3.12 a 3.14 observa-se uma zona onde não é admissível haver manipulação do objecto (devido às restrições cinemáticas impostas para não haver colisão na região de trabalho entre os robôs e o objecto), enquanto que nas figuras 3.16 e 3.18 se observam duas zonas onde não é possível haver manipulação de objectos sem colisão. Neste tipo de configurações existem também duas zonas de trabalho independentes, não existindo forma de utilizar estas zonas em simultâneo.

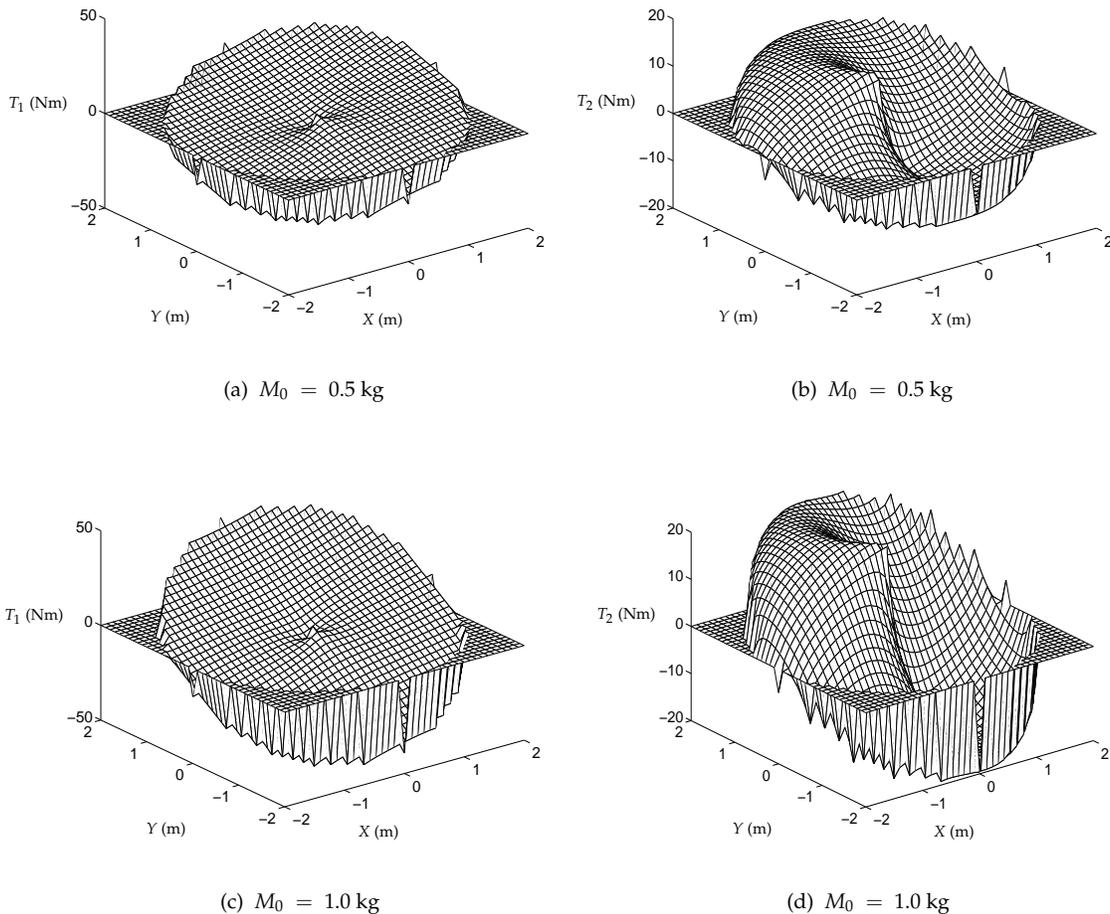


Figura 3.10. Distribuição dos binários T_1 e T_2 na região de trabalho para um robô com estrutura RR a suportar uma carga com massa $M_0 = \{0.5, 1.0\}$ kg.

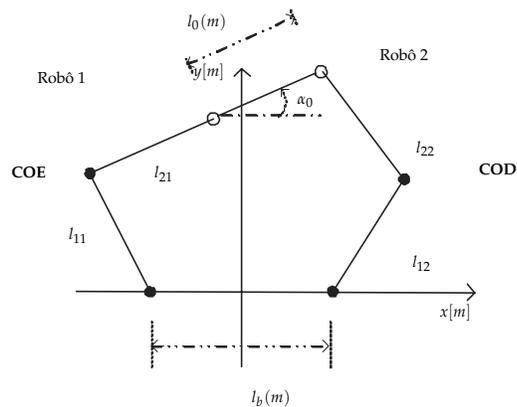


Figura 3.11. Dois robôs *RR* com a configuração *COE – COD* a manipularem um objecto com tamanho $l_0 = 1$ m e orientação α_0 com uma distância entre os braços $l_b = 1.0$ m.

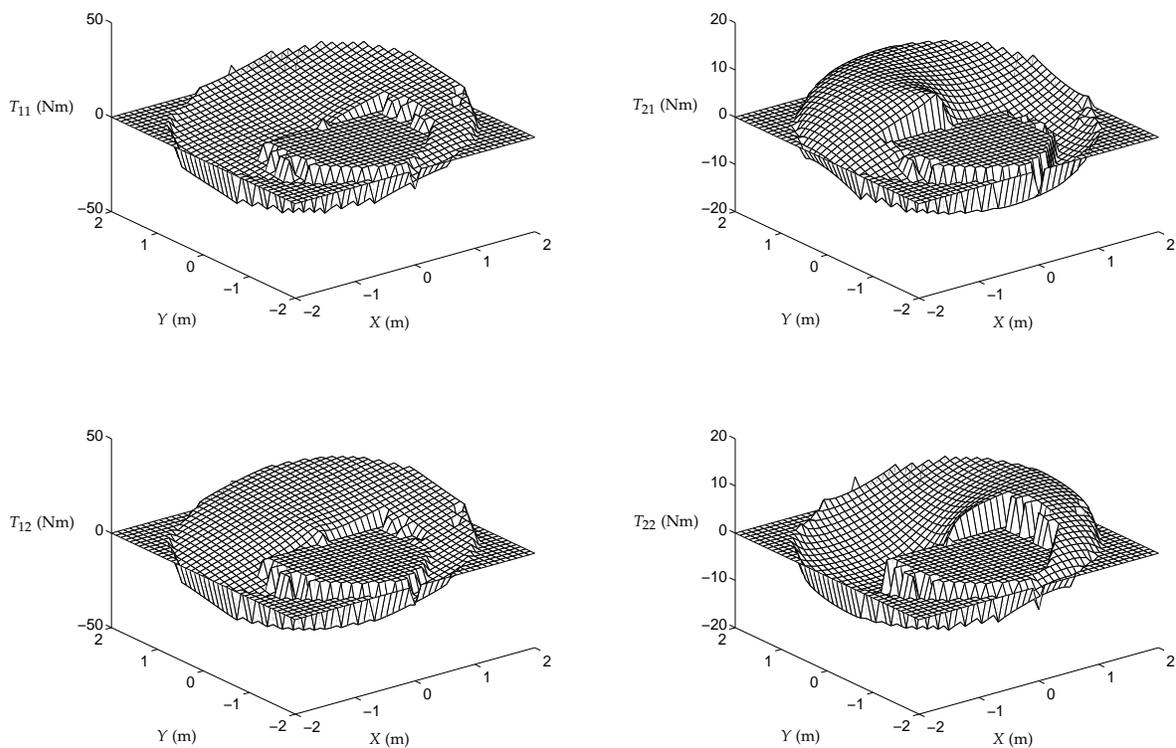


Figura 3.12. Distribuição dos binários T_1 e T_2 na região de trabalho para os dois robôs com estrutura *RR*, com configuração do tipo *COE – COD* e $M_0 = 1.0$ kg.

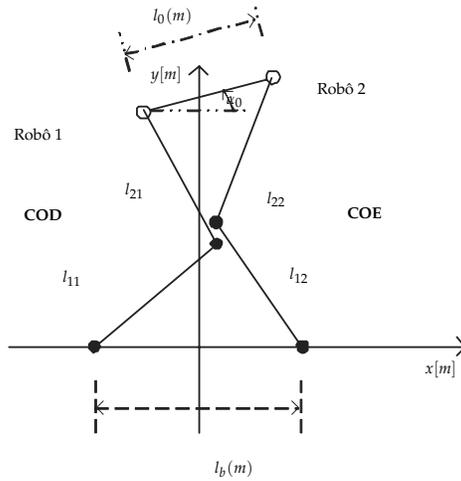


Figura 3.13. Dois robôs *RR* com a configuração *COD – COE* a manipularem um objecto com tamanho $l_0 = 1.0$ m e orientação α_0 com uma distância entre os braços $l_b = 1.0$ m.

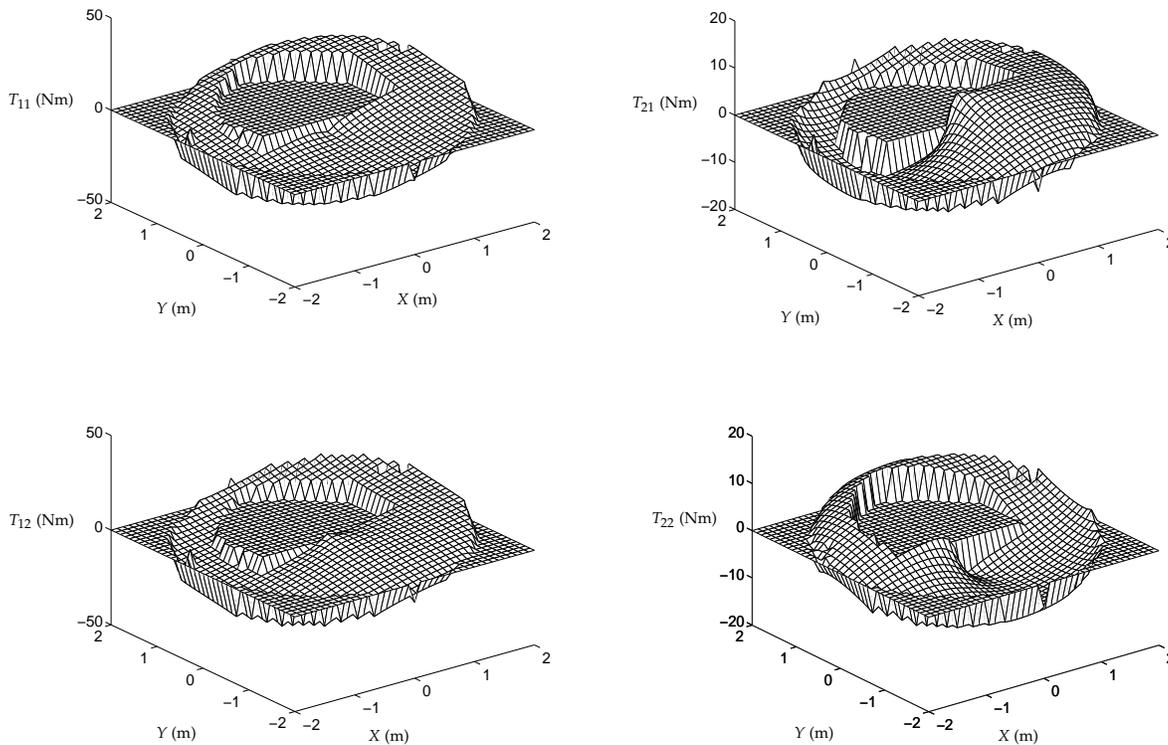


Figura 3.14. Distribuição dos binários T_1 e T_2 na região de trabalho, para dois robôs com estrutura *RR* e configuração do tipo *COD – COE* com $M_0 = 1.0$ kg.

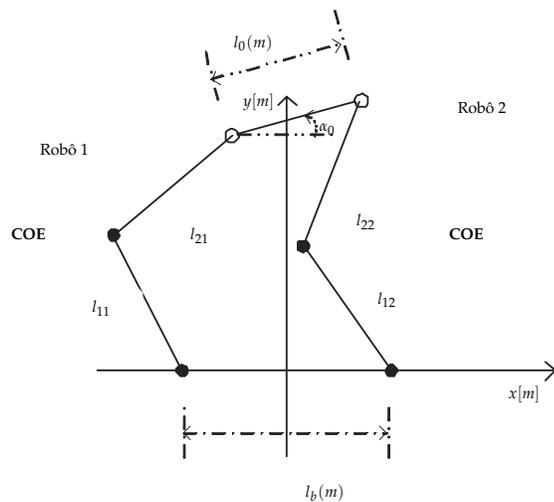


Figura 3.15. Dois robôs *RR* com a configuração *COE – COE* a manipularem um objecto com tamanho $l_0 = 1.0$ m e orientação α_0 com uma distância entre os braços $l_b = 1.0$ m.

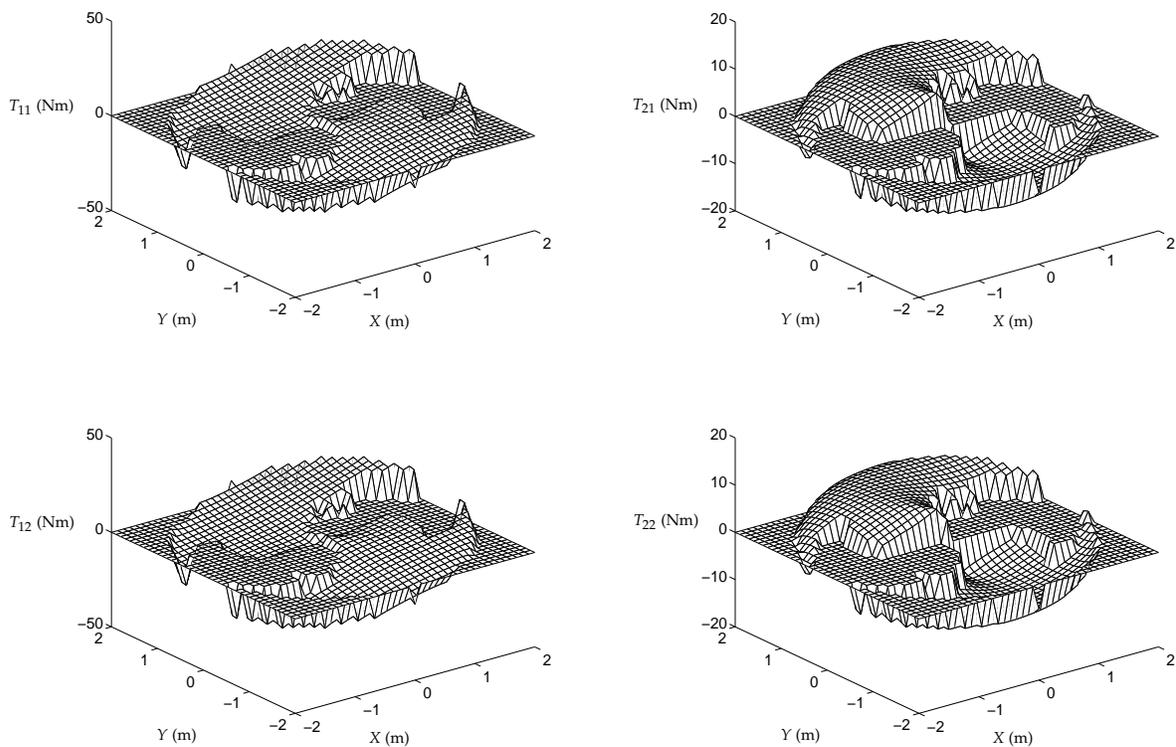


Figura 3.16. Distribuição dos binários T_1 e T_2 na região de trabalho, para dois robôs com estrutura *RR* e configuração do tipo *COE – COE* para $M_0 = 1.0$ kg.

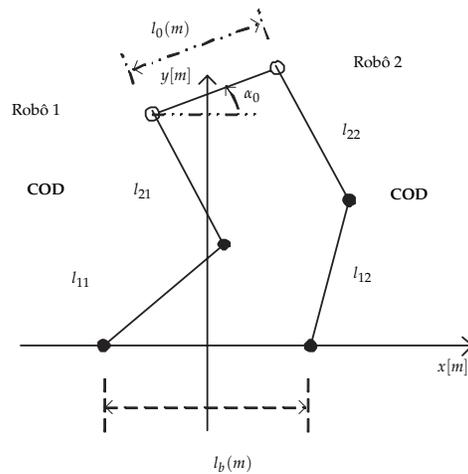


Figura 3.17. Dois robôs *RR* com a configuração *COD – COD* a manipularem um objecto com tamanho $l_0 = 1$ m e orientação α_0 com uma distância entre os braços $l_b = 1.0$ m.

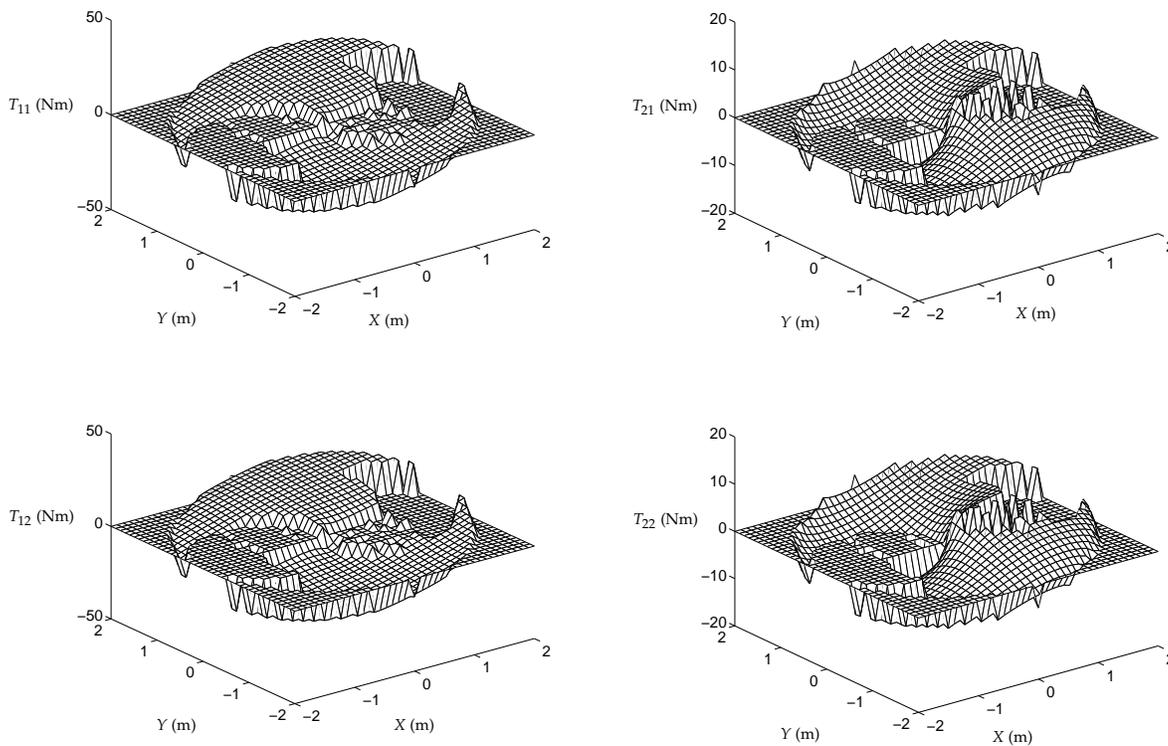


Figura 3.18. Distribuição dos binários T_1 e T_2 na região de trabalho, para dois robôs com estrutura *RR* e configuração do tipo *COD – COD* com $M_0 = 1.0$ kg.

3.7 Índices de equilíbrio e redução de esforços

Nesta secção é analisada a redução dos esforços nas juntas dos actuadores e o equilíbrio da carga entre dois manipuladores a trabalharem em cooperação. Em termos matemáticos é proposto um conjunto de índices de medidas globais que permitem a comparação do desempenho de um e dois braços robóticos [66]. Nesta linha de pensamento os índices φ_1 , φ_2 e φ_3 medem a redução de esforços entre os robôs.

$$\begin{array}{l} \text{Um robô:} \\ \text{Dois robôs:} \end{array} \left. \begin{array}{l} |T_0| = \sqrt{T_{01}^2 + T_{02}^2} \\ |T_1| = \sqrt{T_{11}^2 + T_{12}^2} \\ |T_2| = \sqrt{T_{12}^2 + T_{22}^2} \end{array} \right\} \implies |T_3| = \sqrt{|T_1|^2 + |T_2|^2} \quad (3.5)$$

onde $|T_0|$, representa o módulo dos binários para um robô, $|T_1|$, para o robô 1 COE cooperante, $|T_3|$, o binário resultante dos dois robôs cooperantes.

$$\varphi_1 = \sqrt{\frac{T_1^2}{T_0^2}} = \frac{|T_1|}{|T_0|} \quad (3.6a)$$

$$\varphi_2 = \sqrt{\frac{T_2^2}{T_0^2}} = \frac{|T_2|}{|T_0|} \quad (3.6b)$$

$$\varphi_3 = \sqrt{\frac{T_3^2}{T_0^2}} = \frac{|T_3|}{|T_0|} \quad (3.6c)$$

O índice φ_1 mede o esforço do robô 1 COE cooperativo relativamente no esforço de um robô a operar sozinho. O índice φ_2 analisa o esforço do robô 2 COD face a um único robô. O índice φ_3 mede o esforço dos dois robôs cooperantes face ao esforço de um único robô.

As figuras 3.19 a 3.23, mostram a distribuição do módulo dos binários de um robô e de dois robôs cooperantes na manipulação de um objecto, em toda a região de trabalho.

Efectuou-se o cálculo dos binários para diferentes massas de carga $M_0 = \{0, 1, 4, 5\}$ kg.

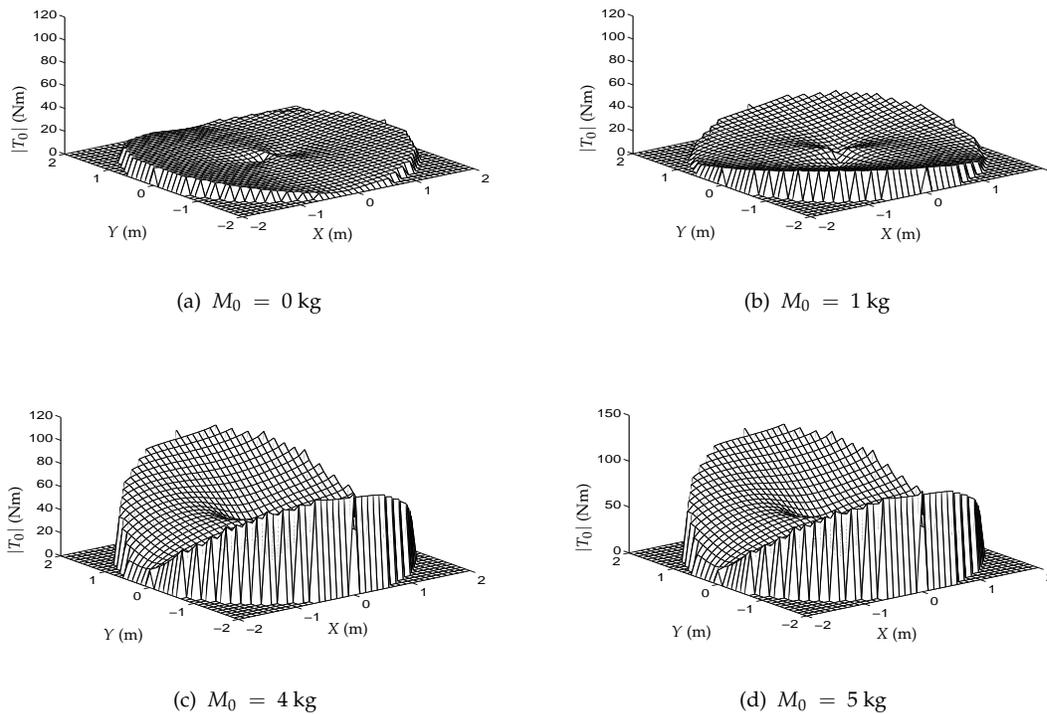


Figura 3.19. Distribuição dos binários para um robô com $M_0 = \{0, 1, 4, 5\}$ kg.

Nas simulações dos robôs cooperantes considera-se uma distância entre braços $l_b = 1$ m, dimensão do objecto $l_0 = 1$ m, orientação $\alpha_0 = 0^\circ$ e $l_1 = l_2 = 1$ m.

A Figura 3.23 ilustra a relação dos binários para toda a região de trabalho para um e dois robôs cooperantes. Esta figura apresenta os resultados do cálculo dos binários mínimo, médio, mediana e máximo para um único robô $|T_0|$ com configuração do tipo COE, para dois robôs $|T_3|$ com configuração do tipo COE – COD, e para o robô 1 $|T_1|$ com configuração do tipo COE.

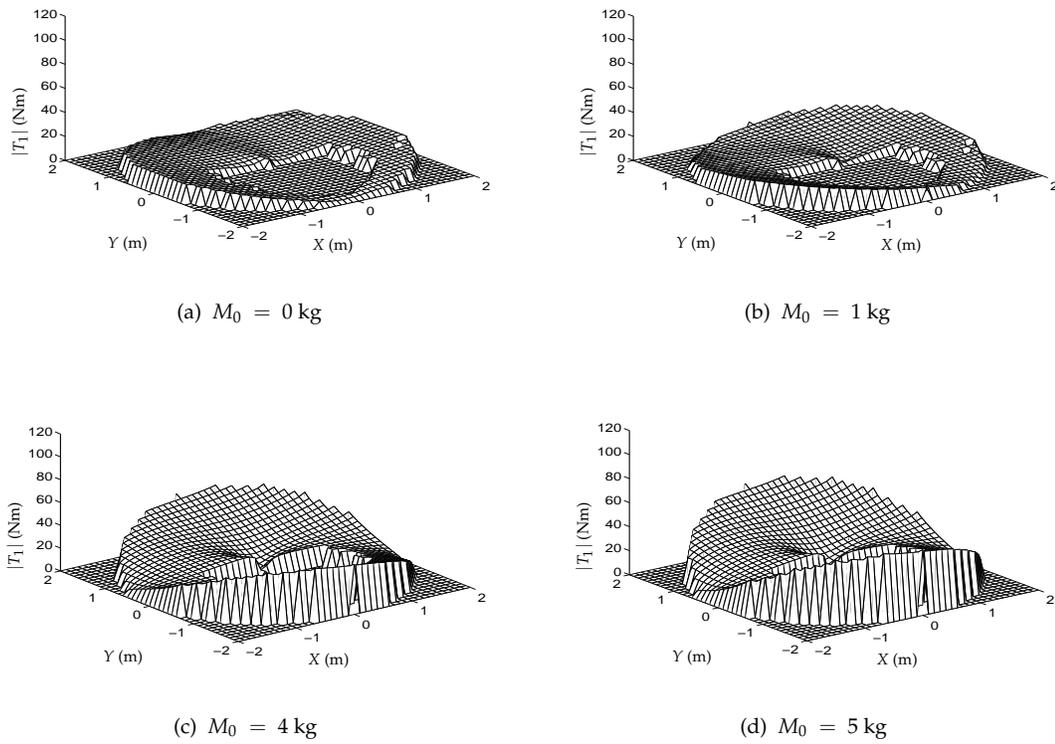
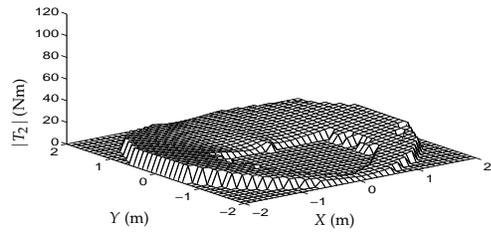


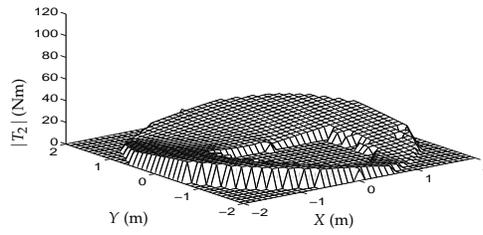
Figura 3.20. Distribuição dos binários do robô 1 com $M_0 = \{0, 1, 4, 5\}$ kg.

Sob o ponto de vista da manipulação constata-se que para cargas superiores a $M_0 > 1$ kg o esforço de um manipulador é superior a dois robôs cooperantes.

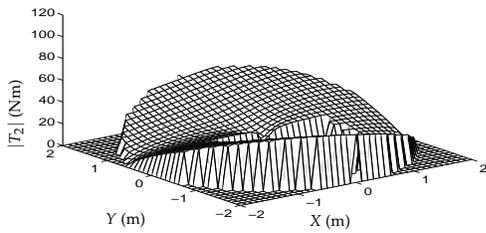
Pode-se concluir que só se justifica a utilização de dois manipuladores quando a carga é tal que $M_0 > 1.0$ kg, onde se obtêm $|T_0| > |T_3|$, e que para cargas elevadas resulta $|T_0| \approx 2|T_3|$.



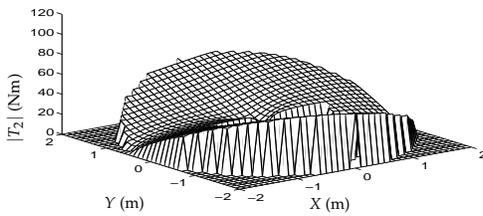
(a) $M_0 = 0$ kg



(b) $M_0 = 1$ kg

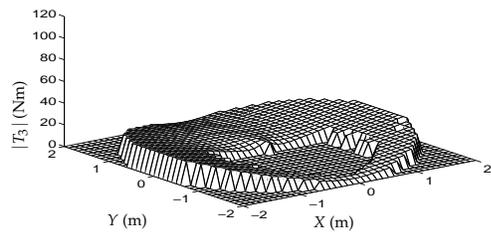


(c) $M_0 = 4$ kg

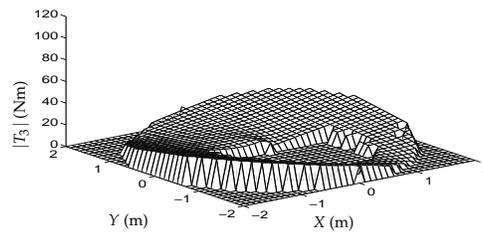


(d) $M_0 = 5$ kg

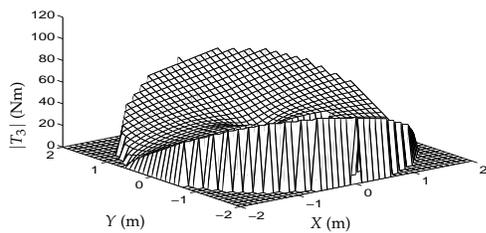
Figura 3.21. Distribuição dos binários do robô 2 com $M_0 = \{0, 1, 4, 5\}$ kg.



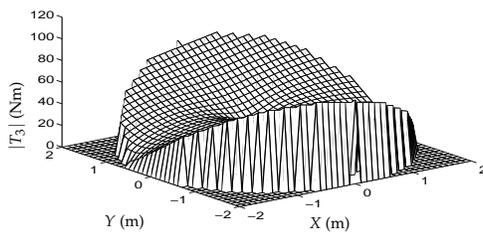
(a) $M_0 = 0$ kg



(b) $M_0 = 1$ kg

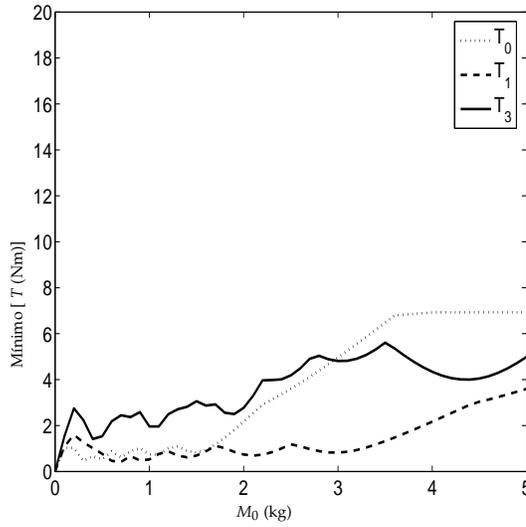


(c) $M_0 = 4$ kg

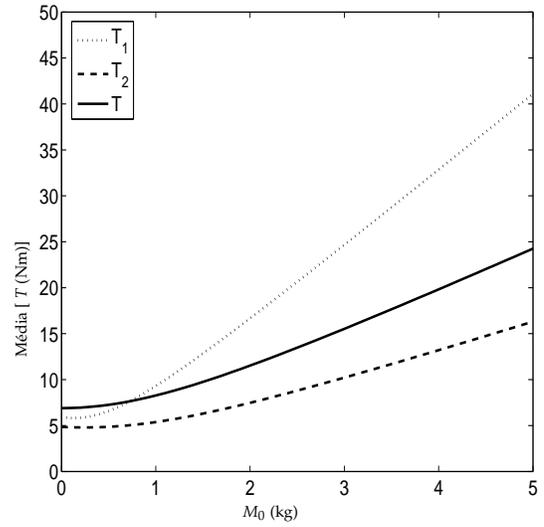


(d) $M_0 = 5$ kg

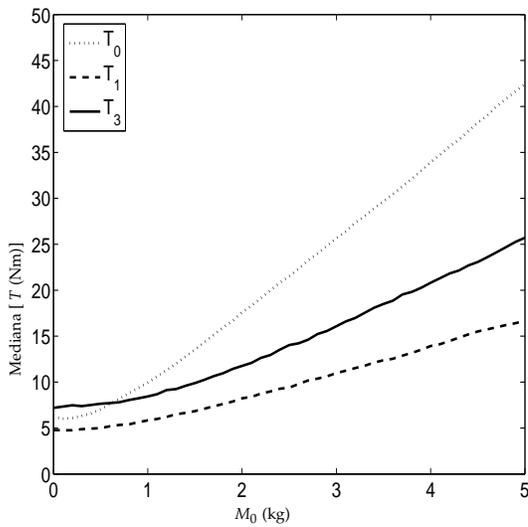
Figura 3.22. Distribuição dos binários na região de trabalho para ambos os robôs a suportar uma carga com $M_0 = \{0, 1, 4, 5\}$ kg.



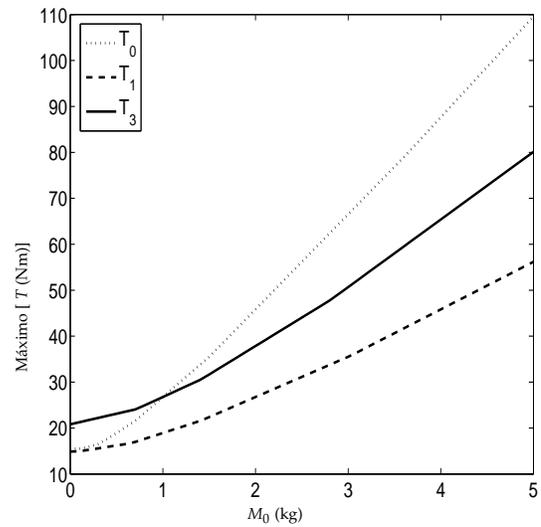
(a) O binário mínimo



(b) O binário médio



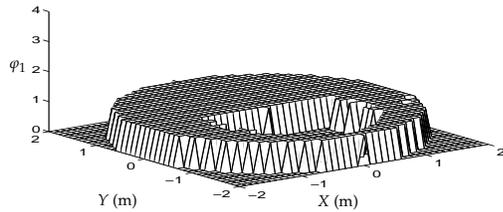
(c) A mediana do binário



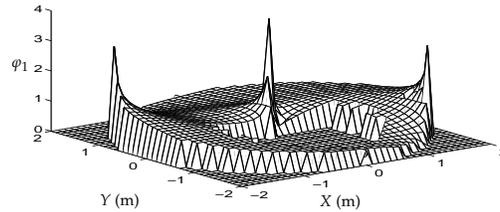
(d) O binário máximo

Figura 3.23. Os binários para um robô $|T_0|$, dois robôs $COE - COD |T_3|$ e o robô 1 $COE |T_1|$ versus a massa da carga M_0 com $l_b = 1.0$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$.

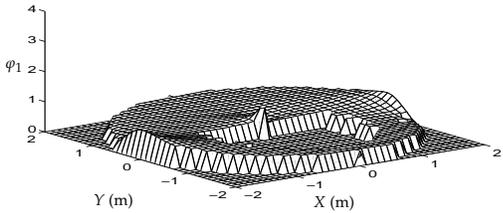
Nas figuras 3.24 a 3.26 observa-se o comportamento na região de trabalho dos diversos índices φ_1 , φ_2 , φ_3 .



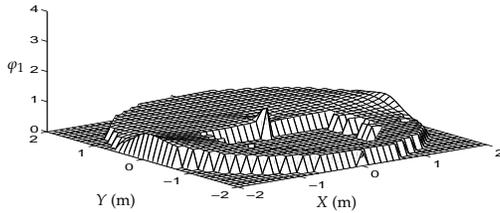
(a) $M_0 = 0$ kg



(b) $M_0 = 1$ kg



(c) $M_0 = 4$ kg



(d) $M_0 = 5$ kg

Figura 3.24. Índice φ_1 considerando a variação da carga $M_0 \in \{0, 1, 4, 5\}$ kg.

Observa-se nos pontos de operação próximos das singularidades cinemáticas um aumento substancial do esforço dos manipuladores. Ainda assim, um sistema cooperante apresenta resultados bastante razoáveis, mesmo quando este passa próximo de ponto singular $\{x, y\} = \{0, 0\}$, como mostram as figuras 3.24 a 3.26. Pode-se concluir que na maioria da região de trabalho apresenta uma redução significativa dos binários dos actuadores, porque a relação entre os binários é inferior a 1 para quaisquer cargas $M_0 = \{0, 1, 4, 5\}$ kg.

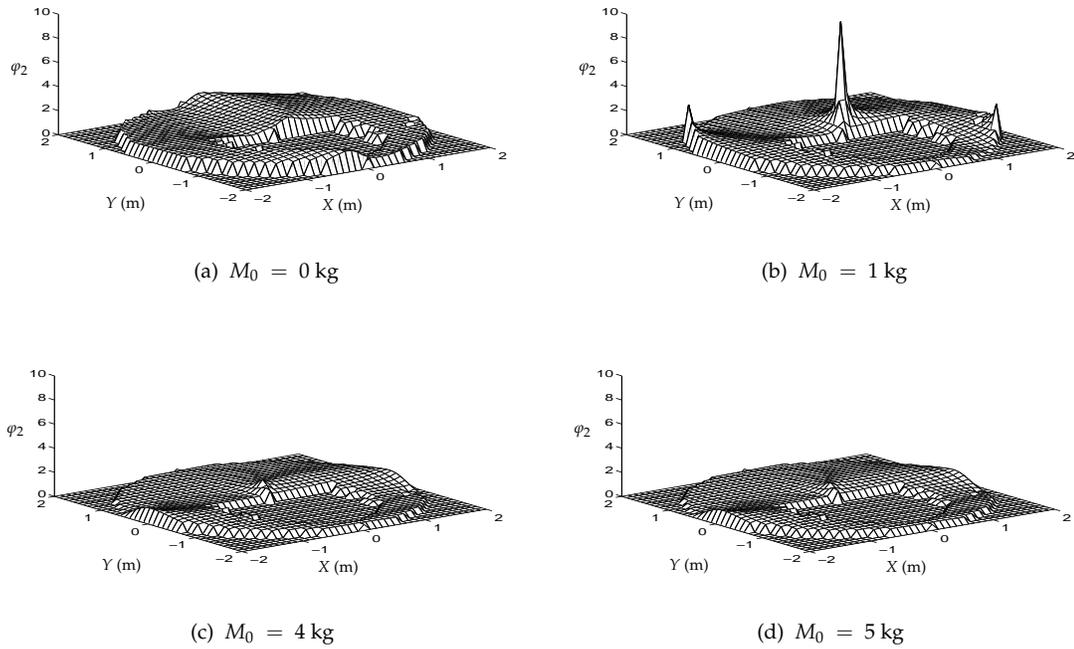


Figura 3.25. Índice φ_2 considerando a variação da carga $M_0 \in \{0, 1, 4, 5\}$ kg.

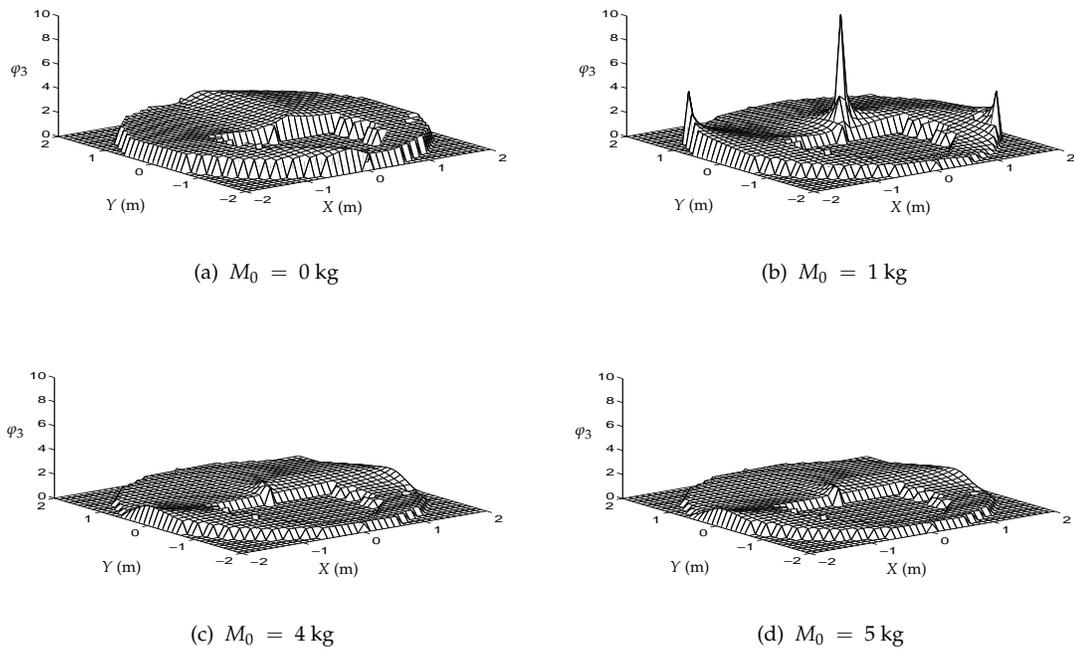


Figura 3.26. Índice φ_3 considerando a variação da carga $M_0 \in \{0, 1, 4, 5\}$ kg.

Os índices de equilíbrio ϕ_1 e ϕ_2 constituem uma medida de equilíbrio de cada braço, *COE* e *COD* separadamente, face ao conjunto dos dois robôs *COE – COD*.

$$\phi_1 = \sqrt{\frac{T_1^2}{T_3^2}} = \frac{|T_1|}{|T_3|} \quad (3.7a)$$

$$\phi_2 = \sqrt{\frac{T_2^2}{T_3^2}} = \frac{|T_2|}{|T_3|} \quad (3.7b)$$

Assim, os índices ϕ_1 e ϕ_2 analisam o equilíbrio entre a carga e os dois braços robóticos.

Nas figuras 3.27 e 3.28 mostram-se os índices ϕ_1 e ϕ_2 da medida de equilíbrio entre a carga e os robôs, face à variação da carga. Conclui-se que o sistema apresenta um bom equilíbrio em toda a região de trabalho, porque apresentam valores próximos de 0.5, ou seja, a uma distribuição equitativa dos esforços .

Os índices de esforço $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ e os índices de equilíbrio ϕ_1, ϕ_2 fornecem resultados estáticos. Nestes ensaios não é considerado o movimento dos robôs e, a obtenção dos binários é feita através do cálculo dos binários/forças gravitacionais.

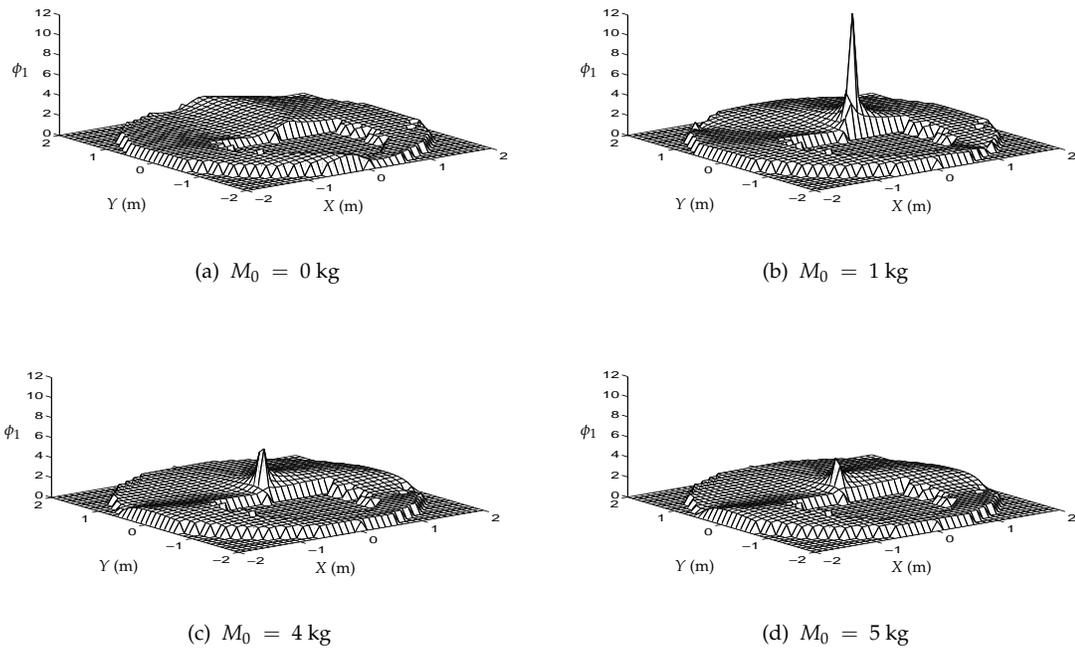


Figura 3.27. Índice ϕ_1 considerando a variação da carga $M_0 \in \{0, 1, 4, 5\} \text{ kg}$.

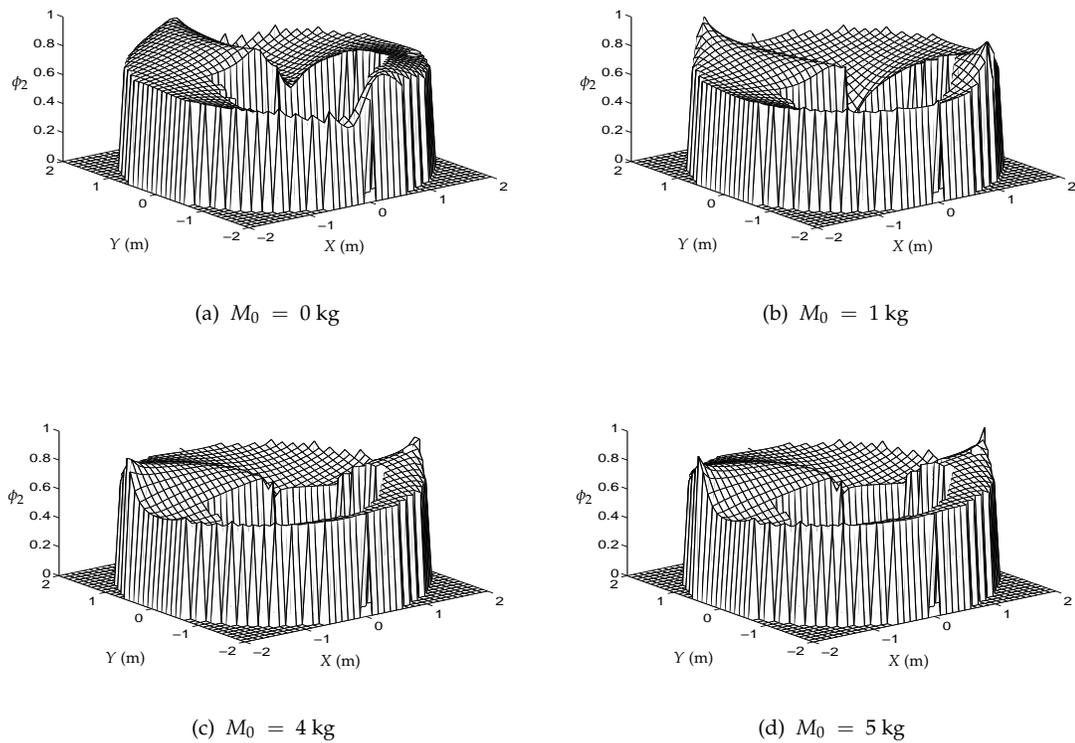


Figura 3.28. Índice ϕ_2 considerando a variação da carga $M_0 \in \{0, 1, 4, 5\} \text{ kg}$.

Nas figuras 3.29 a 3.33 observa-se o comportamento face à variação da carga M_0 . Para cargas tais que $M_0 > 2$ kg os robôs cooperantes conseguem melhores desempenhos que um único robô. Os binários obtidos para o robô 1 COE apresentam um valor de $\varphi_1 = 0.35T_0$, e para o robô 2 COD um valor de $\varphi_2 = 0.45T_0$. A redução dos binários dos actuadores dos dois manipuladores permite, obter um desempenho superior ao caso de um único robô. Para o caso de dois robôs cooperantes do tipo COE – COD, os resultados mostram uma redução de esforço para $\varphi_3 = 0.6T_0$.

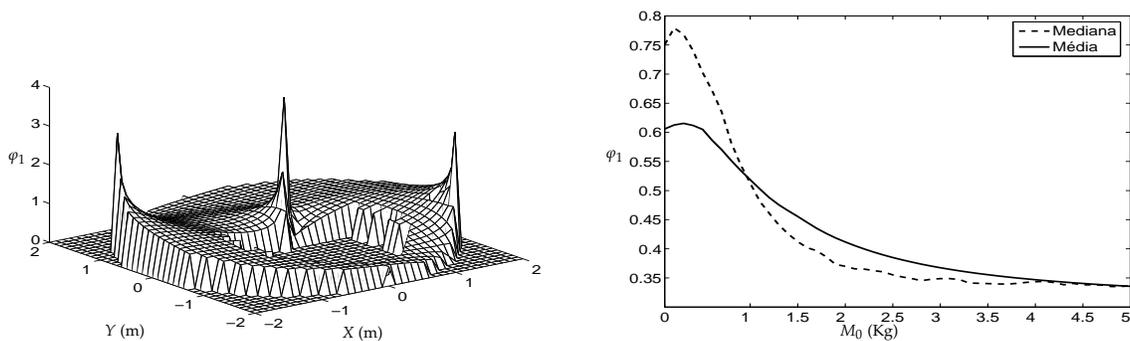


Figura 3.29. O índice φ_1 versus M_0 para $l_b = 1$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$, $M_0 \in [0, 5]$ e dois robôs RR com $l_1 = l_2 = 1$ m.

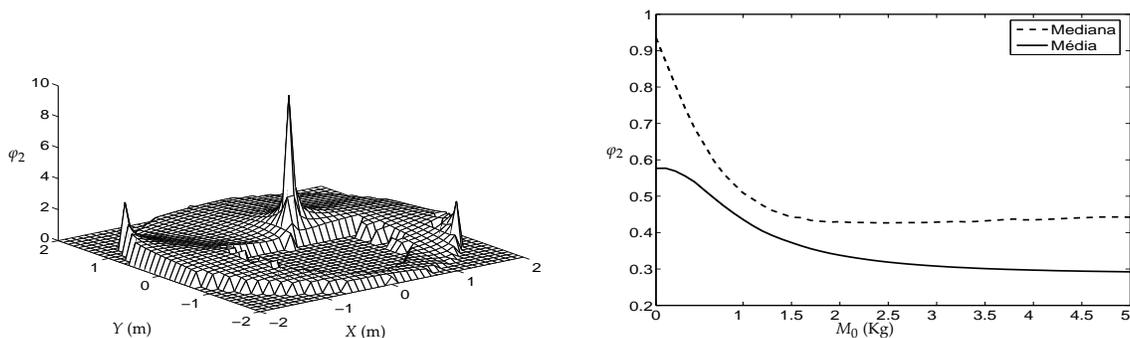


Figura 3.30. O índice φ_2 versus M_0 para $l_b = 1$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$, $M_0 \in [0, 5]$ e dois robôs RR com $l_1 = l_2 = 1$ m.

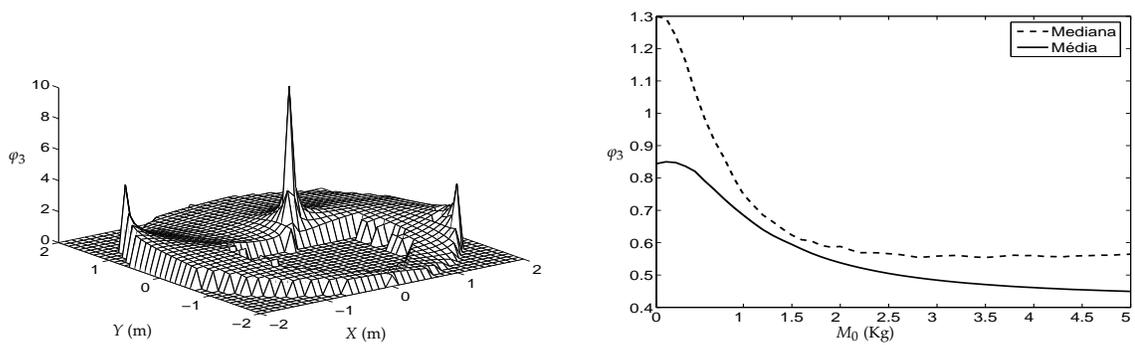


Figura 3.31. O índice ϕ_3 versus M_0 para $l_b = 1$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$, $M_0 \in [0, 5]$ e dois robôs RR com $l_1 = l_2 = 1$ m.

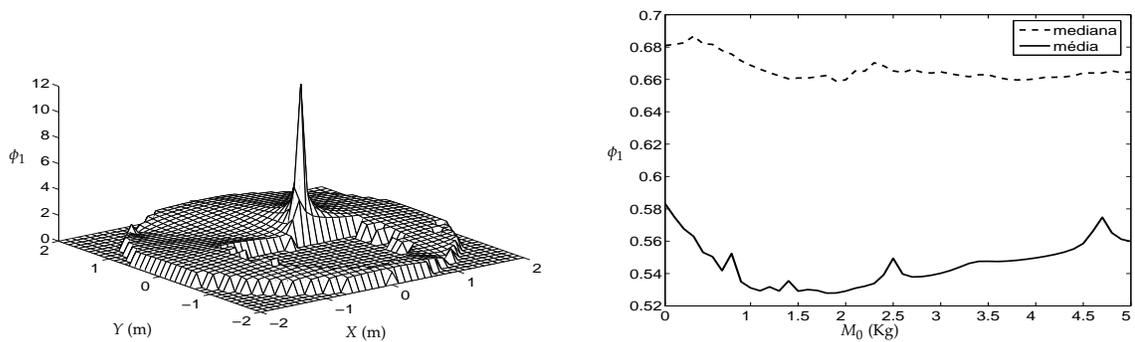


Figura 3.32. O índice ϕ_1 versus M_0 para $l_b = 1$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$, $M_0 \in [0, 5]$ e dois robôs RR com $l_1 = l_2 = 1$ m.

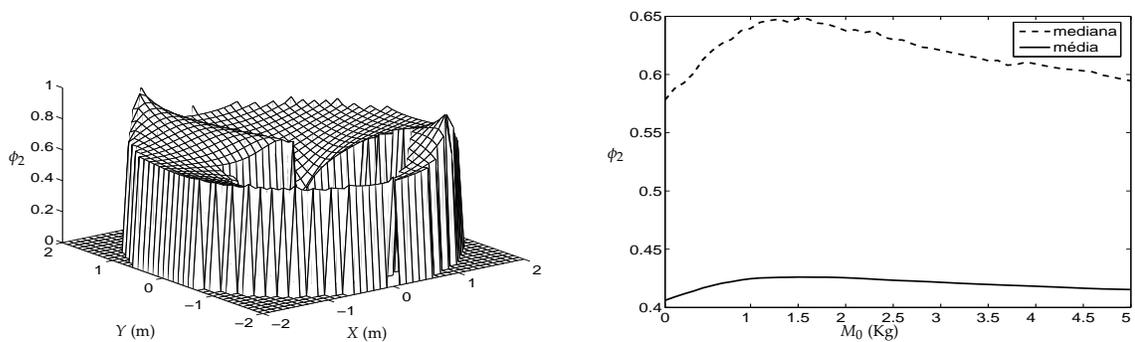


Figura 3.33. O índice ϕ_2 versus M_0 para $l_b = 1$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$, $M_0 \in [0, 5]$ e dois robôs RR com $l_1 = l_2 = 1$ m.

3.8 Conclusão

Neste capítulo desenvolveu-se um método numérico que permite a análise da manipulabilidade entre sistemas robóticos. Baseado neste método estudou-se o desempenho de sistemas de manipulação com um e com dois braços. Assim, procedeu-se a uma avaliação do espaço de trabalho de um sistema com dois braços a actuar em cooperação.

Conclui-se, que para se obter uma cooperação mais eficiente devem usar-se robôs com dimensões iguais e com elos idênticos. As bases (ou ombros) dos robôs devem estar afastados de uma distância similar à dimensão do objecto a manipular e, se possível, deve fazer-se a manipulação dos objectos com uma orientação $\alpha_0 = 0^\circ$. Após a análise da manipulabilidade formularam-se diversos índices de desempenho, de modo a analisar a distribuição dos binários na região de trabalho. Apresentaram-se as medidas de redução de esforços e medidas de equilíbrio de carga entre os braços. Para o caso de dois robôs cooperantes do tipo *COE – COD*, os resultados mostram uma elevada redução de esforço e um excelente equilíbrio de carga em toda a região de trabalho.

4

Análise dinâmica do controlo de posição/força de robôs

4.1 Introdução à análise da dinâmica

Este capítulo é dedicado à análise do desempenho de controladores de posição e de força aplicados aos manipuladores robóticos. São estudados diversas estratégias e algoritmos de controlo, efectuados em duas fases: na primeira, considera-se o controlo de um robô RR a interagir com o ambiente de trabalho [24, 27, 69] e na segunda considera-se a cooperação entre dois robôs RR a interagir com objectos [3, 6]. Em ambos, os casos são analisadas as estratégias de controlo híbrido e controlo em cascata [23, 40, 70] e algoritmos seja na perspectiva de controlo clássico [25, 71], seja baseados no cálculo fraccionário [72].

Como aplicações genéricas deste tipo de estratégia de controlo de posição e força para um robô podem-se referir, a rebarbagem, a montagem, a soldadura por pontos, o seguimento de contornos de peças em processos de fabrico, entre outros. Para o caso de dois robôs, estas aplicações visam a manipulação de objectos de grande

dimensões e outras tarefas mais complexas e de difícil de realização através de, apenas, um robô [10, 33].

Para se estudar a eficiência dos controladores efectua-se um conjunto de simulações dinâmicas [63, 66, 73–78], sendo os resultados de cada um dos controladores analisados de forma a ser comparados o desempenho dos diferentes algoritmos.

Os sinais em análise são:

- as posições, as velocidades e as acelerações no espaço das juntas e espaço cartesiano;
- os binários nos eixos do robô e as forças aplicadas numa superfície de contacto;
- os erros relativamente às posições, velocidades, acelerações, binários e forças.

O sistema é simulado através do método de integração numérica de *Runge – Kutta* de ordem quatro a uma frequência de integração $f_{sim} = 100$ kHz [39]. Por outro lado, os controladores adoptam uma frequência de amostragem $f_c = 10$ kHz.

Os erros foram encontrados pela diferença entre o sinal simulado e o sinal de referência. A medida do erro de seguimento adoptado é dada pela seguinte equação:

$$e_{pi} = \sqrt{(x_{di} - x_{ii})^2 + (y_{di} - y_{ii})^2} \quad i = 1, 2 \quad (4.1)$$

onde e_{pi} representa o erro de seguimento, x_d e y_d as posições desejadas e as variáveis x_i e y_i as posições actuais da simulação para cada junta $i=1,2$.

Na impossibilidade de abranger todo tipo de situações neste estudo serão apresentadas, somente algumas das simulações. Desta forma, as simulações estão divididas em seis conjuntos.

No primeiro conjunto de experiências, é efectuado um estudo para um robô com estrutura *RR* com juntas ideais. As simulações permitem analisar diferentes estratégias de controlo [30, 31, 45, 75, 79, 80].

No segundo grupo de experiências pretende-se testar a ocorrência de impactos do robô, quando este interacciona com a superfície de restrição. Assim, analisam-se diferentes estratégias de controlo e o efeito da colisão do robô na superfície de restrição. Nestes ensaios, o sistema apenas tem uma estimativa aproximada da inclinação da superfície de restrição [77, 81, 82].

Seguidamente apresentam-se algumas simulações relativas aos algoritmos de controlo, onde se testam os sub-controladores de controlo clássico e de cálculo fraccionário [44, 76, 78, 83] para as duas estratégias consideradas, ou seja, o *CH* (controlo híbrido) e o *CC* (controlo em cascata).

No quarto conjunto de experiências analisa-se o sistema robótico e os seus fenómenos dinâmicos das juntas. Faz-se uma apreciação do comportamento dos fenómenos dinâmicos e observam-se os seus efeitos face ao caso ideal comparando os diferentes algoritmos de controlo [79, 84–86].

Seguidamente, estuda-se o modelo da superfície de restrição mediante a realização de testes aos algoritmos de controlo face à variação dos parâmetros do modelo dinâmico do ambiente de trabalho [87].

No sexto conjunto de experiências estuda-se a cooperação de dois sistemas robóticos

RR, nomeadamente o efeito dinâmico do contacto com o objecto para as diferentes estratégias de controlo [23, 28, 41, 55, 88].

O último grupo apresenta diversas simulações de modo a analisar os efeitos dos sub-controladores e os efeitos dinâmicos das juntas dos robôs [89].

Graças ao elevado número de simulações efectuadas é possível seleccionar qual a estratégia e algoritmo de controlo a adoptar para o controlo de manipuladores cooperantes.

4.2 O Controlo de Posição/Força de um robô *RR*

Dedica-se esta subsecção ao controlo de posição/força de um robô. As estratégias de controlo estudadas são constituídas pelos algoritmos designados por *CH* (controlo híbrido) e *CC* (controlo em cascata). Como os fenómenos que ocorrem para um e dois robôs em cooperação são muito semelhantes, o estudo que é feito a um único robô facilita a compreensão dos fenómenos dinâmicos que ocorrem no caso da cooperação entre robôs.

Para se comparar o desempenho dos algoritmos de controlo considera-se, para todas as simulações, a mesma trajectória de referência. A trajectória planeada está representada na figura 4.1, onde a posição inicial do robô se encontra no espaço livre e o manipulador entra em contacto com a superfície de restrição somente após um determinado tempo. O modo de contacto entre o robô e a superfície de restrição é feita de uma forma suave. De seguida, o robô permanece em contacto com a superfície de restrição, exercendo uma determinada força planeada, como se ilustra na figura

4.1. O comportamento da evolução temporal da aceleração/desaceleração é feita de forma suave, uma evolução temporal da aceleração nas juntas do tipo sinusoidal (apêndice B), tendo em conta os seguintes parâmetros:

- posição inicial (1,1);
- posição final coincidente com a posição inicial;
- o robô executa uma trajectória aproximadamente de 1 segundo até entrar em contacto com a superfície de restrição;
- o robô em contacto com a superfície de restrição, executa uma trajectória rectilínea durante aproximadamente 1 segundo;
- a força de contacto é de aproximadamente 10 N;
- o robô liberta a superfície de restrição e executa uma trajectória em espaço livre de aproximadamente 2 segundos e retorna à posição inicial;
- o tempo da trajectória total é de aproximadamente 4 segundos;
- o robô permanece na posição final durante aproximadamente 1 segundo;
- o tempo de simulação é de 5 *segundos*;
- os parâmetros da superfície de restrição são: $B_i = 10 \text{ Nm}^{-1}\text{s}$, $K_i = 10^4 \text{ Nm}^{-1}$;
- a carga é de $M_0 = 1.0 \text{ kg}$.

A restrição de contacto é modelada por um sistema mola-massa-amortecedor como se apresentou no capítulo 2 (Figura 2.6).

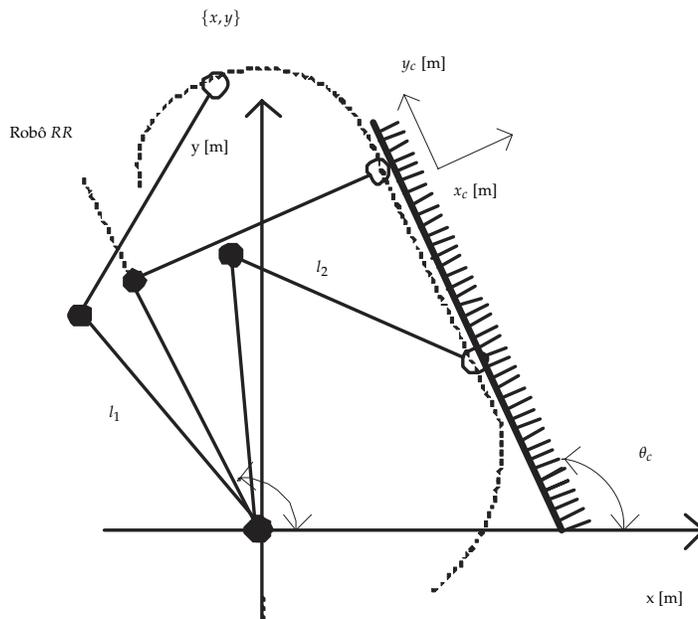


Figura 4.1. O manipulador em interacção com a superfície de restrição.

Na análise do sistema são introduzidas perturbações nas entradas de referência, quer de posição, quer de força. Este procedimento tem a da seguinte forma: planeia-se uma trajectória sem perturbações e de seguida considera-se uma outra com uma perturbação δy_c ou δF_{xc} numa das referências. A perturbação na referência de posição em y_c , ou de força em F_{xc} , é realizada separadamente.

A perturbação introduzida é de pequena amplitude e ocorre após decorridos 1.2 segundos depois do início da trajectória. Assim, pode-se garantir que o efeito da perturbação se dá após o contacto do robô com a superfície de restrição. Nesta análise calcula-se a diferença entre as trajectórias planeadas sem e com perturbação, permitindo o estudo do efeito da perturbação sobre o desempenho das estratégias e algoritmos de controlo.

O robô testado apresenta os parâmetros indicados na tabela 3.1, e a dinâmica do robô *RR* segue as equações 4.2a a 4.2c.

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -m_2 r_1 r_2 S_2 \dot{q}_2^2 - 2m_2 r_1 r_2 S_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ m_2 r_1 r_2 S_2 \dot{q}_1^2 \end{bmatrix} \quad (4.2a)$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} g(m_1 r_1 C_1 + m_2 r_1 C_1 + m_2 r_2 C_{12}) \\ g m_2 r_2 C_{12} \end{bmatrix} \quad (4.2b)$$

$$H(\ddot{q}) = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2)r_1^2 - m_2 r_2^2 + 2m_2 r_1 r_2 C_2 + J_{1m} + J_{1g} & m_2 r_2^2 + m_2 r_1 r_2 C_2 \\ -m_2 r_2^2 + m_2 r_1 r_2 C_2 & m_2 r_2^2 + J_{2m} + J_{2g} \end{bmatrix} \quad (4.2c)$$

$$J^T(q) = \begin{bmatrix} -r_1 S_1 - r_2 S_{12} & r_1 C_{11} + r_2 C_{12} \\ -r_2 S_{12} & r_2 C_{12} \end{bmatrix} \quad (4.2d)$$

O ponto de funcionamento do sistema robótico depende de vários factores: aceleração, velocidade e posição da trajectória planeada, assim como dos parâmetros do robô, da força de contacto na superfície de restrição, e dos diversos fenómenos dinâmicos nas juntas dos robôs, tais como: as folgas, a flexibilidade, o atrito não linear e a saturação. Deste modo, torna-se bastante difícil sintonizar os diferentes controladores, de forma a estudar todos estes fenómenos dinâmicos numa situação óptima para cada caso. Assim, adoptou-se uma metodologia para a sintonia dos controladores de modo a que os resultados de ambas as estruturas de controlo, *CH* e *CC*, e ambos os algoritmos *PD – PI* e *CF* apresentassem um desempenho similar, para o caso do robô com juntas ideais. Deste modo, pode-se considerar que todos os casos estão em condições de "igualdade" e é possível efectuar uma comparação entre as diferentes estratégias e algoritmos de controlo aplicadas nos sistemas robóticos na ocorrência da introdução de perturbações e fenómenos dinâmicos nas juntas dos robôs. Como foi já referido os parâmetros dos controladores são obtidos experimentalmente de modo:

Tabela 4.1. Parâmetros do algoritmo $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, controlador de posição e de força

(a) controlador de posição				(b) controlador de força			
i	K_p	K_d	α_p	i	K_f	K_i	β_f
1	1.22×10^3	1.55×10^{-3}	$\frac{1}{2}$	1	56.23	1.8×10^{-3}	$-\frac{1}{5}$
2	1.22×10^3	1.55×10^{-3}	$\frac{1}{2}$	2	56.23	1.8×10^{-3}	$-\frac{1}{5}$

Tabela 4.2. Parâmetros do algoritmo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, controlador de posição e de força

(a) controlador de posição				(b) controlador de força			
i	K_p	K_d	α_p	i	K_f	K_i	β_f
1	0.1259	1.55×10^{-3}	$\frac{1}{2}$	1	10.59	1.8×10^{-3}	$-\frac{1}{5}$
2	0.1259	1.55×10^{-3}	$\frac{1}{2}$	2	10.59	1.8×10^{-3}	$-\frac{1}{5}$

- a assegurar um desempenho adequado para as várias simulações;
- obter um bom compromisso entre a velocidade de resposta e os erros em regime permanente considerando o robô ideal.

Os diagramas de blocos das estruturas de controlo CH e CC estão apresentadas, respectivamente nas figuras 4.2 e 4.3. Para a análise do sistema, introduz-se uma perturbação no sistema nas entradas de referência, quer de posição quer de força, e sempre separadamente.

Tabela 4.3. Parâmetros do algoritmo $CH_{P,F}[PD, PI]$, controlador de posição e de força

(a) Controlador de posição			(b) Controlador de força		
i	K_p	K_d	i	K_f	K_i
1	1.0×10^4	1.0×10^3	1	1.0×10^3	1.0×10^2
2	1.0×10^4	1.0×10^3	2	1.0×10^3	1.0×10^2

Tabela 4.4. Parâmetros do algoritmo $CC_{P,F}[PD,PI]$, controlador de posição e de força

(a) Controlador de posição			(b) Controlador de força		
i	K_p	K_d	i	K_f	K_i
1	5.0×10^2	1.0×10^2	1	1.0×10^2	1.0×10.0
2	5.0×10^2	1.0×10^2	2	1.0×10^2	1.0×10.0

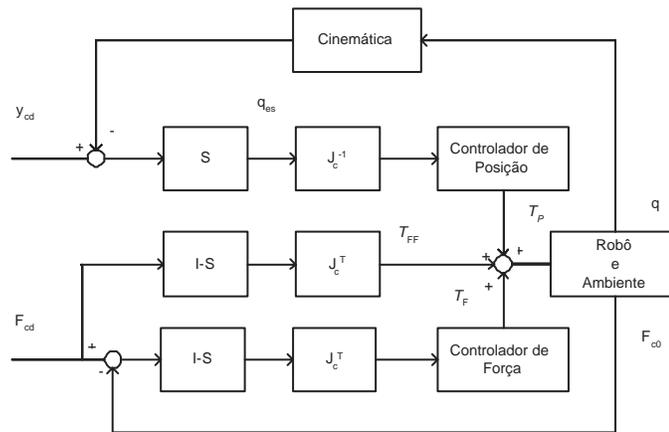


Figura 4.2. Controlador híbrido.

Na figura 4.4 mostra-se a trajetória planeada sem perturbações (referência) e a resposta temporal do robô RR com juntas ideais sob acção do algoritmo $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ para os sub controladores de posição e de força, com a sintonia da tabela 4.1. As respostas temporais incluem a posição $\{x_c, y_c\}$ e a força F_{xc} do órgão terminal do robô com a superfície de contacto, e cs_{xc} a compressão da superfície de restrição. Pode-se observar o momento do aumento da força, quando o robô inicia o contacto com a superfície de restrição até à sua estabilização. Verifica-se ainda que o robô executa bem a trajetória planeada e consegue exercer a força de contacto planeada na superfície de restrição.

Note-se que o erro de seguimento é bastante reduzido em regime permanente, quer

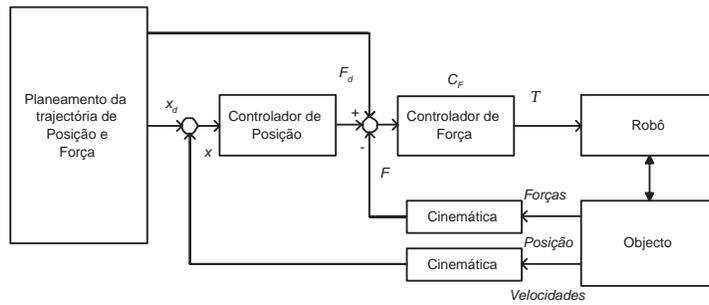


Figura 4.3. Controlador em cascata.

em espaço livre, quer quando está em contacto com a superfície de restrição. Contudo, existem pequenas oscilações no momento do contacto com a superfície de restrição e na fase de sua libertação.

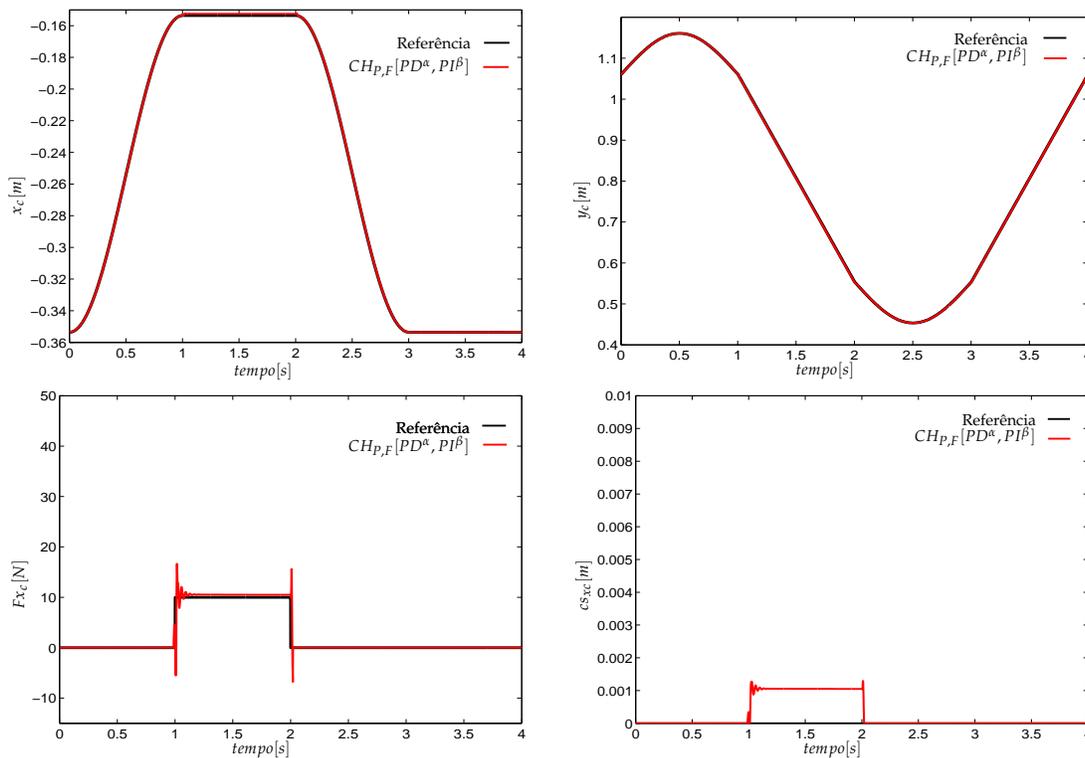


Figura 4.4. Resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR com juntas ideais, sob a acção do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e sem perturbações.

Na figura 4.5 observa-se o efeito da perturbação na posição y_c .

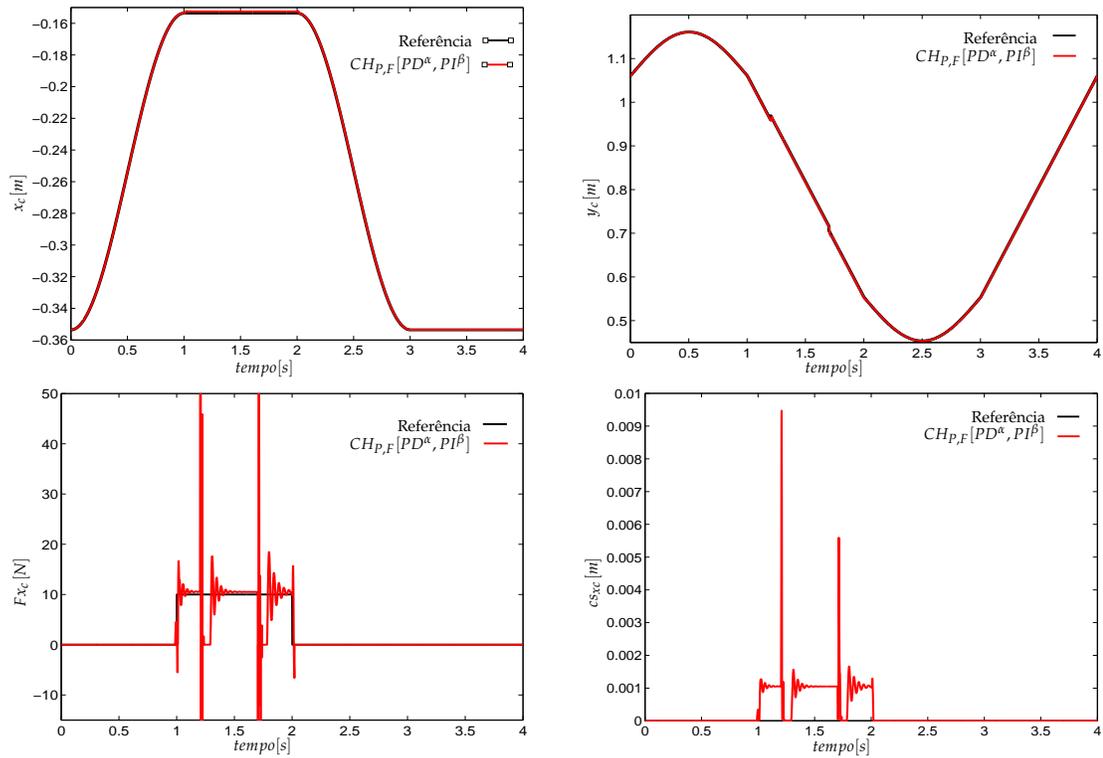


Figura 4.5. Resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e c_{sxc} , do robô RR com juntas ideais, sob a acção do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ com uma perturbação $\delta y_c = 10^{-3}$ m exercida a 0.2 s após o contacto com a superfície de restrição.

Esta perturbação afecta a posição do órgão terminal do robô em ambos os sentidos x_c e y_c . No momento da perturbação o robô encontra-se em contacto com a superfície de restrição. Nesse instante ocorre um impacto com a superfície que faz aumentar abruptamente a força de contacto. Como a estrutura de controlo CH apresenta dois anéis de controlo, um de posição e outro de força, o efeito da perturbação é eliminado pelos controladores de posição e força existentes nesta estratégia de controlo.

Na figura 4.6 estão representadas as evoluções da resposta temporal das coordenadas de posição das juntas $\{q_1, q_2\}$ e os binários $\{T_1, T_2\}$ para uma perturbação $\delta y_c = 10^{-3}$ m exercida a 0,2 segundos após o contacto com a superfície de restrição. A figura apresenta a resposta temporal do robô RR com juntas ideais sob acção

do algoritmo $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$. Podemos observar que ambos os controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ mostram um evolução idêntica da resposta temporal das coordenadas de posição das juntas $\{q_1, q_2\}$ do robô. Mas, por outro lado, verifica-se que a evolução dos binários é bastante diferente. O controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apresenta binários bastante elevados face aos solicitados pela estrutura de controlo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$.

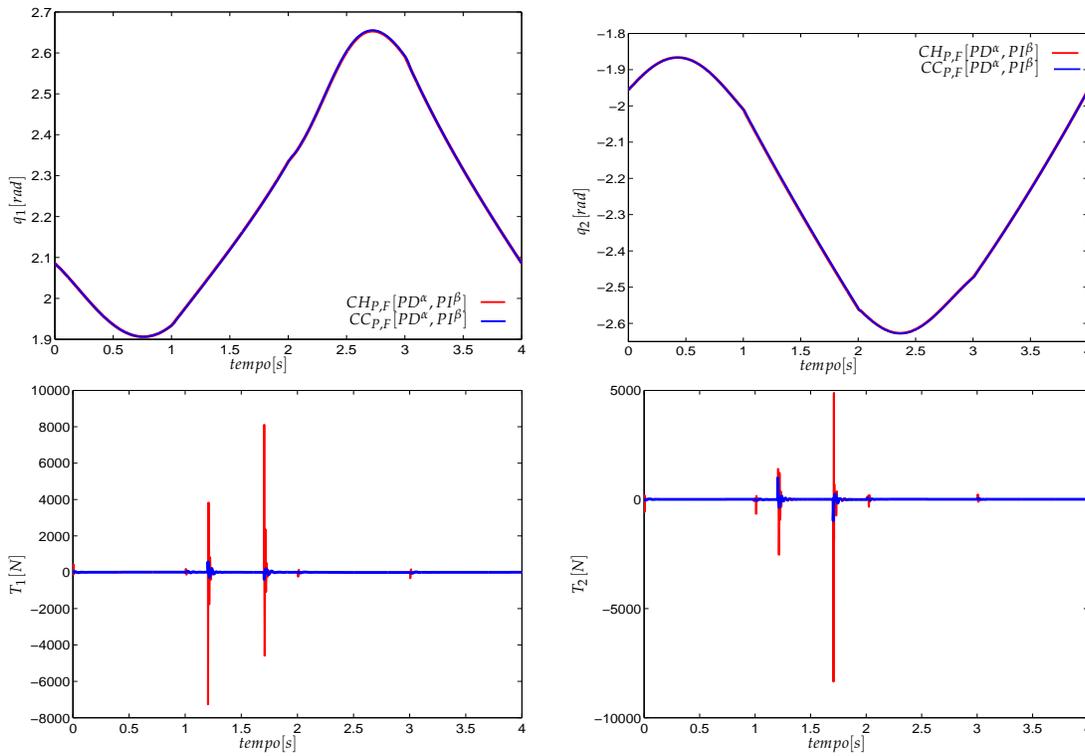


Figura 4.6. Resposta temporal das posições q_1, q_2 e dos binários T_1, T_2 das juntas do robô RR com juntas ideais sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta y_d = 10^{-3}$ m.

Da figura 4.7 à 4.9 está ilustrada a resposta temporal das variáveis $\delta x_c, \delta y_c, \delta Fx_c, \delta cs_{xc}, \delta q_1, \delta dq_1, \delta q_2, \delta dq_2, ep_i, \delta T_2, Fx_c$ e cs_{xc} do robô RR com juntas ideais sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ para a perturbação em $\delta y_d = 10^{-3}$ m, (i.e., a diferença entre as trajectórias planeadas sem e com perturbação,

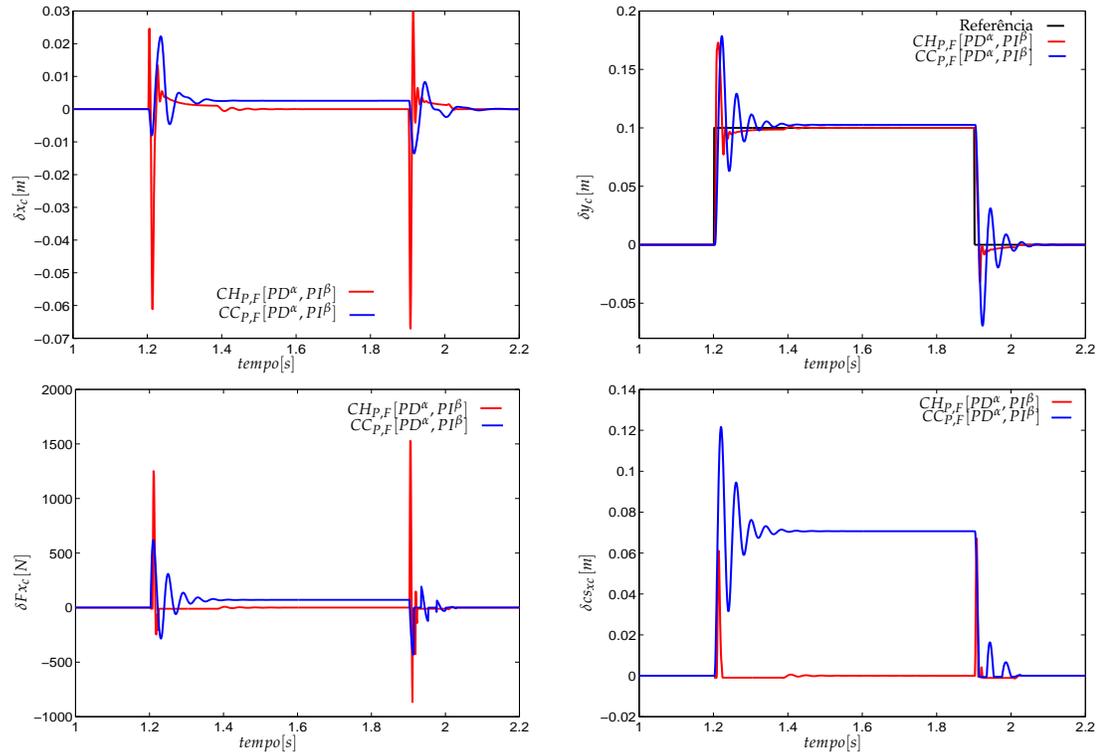


Figura 4.7. Resposta temporal das variáveis δx_c , δy_c , δF_{x_c} e δcs_{x_c} , do robô RR com juntas ideais sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta y_d = 10^{-3}$ m.

apresentadas, respectivamente nas figuras 4.4 e 4.5).

Na figura 4.7 está apresentada a resposta temporal da posição $\{x_c, y_c\}$, da força F_{x_c} e do deslocamento da superfície de restrição cs_{x_c} , do órgão terminal do robô RR com juntas ideais e sob a acção do algoritmo de controlo CF para os controladores CH e CC, considerando uma pequena perturbação na referência de posição $\delta y_c = 10^{-3}$ m.

Na figura 4.8 mostra-se a evolução temporal da variação da posição nas coordenadas das juntas $\{\delta q_1, \delta q_2\}$, das velocidades $\{\delta dq_1, \delta dq_2\}$, podendo-se constatar que a estratégia de controlo CH apresenta velocidades das juntas mais elevadas.

Na figura 4.9 observa-se o erro de posição ep_i face à perturbação em y_c , assim como a força de contacto F_{x_c} , a compressão da superfície de contacto cs_{x_c} e a perturbação

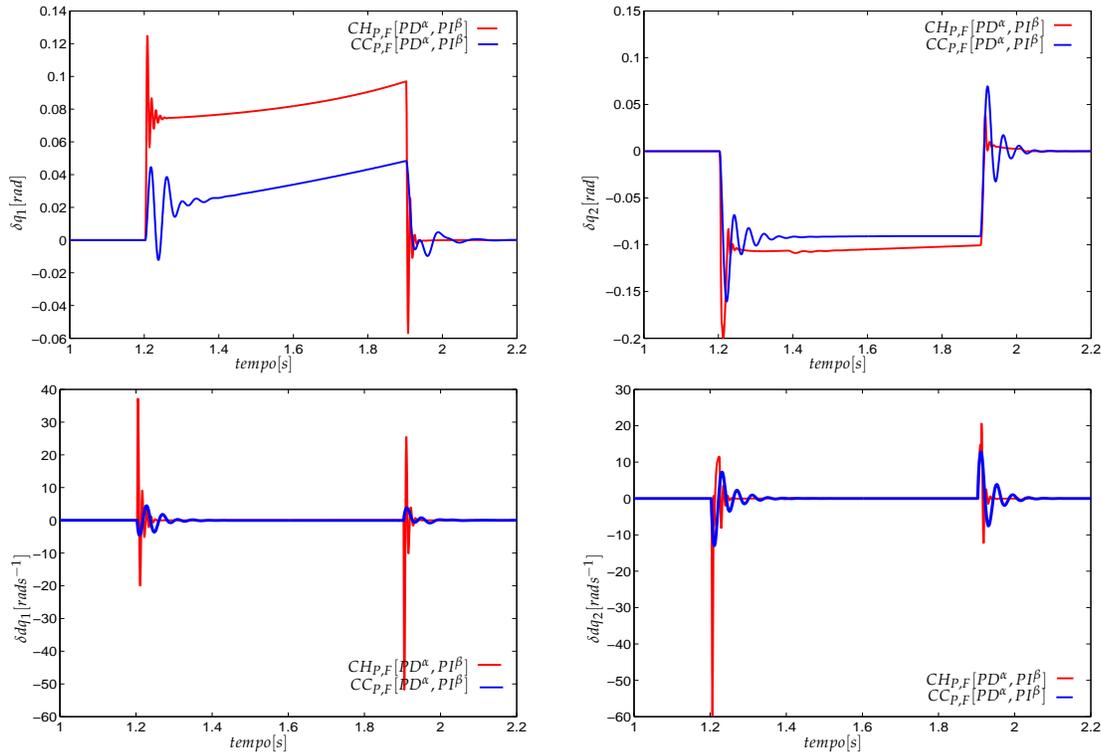


Figura 4.8. Resposta temporal das variáveis δq_1 , δdq_1 , δq_2 e δdq_2 do robô RR com juntas ideais sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta y_d = 10^{-3}$ m.

do binário δT_2 .

Analisando as figuras 4.7 à 4.9, observa-se que o controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apresenta uma sobre-elevação do sinal de posição $\delta x_c(t)$, mais elevada do que o controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$. Este efeito dinâmico deve-se à estratégia de controlo imposta pelo $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$. Por outras palavras, no momento do contacto com a superfície de restrição, a malha de realimentação de força actua de forma directa de modo a corrigir o erro da força. Consta-se que o erro de seguimento de posição ep_i calculado pela equação (4.1) e o erro de força Fx_c são bastante menores no caso do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$. No entanto, é de salientar, que isto se deve a um esforço bastante elevado nos binários das juntas T_1 e T_2 como se pode observar na figura 4.6.

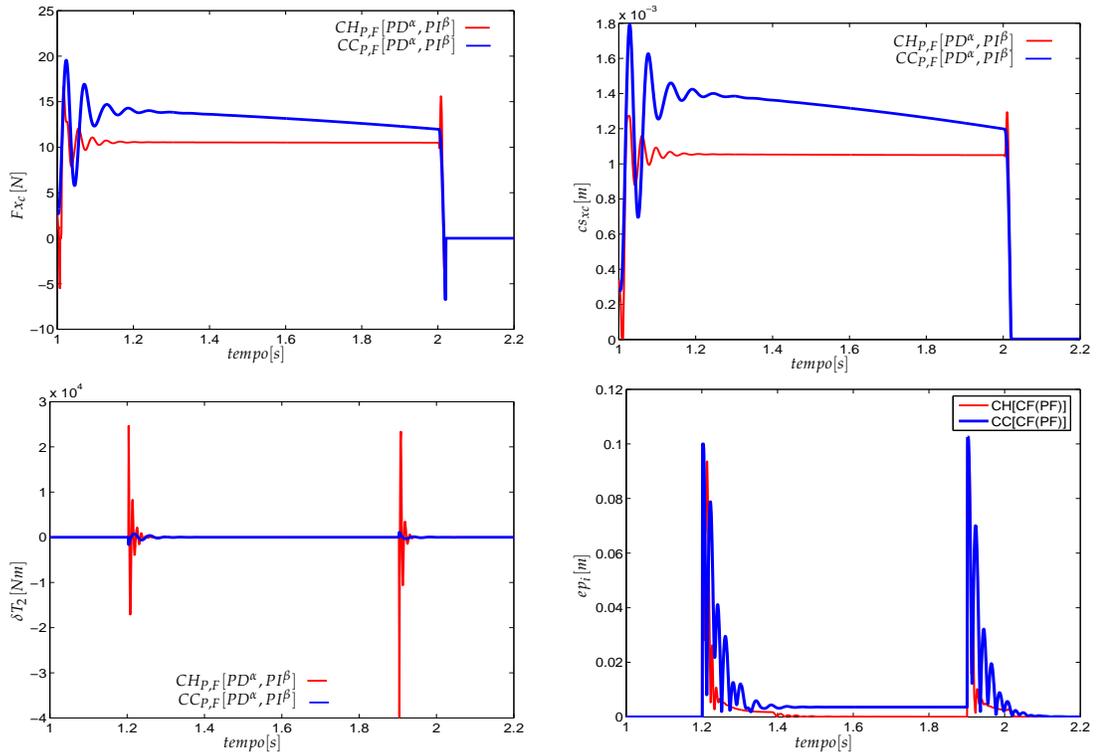


Figura 4.9. Resposta temporal das variáveis ep_i , δT_2 , F_{xc} e cs_{xc} do robô RR com juntas ideais sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta y_d = 10^{-3}$ m.

4.3 A análise dos sub-controladores

Esta secção é dedicada à análise dos sub controladores do anel de posição e de força, para as diferentes estruturas de controlo CH versus CC . São estudados os algoritmos de controlo clássico e os algoritmos de controlo fraccionário, ou seja, $PD - PI$ versus CF .

Nesta análise, considera-se a mesma trajectória e o mesmo robô RR com juntas ideais. Os ganhos dos sub-controladores de posição e força sob a acção dos algoritmos $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, $CH_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD, PI]$ são os que constam nas tabelas 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4.

Nas figuras 4.10 e 4.11, pode observar-se as respostas temporais da posição δx_c , δy_c do órgão terminal do robô, da força exercida δF_{xc} na superfície de restrição e do deslocamento da superfície de restrição $\delta c_{s_{xc}}$, para uma perturbação na referência de posição $\delta y_d = 10^{-3}$ m e para as estruturas de controlo *CH* e *CC*.

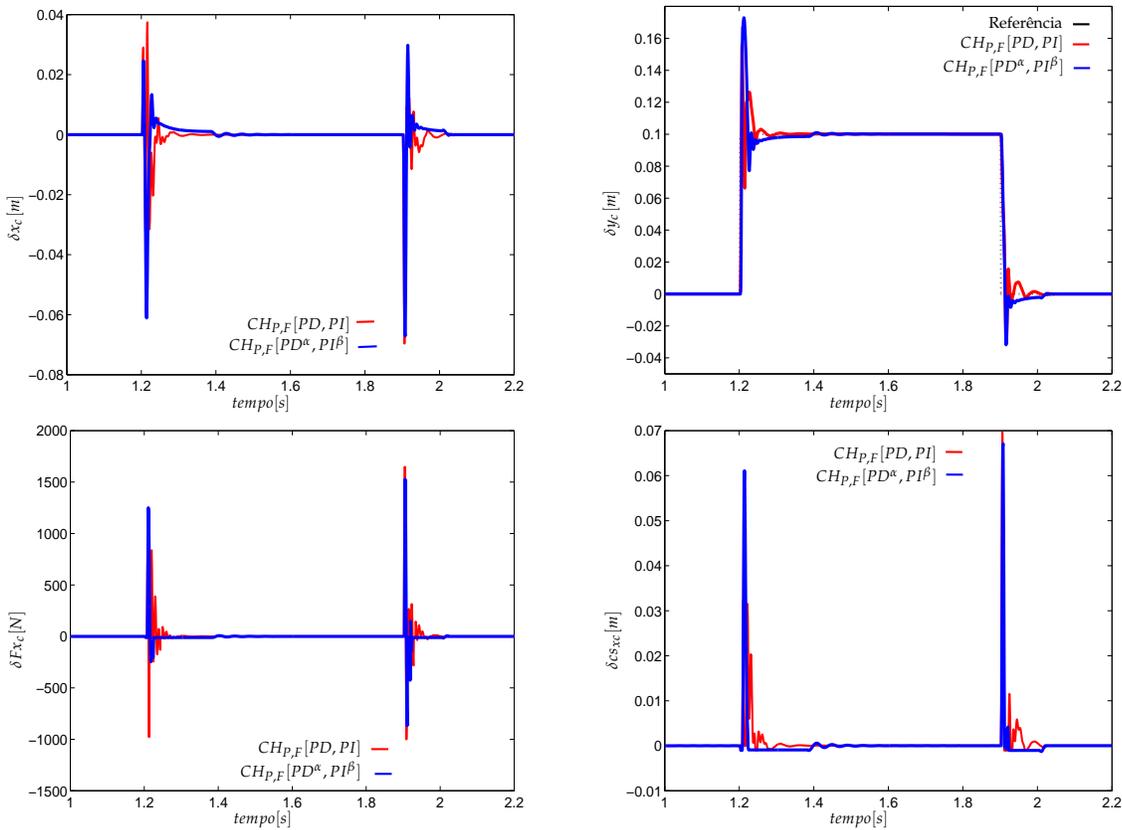


Figura 4.10. Resposta temporal da variação das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e $c_{s_{xc}}$, para o robô *RR* com juntas ideais sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD,PI]$ e $CH_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$ e $\delta y_d = 10^{-3}$ m.

Na figura 4.10 observam-se os comportamentos temporais dos algoritmos de controlo clássico e controlo fraccionário para a estrutura de controlo *CH*. Pode-se dizer que os resultados obtidos favorecem o algoritmo $CH_{P,F}[PD,PI]$ para uma perturbação na posição de referência δy_c , porque o algoritmo $CH_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$ apresenta uma sobre-elevação do sinal mais elevada que o algoritmo $CH_{P,F}[PD,PI]$.

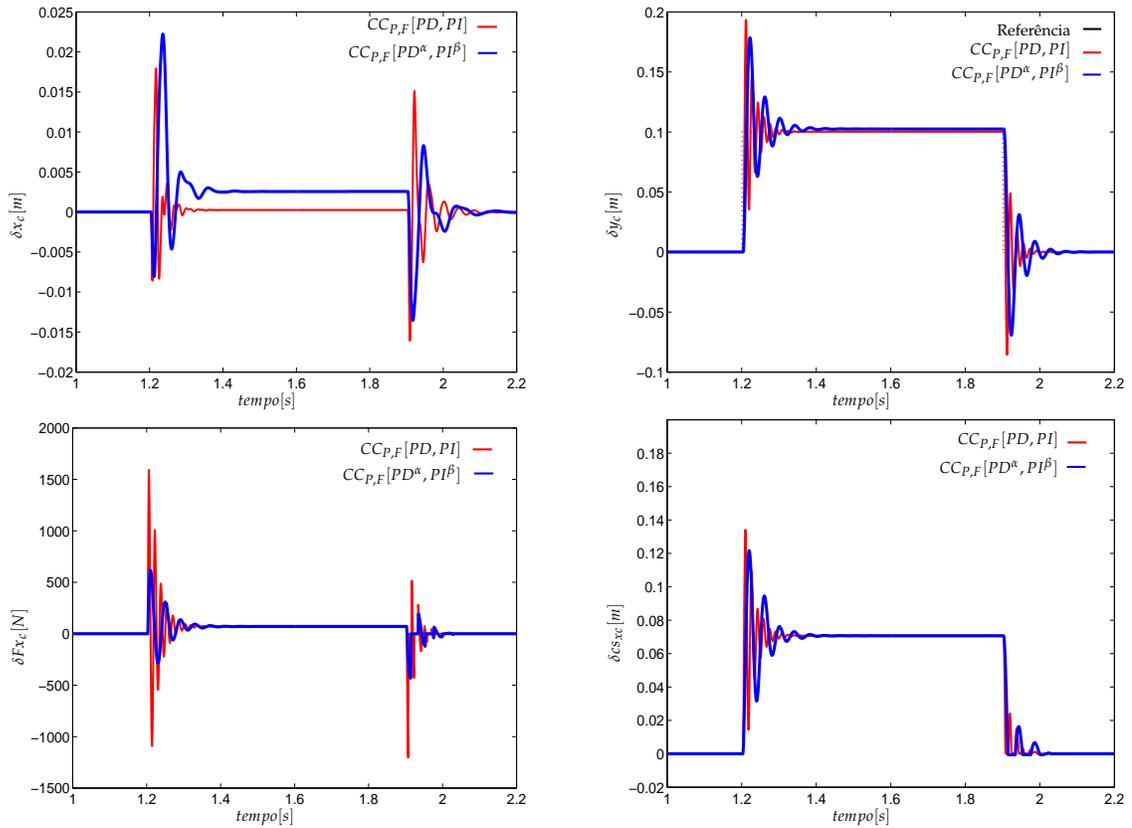


Figura 4.11. Resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com juntas ideais sob a ação dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta y_d = 10^{-3}$ m.

Na figura 4.11 observam-se os resultados da estrutura de controlo CC. Comparando as duas estruturas de controlo verifica-se que a estrutura de controlo CH, independentemente do algoritmo de controlo utilizado, evidencia uma menor sobrelevação do sinal. Por outro lado o erro em regime permanente apresenta-se maior na estrutura de controlo CC, para ambos os algoritmos.

4.4 A análise dos fenómenos dinâmicos nas juntas

Nesta secção estudam-se os efeitos dos fenómenos dinâmicos que ocorrem nas juntas dos robôs, como as folgas nas engrenagens das juntas, a flexibilidade da transmissão, o atrito não linear do sistema e a saturação nos actuadores. Refira-se que são repetidas as experiências efectuadas na secção anterior de forma a analisar as estruturas de controlo, isto é, *CH versus CC*, e os algoritmos de controlo clássico e fraccionário, ou seja, *PD – PI versus CF*.

Considera-se a uma trajectória idêntica à usada nos casos anteriores (figura 4.1) e estuda-se o efeito da perturbação nas variáveis de posição para os fenómenos dinâmicos apresentados.

Nas figuras 4.12 a 4.15 apresentam-se as simulações realizadas para a estrutura de controlo *CH* com os sub-controladores *PD – PI* e *CF*, e nas figuras 4.16 a 4.19 para o controlo *CC* com sub-controladores *PD – PI* e *CF*. Os ganhos adoptados para os sub-controladores são iguais para cada conjunto de casos em estudo.

De seguida, e com base nos conceitos introduzidos, tecem-se algumas considerações necessárias na modelação de certos fenómenos dinâmicos que ocorrem nas juntas dos robôs.

Nas tabelas 4.5 a 4.8 estão indicados os parâmetros utilizados nas experiências realizadas para cada fenómeno dinâmico.

Tabela 4.5. Parâmetros do modelo das folgas nas juntas

i	ε	h (rad)
1	0,8	$1,8 \times 10^{-4}$
2	0,8	$1,8 \times 10^{-4}$

Na figura 4.12, apresenta-se a resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com folgas nas juntas das engrenagens dos manipuladores, sob a acção dos algoritmos PD – PI e CF para o controlador CH e com uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m. Comparando o desempenho dos algoritmos de controlo $CH_{P,F}[PD, PI]$ e $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, verifica-se que os resultados obtidos são idênticos para ambos os algoritmos.

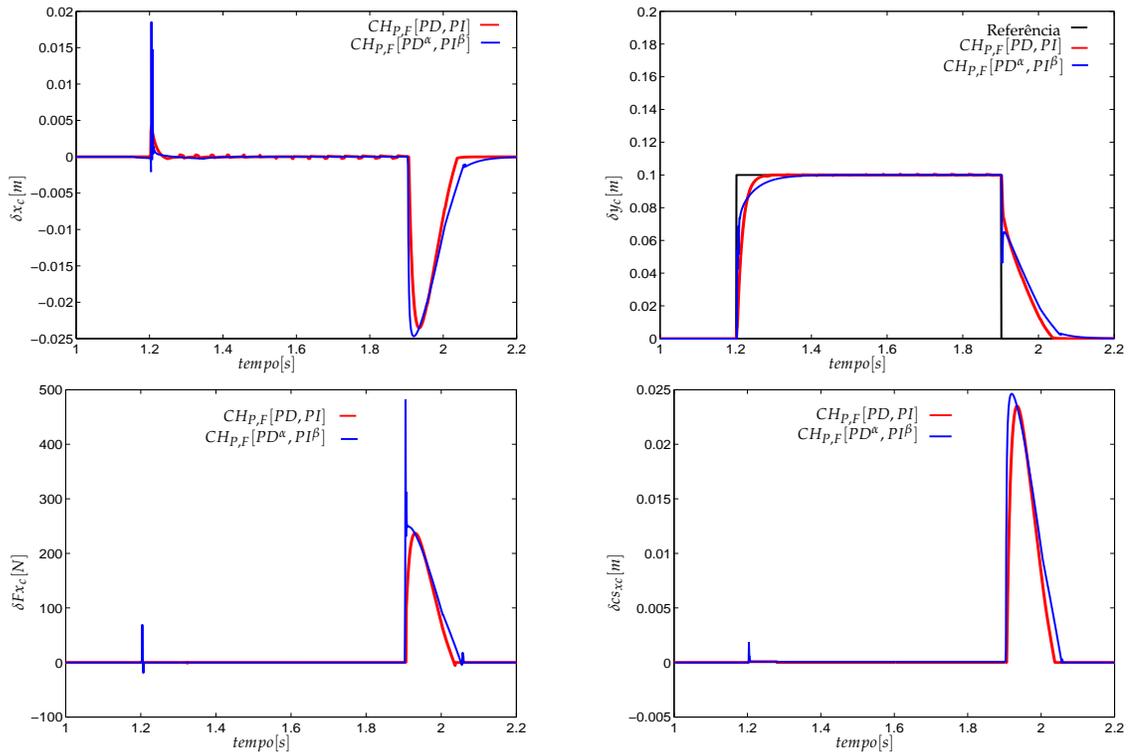


Figura 4.12. Resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com folgas nas juntas, sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD, PI]$, $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e com uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m.

Tabela 4.6. Parâmetros do modelo da flexibilidade nas juntas

i	B_m (Nmrad ⁻¹ s)	K_m (Nmrad ⁻¹)
1	1.0×10^2	2.0×10^7
2	1.0×10^2	2.0×10^7

A figura 4.13 mostra a resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com flexibilidade na transmissão das juntas dos manipuladores, sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD, PI]$, $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e com uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m. Nos resultados obtidos o algoritmo CF apresenta um erro de posição e de força em regime permanente inferior ao do algoritmo $CH_{P,F}[PD, PI]$. Pode-se concluir que o desempenho do algoritmo $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ é superior ao do $CH_{P,F}[PD, PI]$.

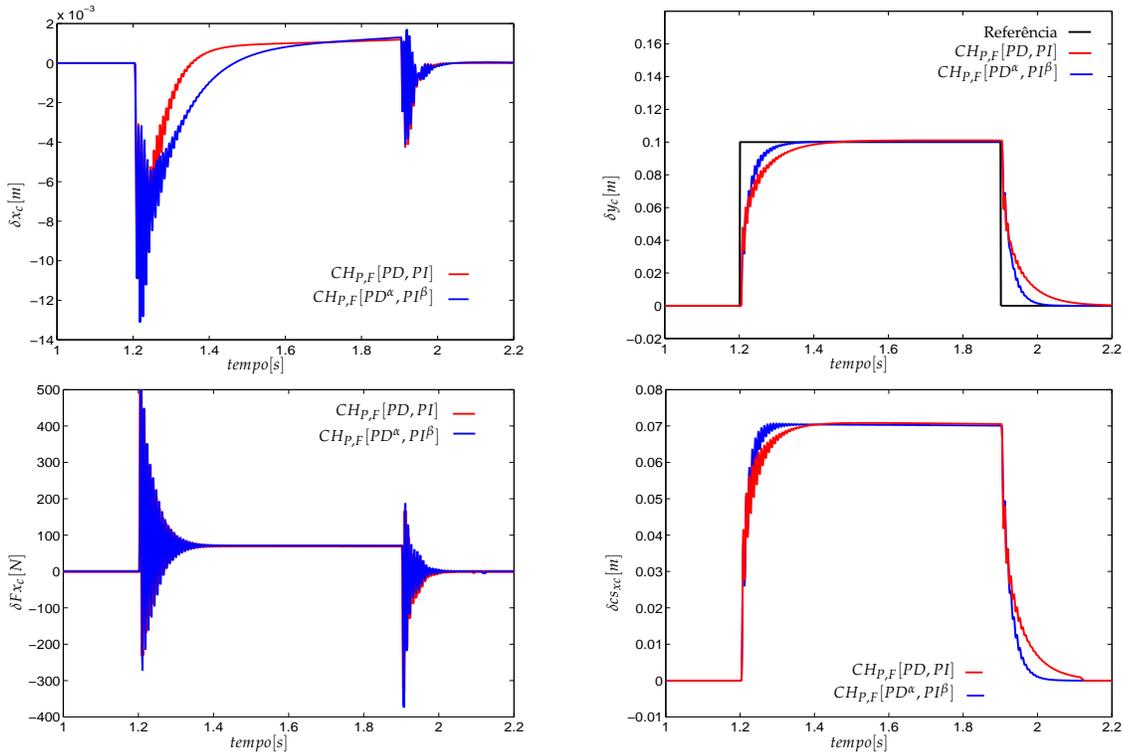


Figura 4.13. Resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com flexibilidade nas juntas, sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD, PI]$, $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e com perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m.

Tabela 4.7. Parâmetros do modelo do atrito

i	A_m (Nmrad ⁻¹)	B_m (Nmrad ⁻¹ s)	K_m (Nmrad ⁻¹)
1	0	10,0	0,5
2	0	10,0	0,5

A figura 4.14 mostra a evolução da resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , no caso da existência de atrito não linear nas juntas para o robô RR sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD, PI]$, $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e com uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m. O desempenho do algoritmo $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ é superior ao do $CH_{P,F}[PD, PI]$, porque apresenta erros de posição e de força em regime permanente relativamente inferiores.

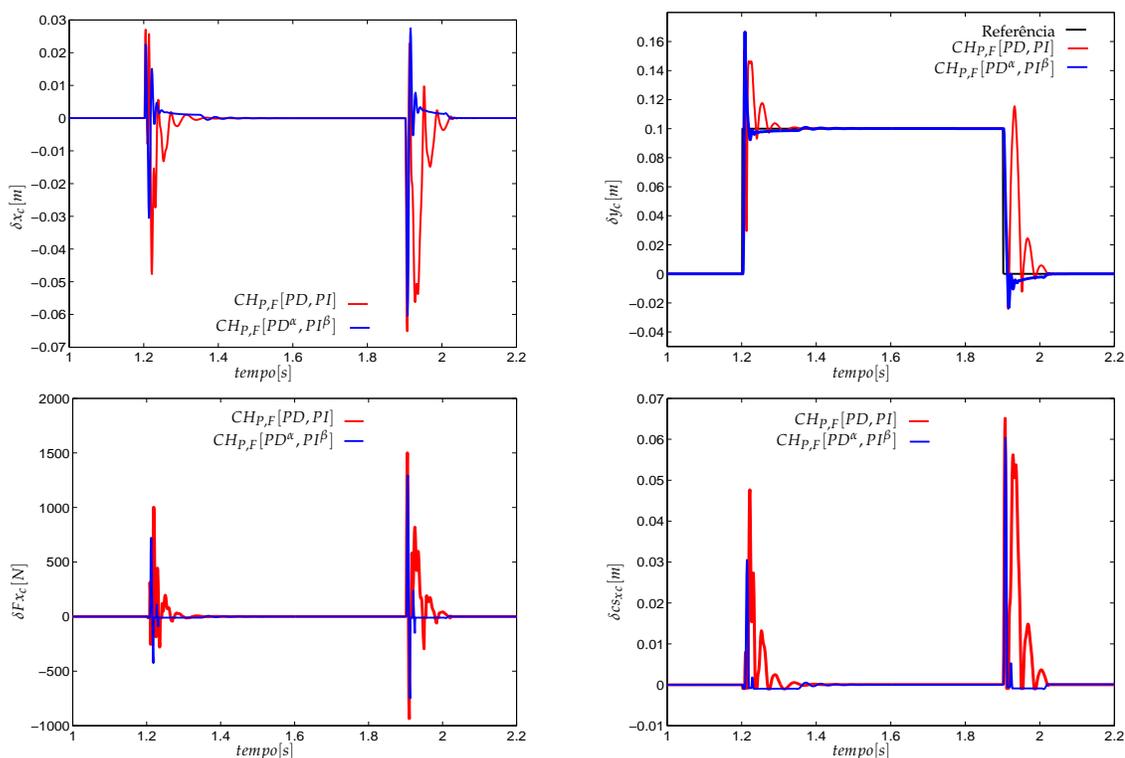


Figura 4.14. Resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com atrito não linear nas juntas, sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD, PI]$, $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e com uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m.

Tabela 4.8. Parâmetros do modelo da saturação dos actuadores nas juntas

i	$+T_{max}$ (Nm)	$-T_{max}$ (Nm)
1	100,0	-100,0
2	100,0	-100,0

A figura 4.15 apresenta a resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com saturação nos actuadores das juntas. A força aplicada na superfície de restrição pelo algoritmo de controlo $CH_{P,F}[PD,PI]$, é mais elevada provocando maiores erros de posição e, consequentemente, movimentos bruscos na superfície de contacto.

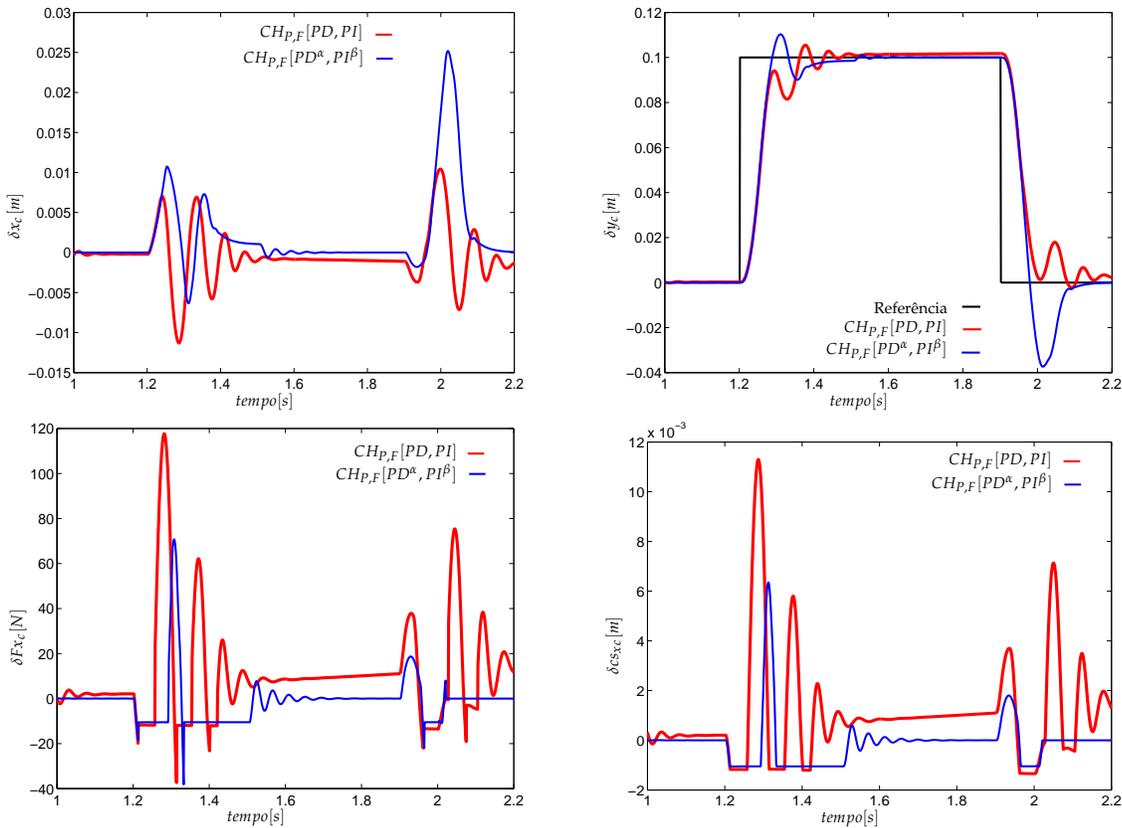


Figura 4.15. Resposta temporal da variação das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com saturação nos actuadores das juntas, sob a acção dos controladores $CH_{P,F}[PD,PI]$, $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e com uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m.

A análise dos fenómenos dinâmicos nas juntas

Após análise da resposta temporal dos diversos fenómenos dinâmicos para o caso do controlador CH , efectua-se agora o estudo análogo para o controlador CC .

Observa-se na figura 4.16 a resposta temporal para o robô RR com folgas nas juntas, sob a acção dos algoritmos de controlo $CC_{P,F}[PD, PI]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ com uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m. O algoritmo de controlo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apresenta um erro de posição em regime permanente muito menor que o algoritmo de controlo $CC_{P,F}[PD, PI]$. Além disto, o controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apresenta uma resposta temporal muito mais rápida que o controlador clássico, no entanto, apresenta uma força de contacto maior que o controlador $CC_{P,F}[PD, PI]$.

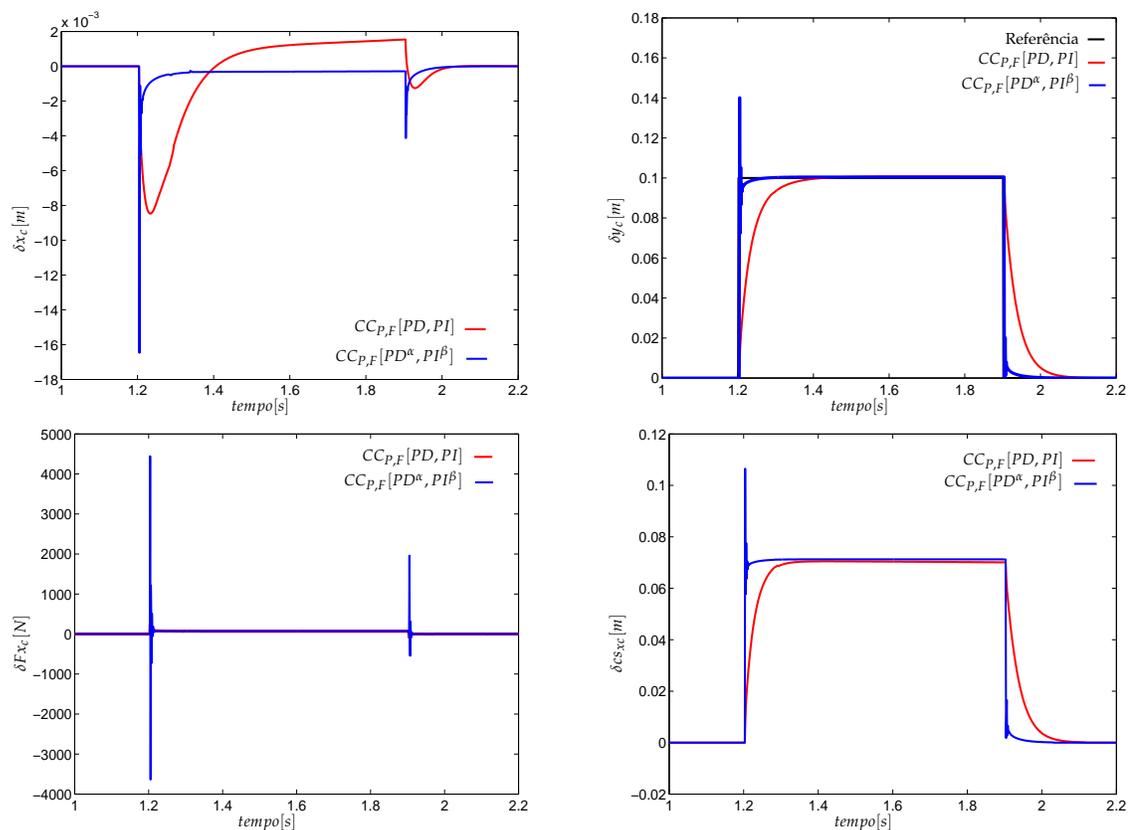


Figura 4.16. Resposta temporal da variação das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com folgas nas juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e com uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m.

A figura 4.17 mostra a resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , no caso da existência de flexibilidade na transmissão das juntas, para o robô *RR*, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD,PI]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$ e para uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m. Dos resultados obtidos pode-se concluir que o algoritmo de controlo $CC_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$ apresenta um desempenho superior ao algoritmo de controlo $CC_{P,F}[PD,PI]$.

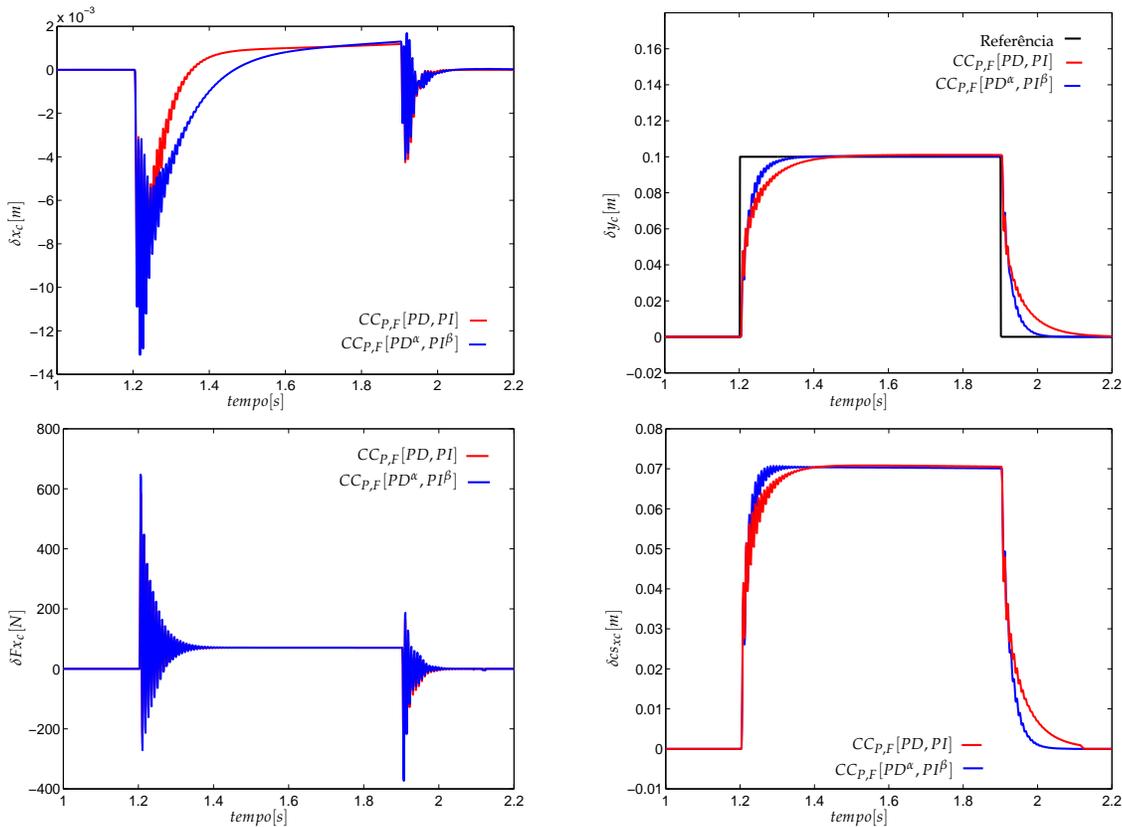


Figura 4.17. Resposta temporal da variação das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô *RR* com flexibilidade nas juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD,PI]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$ e com perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m.

A figura 4.18 apresenta a resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com atrito não linear nas juntas dos manipuladores, sob a acção dos algoritmos $PD - PI$ e CF para o controlador CC e para uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m. Analisando os resultados obtidos, conclui-se que os dois algoritmos de controlo apresentam desempenhos semelhantes.

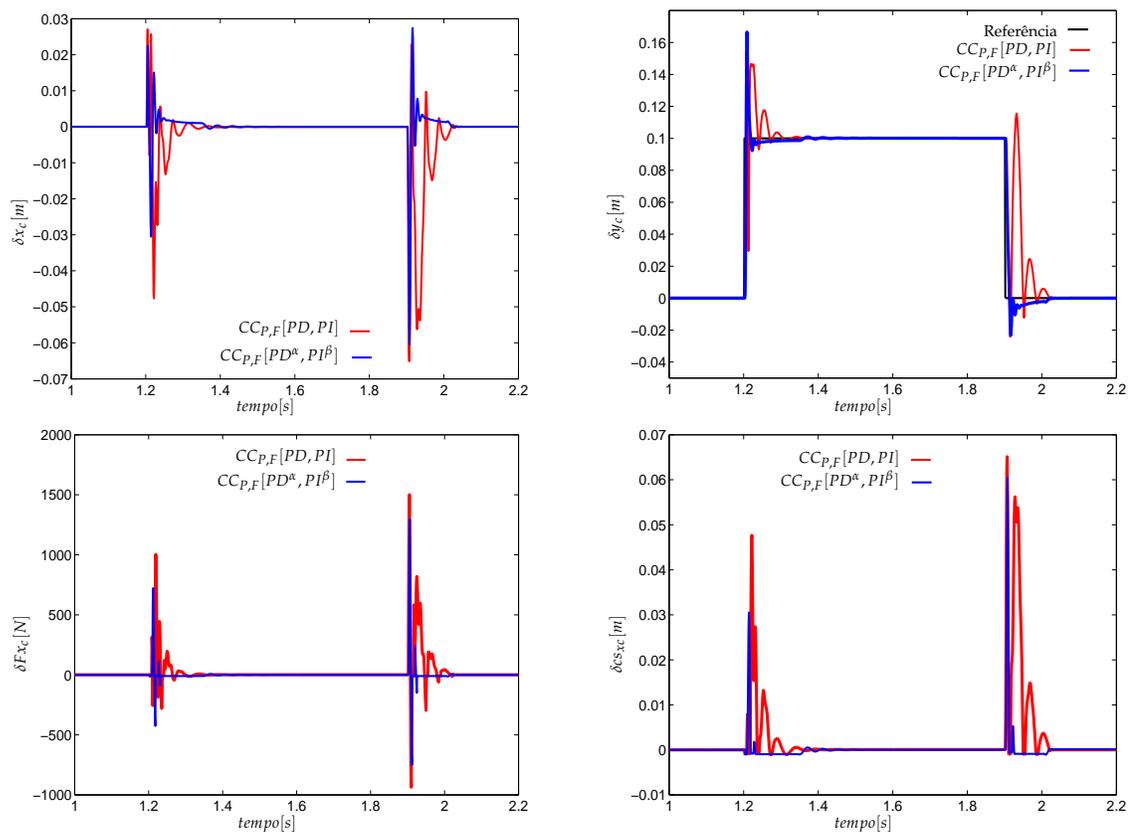


Figura 4.18. Resposta temporal da variação das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com atrito não linear nas juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD,PI]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$ e com uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m.

Na figura 4.19 mostra-se a resposta dos controladores $CC_{P,F}[PD,PI]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$ para o caso da existência de uma saturação nos actuadores das juntas. O desempenho do algoritmo de controlo $CC_{P,F}[PD,PI]$ apresenta um resultado bastante mau,

com erros de posição bastante elevados, devido às elevadas forças aplicadas na superfície de restrição que provocam oscilações com a superfície de contacto.

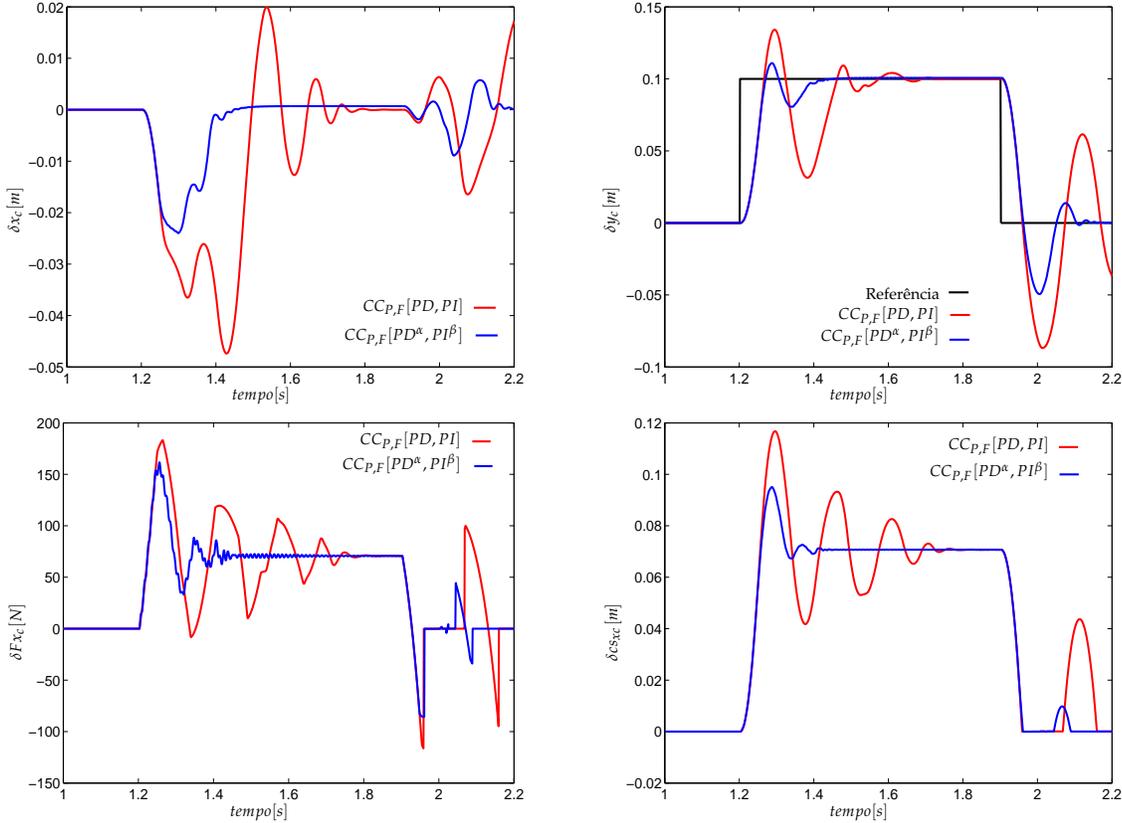


Figura 4.19. Resposta temporal da variação das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR com saturação nos actuadores das juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e com uma perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m.

Em resumo, nesta secção conclui-se que os efeitos das não linearidades nas juntas dos robôs influenciam o desempenho dos controladores. Comparando caso a caso, verifica-se que o controlador CH apresenta um melhor desempenho que o controlador CC para as folgas nas engrenagens nas juntas. todavia os algoritmos de controlo $CC_{P,F}[PD, PI]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apresentam resultados idênticos.

No caso da transmissão com flexibilidade nas juntas, o controlador CC encontra-se melhor adaptado que o controlador CH, tendo um desempenho superior. Os

algoritmos $PD - PI$ e CF apresentam resultados semelhantes.

No caso da existência de atrito não linear nas juntas, os controlador CC e CH apresentam desempenhos idênticos.

Por último, no caso da existência de saturação nos actuadores das juntas, o controlador CC revela um melhor desempenho que o controlador CH . Quanto aos algoritmos utilizados observa-se que o CF apresenta melhores resultados que o $PD - PI$.

4.5 A análise dos impactos dos manipuladores

Nesta secção analisa-se a resposta do sistema na ocorrência de impactos, para as estruturas de controlo CH e CC , sendo estudados os algoritmos de controlo clássico e algoritmos de controlo fraccionário, ou seja, $PD - PI$ e CF .

A ocorrência de impactos é efectuada considerando apenas um valor estimado aproximado da inclinação da superfície de restrição, de forma a testar a ocorrência do impacto do robô, como se pode observar na figura 4.20.

Através da variação da estimativa da inclinação da superfície de restrição testa-se a robustez dos algoritmos de controlo híbrido CH posição/força e em cascata CC [77].

Os parâmetros dos controladores estão apresentados nas tabelas 4.1 e 4.2.

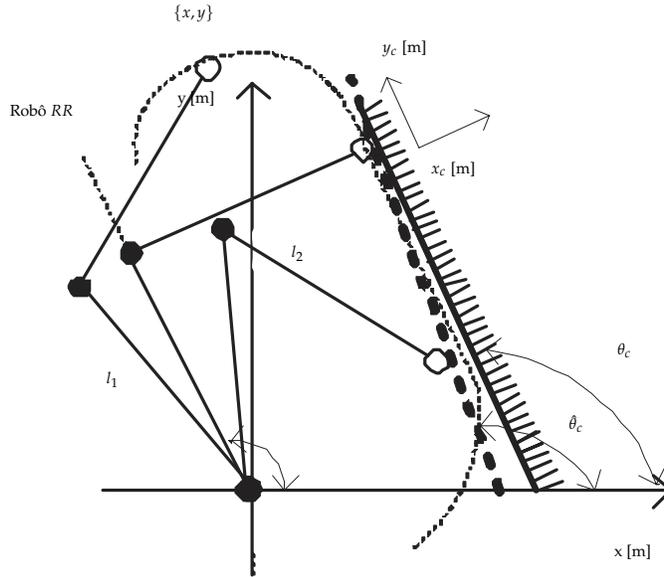


Figura 4.20. O manipulador em interação com a superfície de restrição.

Adopta-se uma trajectória no espaço de trabalho, com início na posição $\{x_i, y_i\} = \{1, 1\}$, e considera-se que o robô entra em contacto com a superfície de restrição após aproximadamente um segundo.

Os parâmetros da superfície de restrição são $\{\theta_c, M_0, B, K\} = \{45^\circ, 10^{-3}, 1.0, 10^3\}$, a força de referência de contacto com a superfície de restrição é $F_{xc} = 10$ N e a frequência de amostragem do controlador é $f_c = 1$ kHz [76]. Introduziu-se, separadamente, um impulso rectangular nas referências de posição e de força, isto é, considera-se $\{\delta y_{cd}, \delta F_{cd}\} = \{10^{-3}, 0\}$ e $\{\delta y_{cd}, \delta F_{cd}\} = \{0, 10^{-2}\}$.

As figuras 4.21 a 4.26 apresentam a resposta temporal do robô sob a acção do algoritmo CF, para as diferentes arquitecturas de controlo CH e CC, na situação de $\theta_c = \hat{\theta}_c$ e $\theta_c \neq \hat{\theta}_c$. Na figura 4.21 estão apresentadas as evoluções temporais das variáveis x_c, y_c, F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR sob acção do algoritmo CF para as estruturas de controlo CH e CC, para o caso em que $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m e $\theta_c = 45^\circ$ e $\hat{\theta}_c = 44^\circ$. Este erro de posição da superfície de restrição faz com que o robô não entre em contacto com

a superfície de restrição no instante em que o deveria fazer.

A perturbação em δy_c faz com que o robô estabeleça contacto com a superfície de restrição. Nota-se que o algoritmo *CH* tem dificuldade em fazer o controlo adequado de posição e força em simultâneo. Este facto deve-se à matriz de selecção, que executa o modo de funcionamento desta estrutura de controlo.

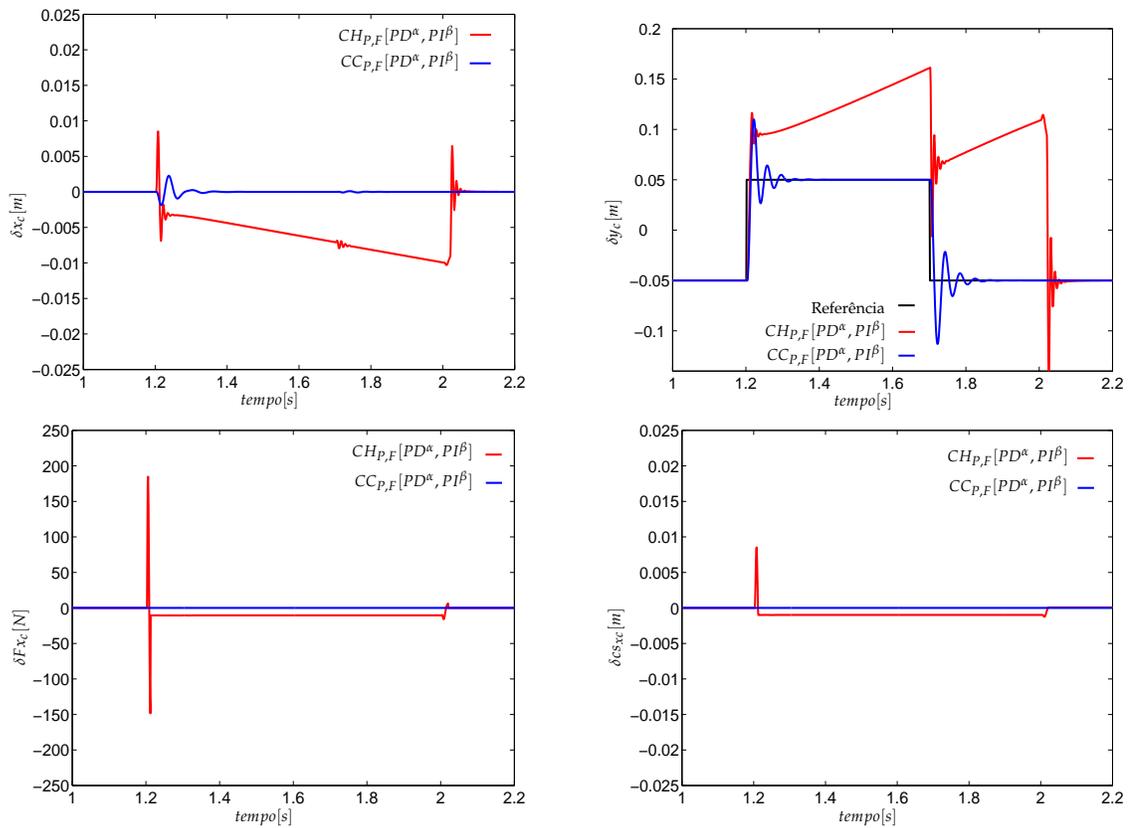


Figura 4.21. A resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR sob acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, com $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m, $\theta_c = 45^\circ$ e $\hat{\theta}_c = 44^\circ$.

Na figura 4.22 mostram-se as evoluções temporais das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR sob acção do algoritmo CF para as estruturas de controlo CH e CC, considerando $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m e $\theta_c = \hat{\theta}_c = 45^\circ$.

Nesta simulação considera-se $\hat{\theta}_c = 45^\circ$, ou seja a situação ideal de uma estimativa correcta. Comparando os dois controladores *CH* e *CC* observa-se que, aparentemente, os referidos controladores apresentam desempenhos idênticos.

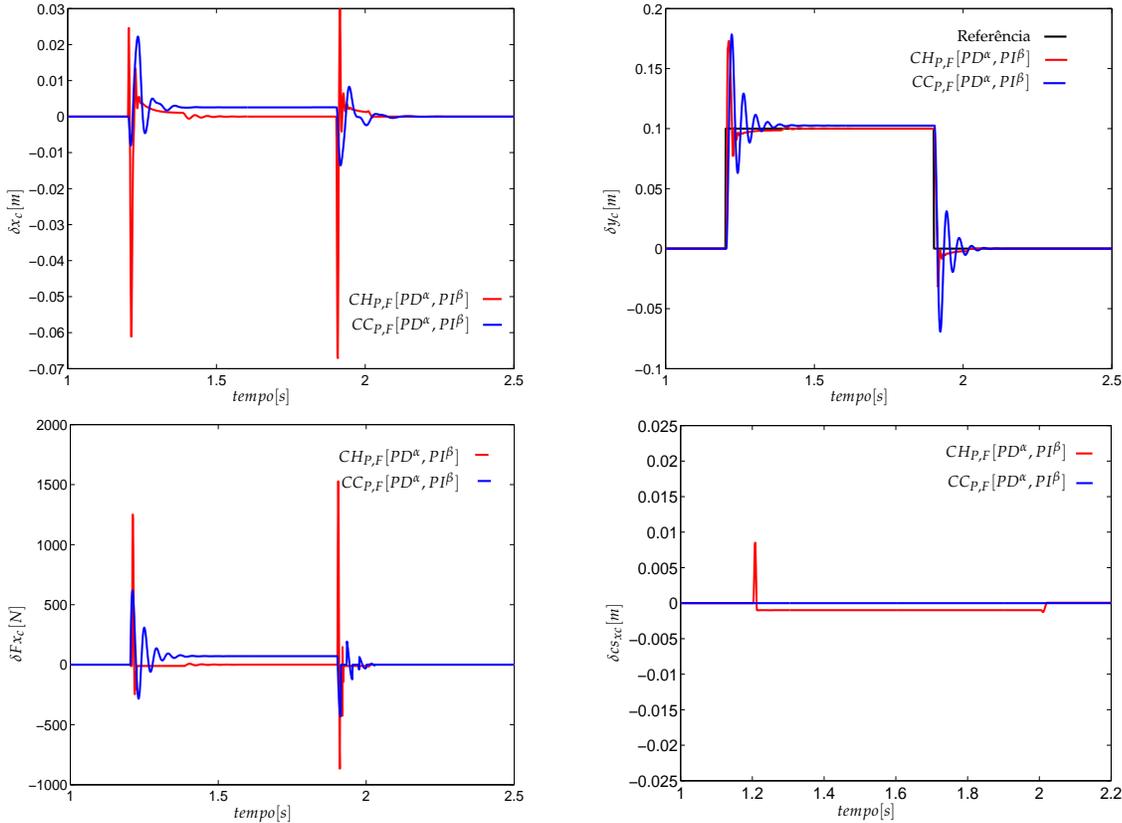


Figura 4.22. A resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , do robô *RR* sob acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, com $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m e $\theta_c = \hat{\theta}_c = 45^\circ$.

Com o objectivo de mostrar a variação do erro de estimação da orientação, simularam-se os comportamentos das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} para o robô *RR* sob acção do algoritmo *CF* (figura 4.23), para as estruturas de controlo *CH* e *CC* com $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m considera-se $\hat{\theta}_c = 46^\circ$.

Comparando os dois controladores *CH* e *CC*, no que refere aos impactos do robô com a superfície de restrição, observa-se que, no caso de uma estrutura *CH*, a existência de erros de orientação na superfície de restrição pode originar a ocorrência

de impactos.

Considerou-se $\hat{\theta}_c = 46^\circ$ leva a que a estrutura de controlo *CH* funcione de forma inadequada. A fonte deste problema advém da independência dos anéis de controlo de posição e de força. Por outro lado, o controlador *CC* adapta-se muito bem, para os vários casos.

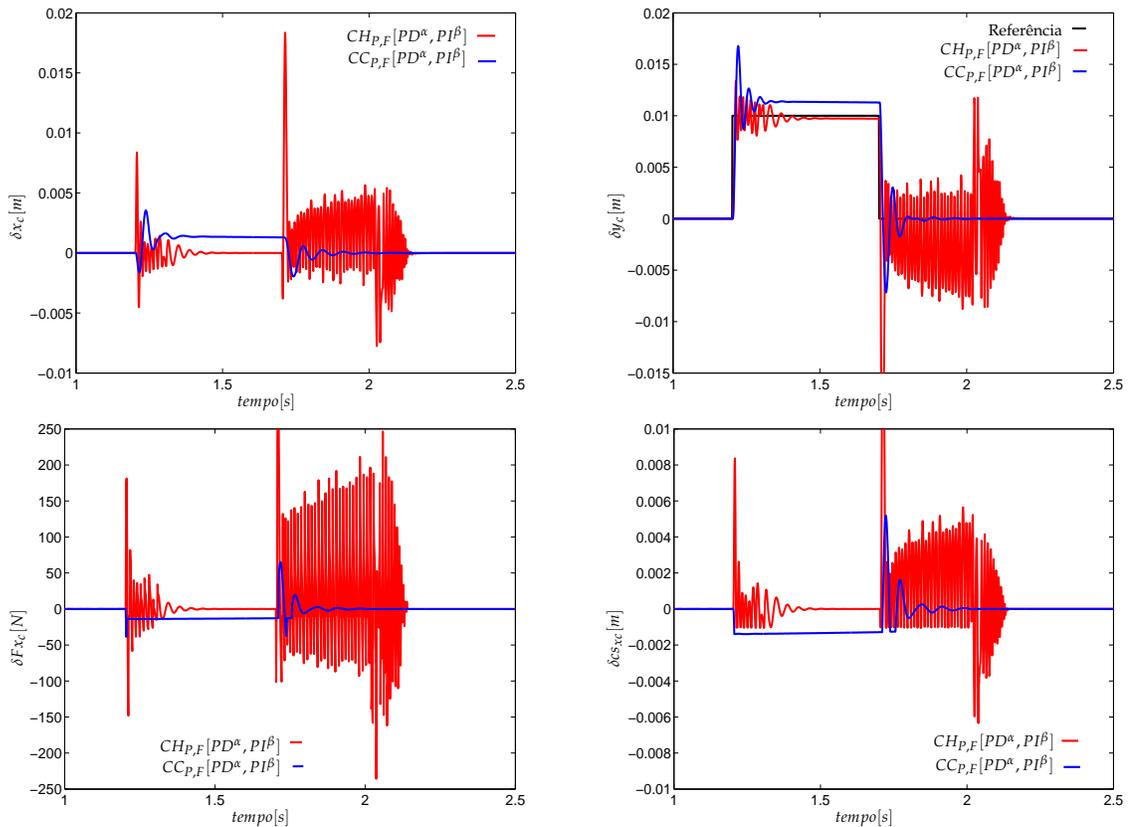


Figura 4.23. A resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , do robô *RR* sob acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, com $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m, $\theta_c = 45^\circ$ e $\hat{\theta}_c = 46^\circ$.

Na figura 4.24 observa-se a evolução temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô *RR* sob acção do algoritmo *CF* para as estruturas de controlo *CH* e *CC*, $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N, para $\theta_c = 45^\circ$ e $\hat{\theta}_c = 44^\circ$. Verifica-se que o robô não entra em contacto com a superfície de restrição quando se opta por uma arquitectura de controlo do tipo *CC* e, por outro lado, quando se adopta um controlador do tipo *CH*

a perturbação na variável força faz com que o robô entre em contacto com o objecto.

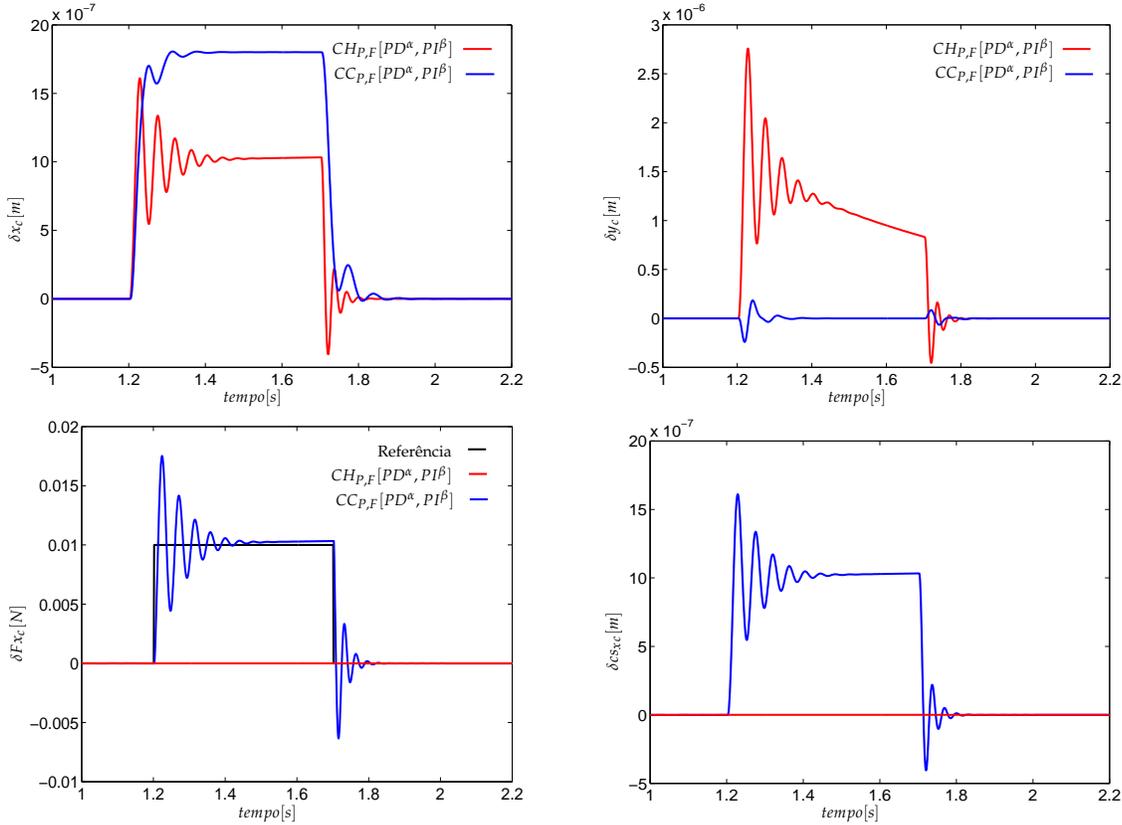


Figura 4.24. A resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR sob acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta F_{xc} = 10^{-2}$ N, $\theta_c = 45^\circ$ e $\hat{\theta}_c = 44^\circ$.

Na figura 4.25 mostra-se a evolução temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR sob acção do algoritmo CF para as estruturas de controlo CH e CC, $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N, para $\theta_c = \hat{\theta}_c = 45^\circ$. Verifica-se que controlador CH apresenta um comportamento bastante melhor que o controlador CC. O controlador CH, apesar da sobre-elevação do sinal na variável δF_{xc} , não apresenta erros em regime permanente.

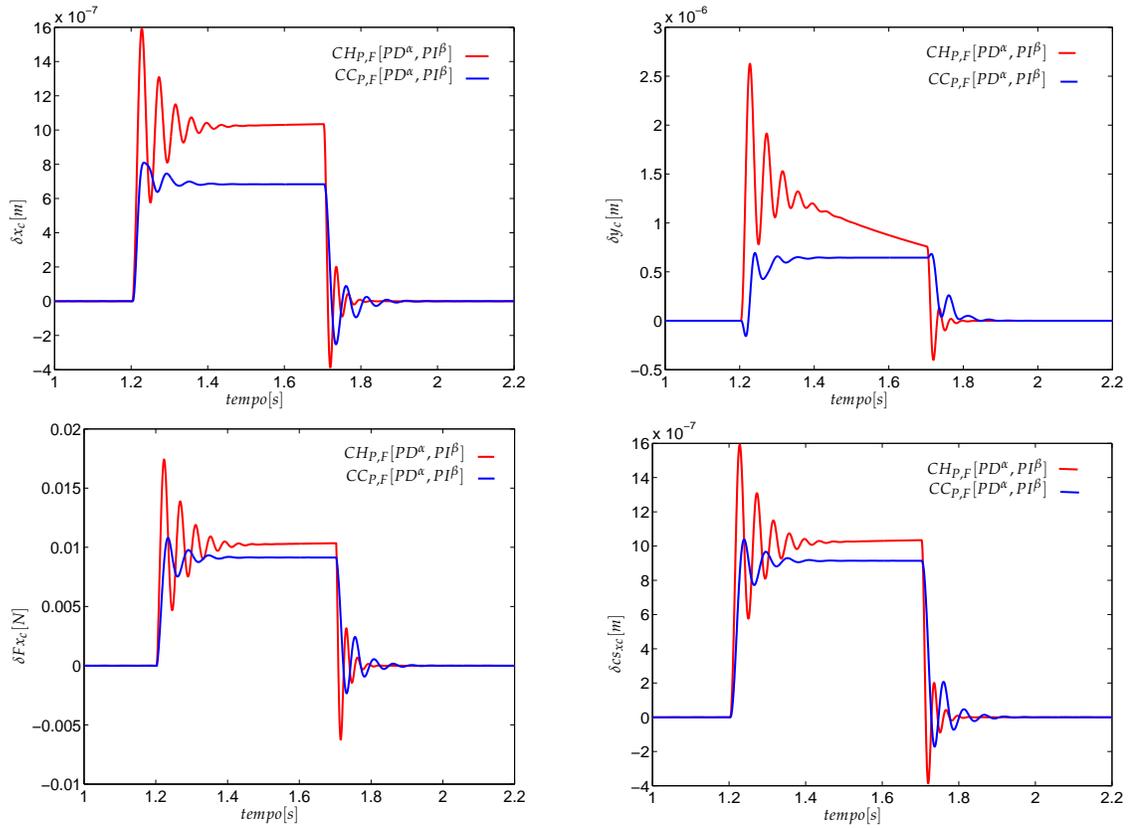


Figura 4.25. A resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR sob acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta Fx_{cd} = 10^{-2}$ N, $\theta_c = \hat{\theta}_c = 45^\circ$.

Na figura 4.26 observam-se a evolução temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , para o robô RR sob acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta Fx_{cd} = 10^{-2}$ N, para $\theta_c = 45^\circ$ e $\hat{\theta}_c = 46^\circ$.

Verifica-se na figura 4.26 que o controlador CH apresenta uma perturbação na força δFx_{cd} mais elevada que o controlador CC.

Nas figuras 4.27 e 4.28 observa-se a influência da estimação da inclinação da superfície de restrição θ_c sobre o erro quadrático da trajectória ε , definido por:

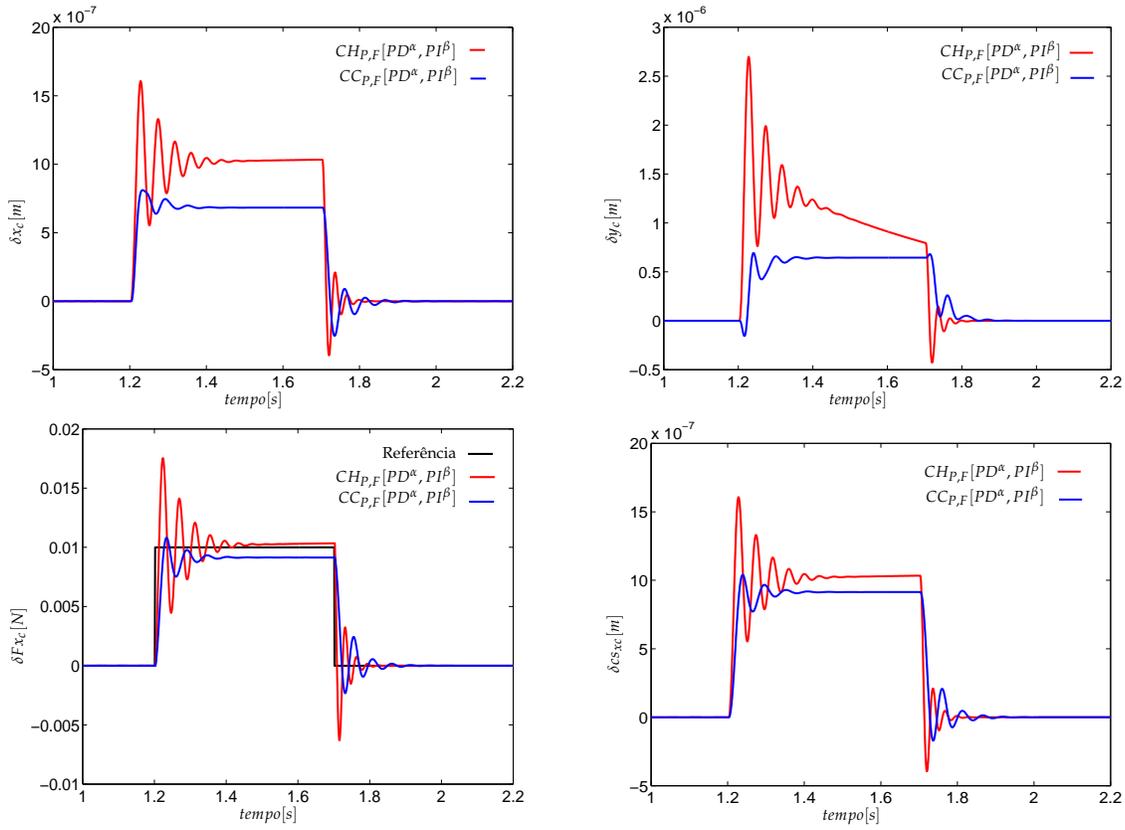


Figura 4.26. A resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR sob acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N, $\theta_c = 45^\circ$ e $\hat{\theta}_c = 46^\circ$.

$$\varepsilon = \int_0^{+\infty} [\delta(t) - \delta(t)^*]^2 dt \quad (4.3)$$

onde $\varepsilon \equiv \{\varepsilon\delta_x, \varepsilon\delta_y, \varepsilon\delta F_{xc}, \varepsilon\delta cs_{xc}\}$ e $\delta(t)$ e $\delta(t)^*$ representam as perturbações correspondentes das variáveis $\{\delta_x, \delta_y, \delta F_{xc}, \delta cs_{xc}\}$ quando $\theta_c = \hat{\theta}_c$ e $\theta_c \neq \hat{\theta}_c$, respectivamente.

Nestas figuras mostra-se o erro quadrático da resposta temporal de θ_c versus $\hat{\theta}_c$ para as estruturas de controlo CH e CC , considerando sinais de perturbação $\delta y_d = 10^{-3}$ m e $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N.

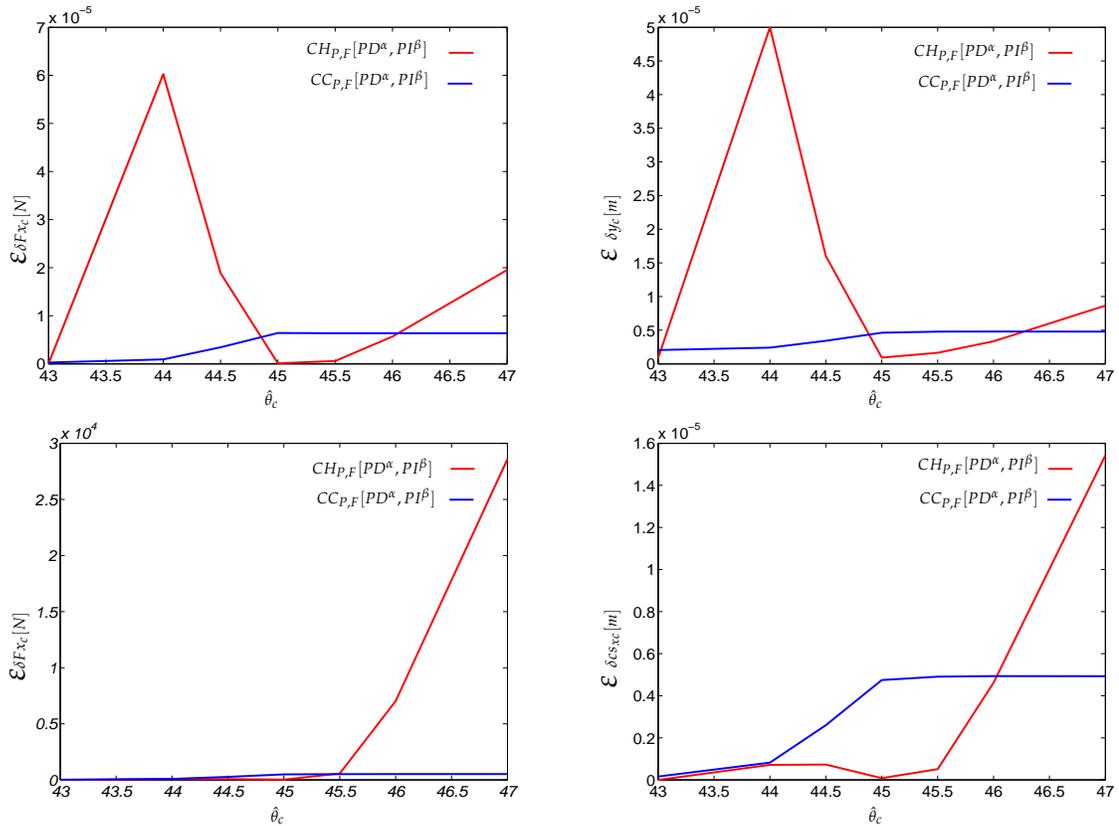


Figura 4.27. O erro quadrático da resposta temporal de ε versus $\hat{\theta}_c$ para os controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, com $\delta y_d = 10^{-3}$ m.

Observa-se que o controlador CC apresenta erros bastante menores que o controlador CH face à variação da estimativa da inclinação. No entanto, para a situação de $\theta_c = \hat{\theta}_c$, o controlador CH , apresenta um erro inferior ao do controlador CC , quer no caso da perturbação na referência de posição, quer na referência de força. Isto significa que, quando conhece com precisão a inclinação da superfície de contacto, o controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, apresenta melhores desempenhos que

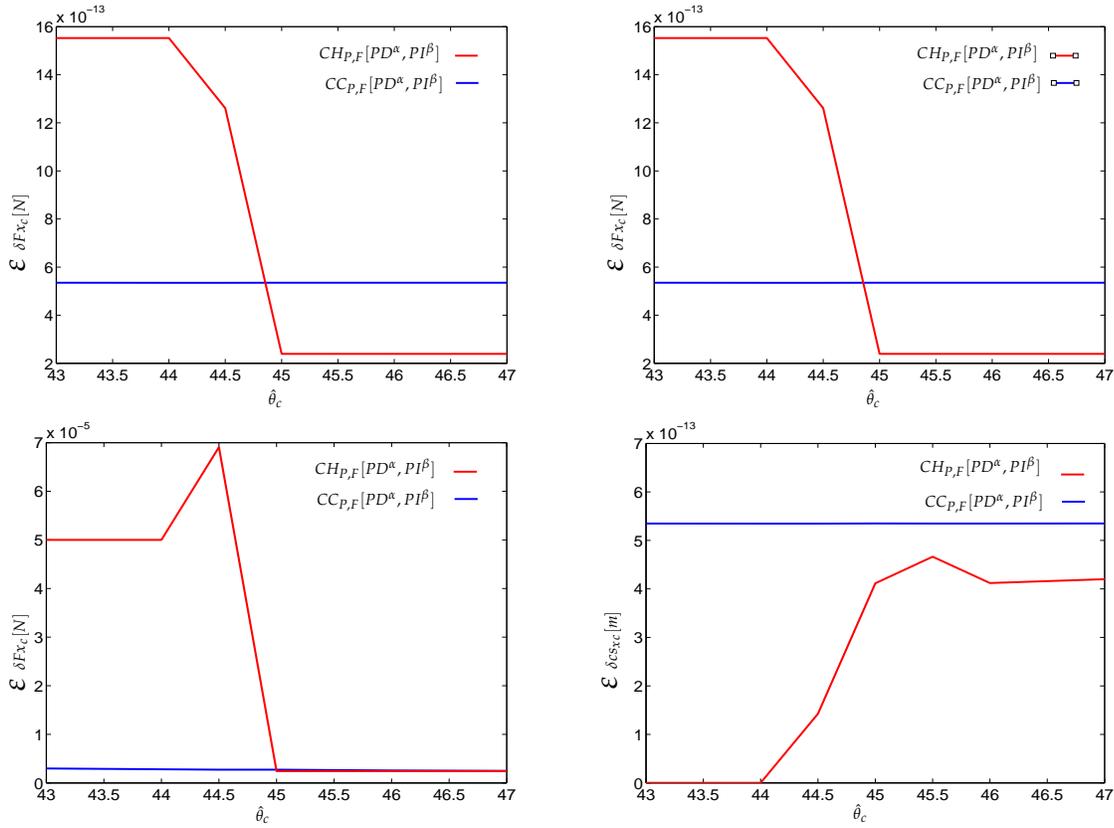


Figura 4.28. O erro quadrático da resposta temporal de ε versus $\hat{\theta}_c$ para os controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, com $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N.

o controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$. Porém, num caso real, pode não ser fácil determinar os valores exactos da inclinação da superfície de restrição. Assim, o controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ está mais adaptado para uma aplicação onde exista este tipo de interacção com superfícies não determinadas.

4.6 A análise do modelo da superfície de restrição e da carga

Procede-se agora a uma análise da sensibilidade dos parâmetros do modelo da superfície de restrição e estuda-se o desempenho dos controladores CC e CH face à variação dos parâmetros do modelo.

Nesta análise da sensibilidade dos parâmetros do modelo, fez-se variar somente um parâmetro de cada vez. Desta forma, é possível observar o efeito de cada parâmetro sobre o desempenho de cada um dos controladores para as situações onde o robô interage com diferentes tipos de superfícies de restrição.

O conjunto de experiências que se seguem mostra o efeito da variação da massa M_0 , do coeficiente de amortecimento B_0 e da rigidez da superfície de restrição K_0 , para perturbações na posição δy_{cd} e na força desejadas δF_{xcd} . Os nove conjuntos de valores numéricos adoptados para $\{M_0, B_0, K_0\}$ estão apresentados na tabela 4.9.

Da figura 4.29 à figura 4.40 mostram-se as respostas temporais para a variação dos parâmetros do modelo da superfície de restrição.

Na figura 4.29 observa-se que para valores elevados da massa neste caso $M_0 = 10,0$ kg o controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ origina erros de posição mais elevados que o controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$.

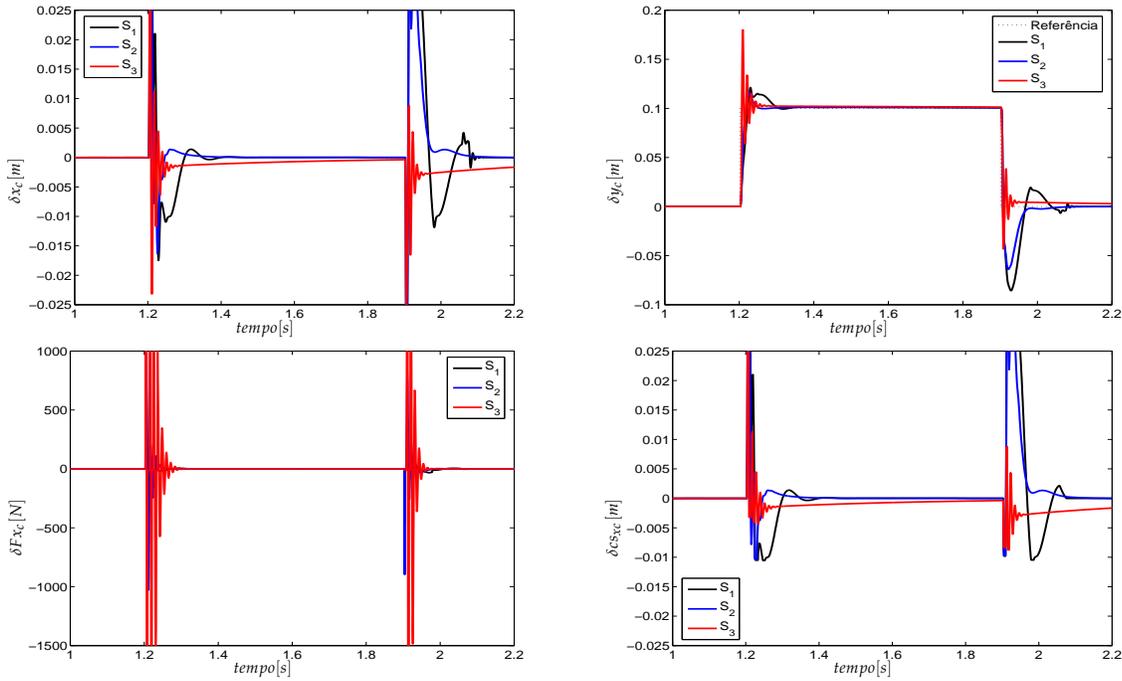


Figura 4.29. Resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR com juntas ideais sob acção do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_1 , S_2 e S_3 , $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m para a variação de $M_0 = \{10^{-1}, 1,0, 10,0\}$ kg.

Tabela 4.9. Parâmetros do modelo de restrição

S_i	M_0 (kg)	B_0 (Ns/m)	K_0 (N/m)
1	10^{-1}	10,0	10^3
2	1,0	10,0	10^3
3	10,0	10,0	10^3
4	1,0	1,0	10^3
5	1,0	10,0	10^3
6	1,0	10^2	10^3
7	1,0	10,0	10^2
8	1,0	10,0	10^3
9	1,0	10,0	10^4

onde S_i corresponde ao número da simulação.

A análise do modelo da superfície de restrição e da carga

Na figura 4.30 mostram-se os efeitos da variação do parâmetro B_0 da superfície de restrição na resposta do sistema. Nesta simulação observa-se a evolução da resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR com juntas ideais sob a acção do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, com perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m.

Para um aumento da constante de amortecimento B_0 da superfície de restrição observa-se o desempenho do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$. Nas simulações $\{S_4, S_5, S_6\}$, nota-se que o sistema apresenta uma estabilidade ligeiramente pior se aumentar o valor da constante de amortecimento B_0 .

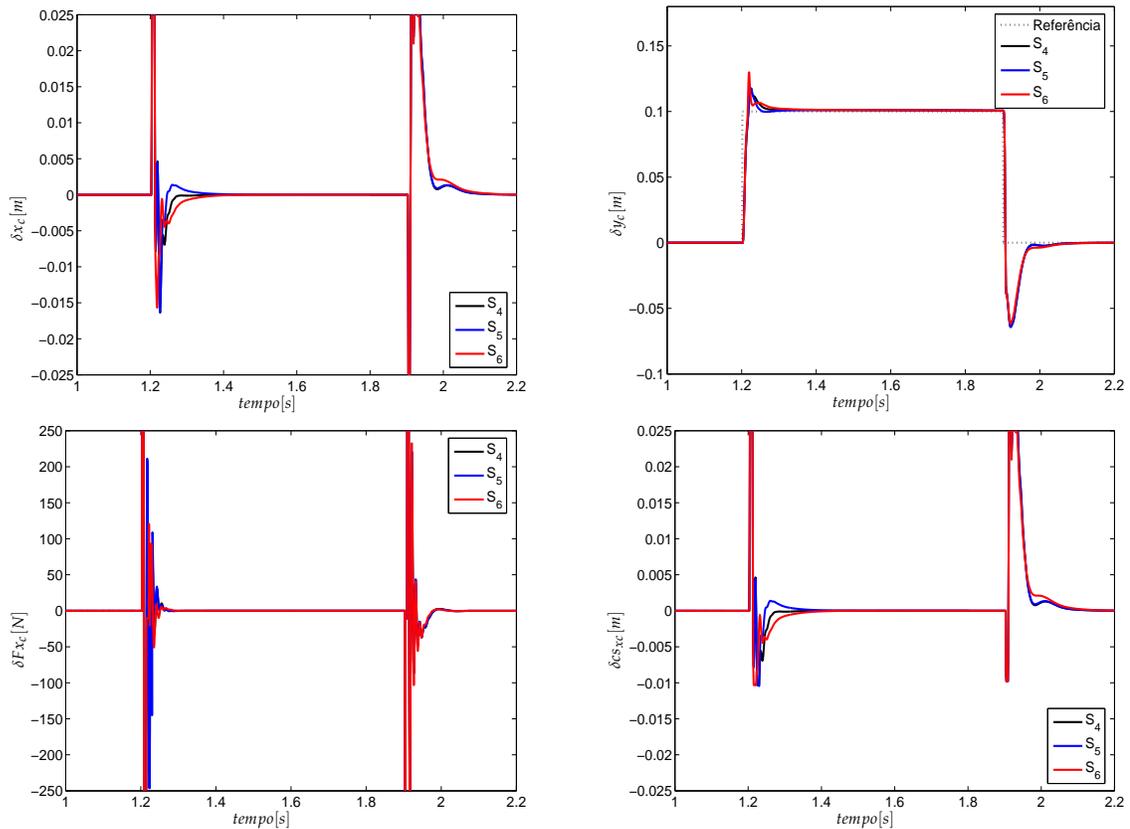


Figura 4.30. Resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR com juntas ideais sob acção do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_4 , S_5 e S_6 , com perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m para a variação do parâmetro amortecimento $B_0 = \{1, 10.0, 10^2\}$ Ns/m.

Na figura 4.31 apresentam-se os ensaios efectuados para a variação do parâmetro K_0 que representa a rigidez da superfície. Para valores reduzidos da constante de rigidez K_0 o controlador CH apresenta um erro em regime permanente relativamente pequeno.

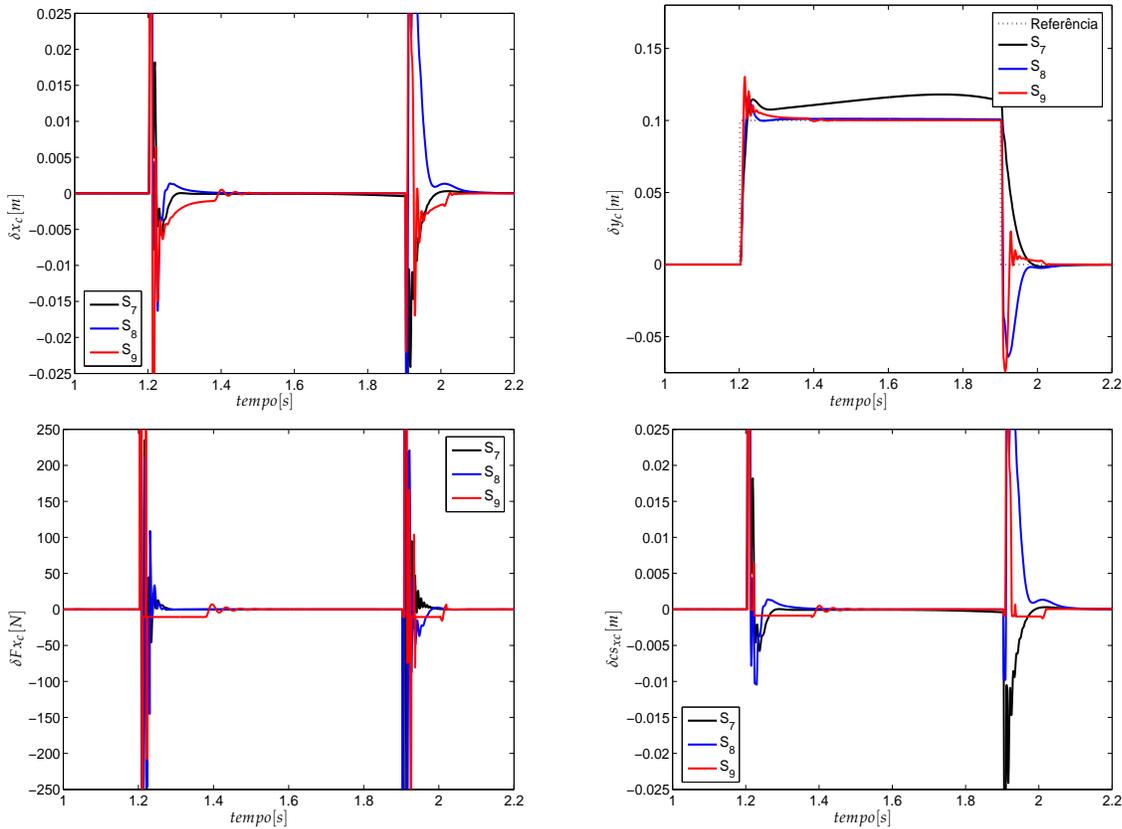


Figura 4.31. Resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e $c_{s_{xc}}$, do robô RR com juntas ideais sob acção do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_7 , S_8 e S_9 , com perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m para a variação do parâmetro rigidez $K_0 = \{10^2, 10^3, 10^4\}$ N/m.

A análise do modelo da superfície de restrição e da carga

Na figura 4.32 analisa-se o controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ face à variação do parâmetro M_0 da superfície de restrição. Observa-se a evolução da resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR com juntas ideais sob a acção do algoritmo CF , para a em perturbação em $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m.

Observa-se as simulações S_1 , S_2 e S_3 que, com o aumento do valor do parâmetro da massa M_0 da superfície de restrição, o sistema se torna instável.

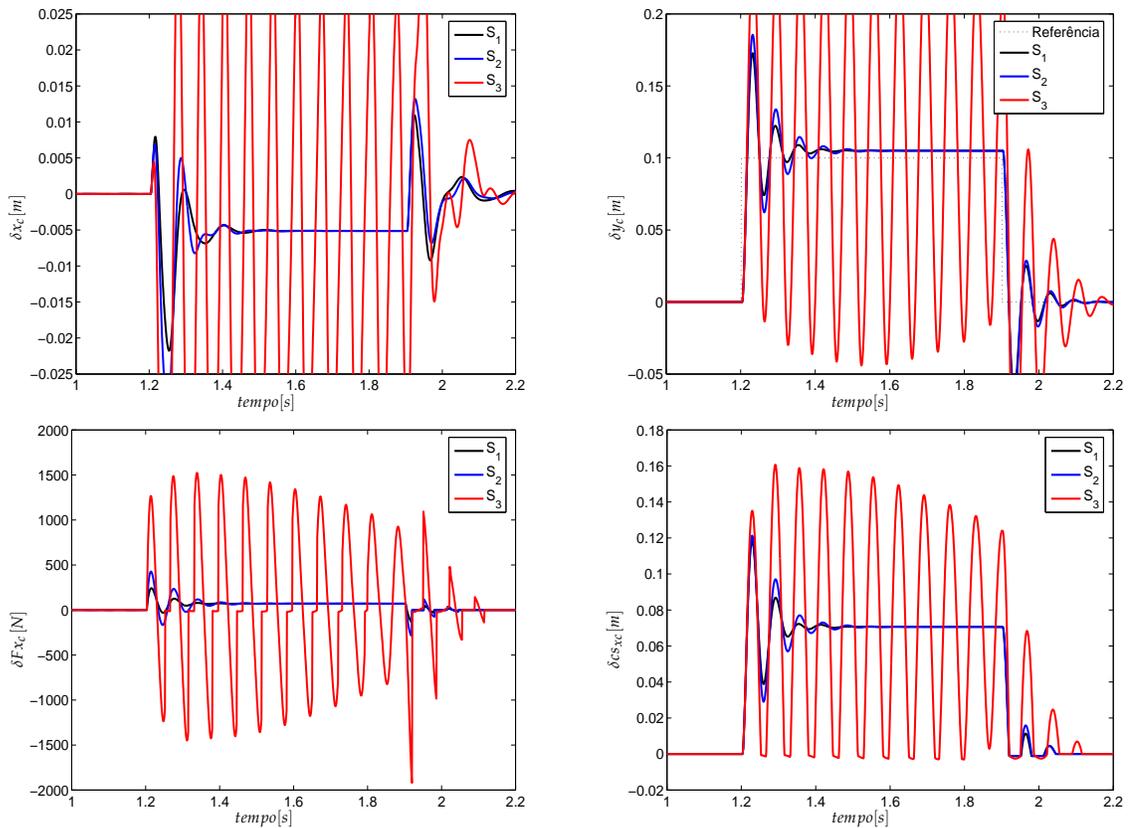


Figura 4.32. Resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR com juntas ideais sob acção do controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_1 , S_2 e S_3 , com perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m para a variação do parâmetro massa $M_0 = \{10^{-1}, 1.0, 10.0\}$ kg.

Na simulação seguinte testa-se o controlador CC para uma variação do parâmetro B_0 . A figura 4.33 ilustra a evolução da resposta temporal das variáveis x_c , y_c , F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR com juntas ideais sob a acção do algoritmo CF , para o controlador CH , com perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m.

Observa-se as simulações S_4 , S_5 e S_6 que, para a variação da constante de amortecimento B_0 , as simulações efectuadas ao controlador CC , não tem influência significativa na dinâmica do sistema.

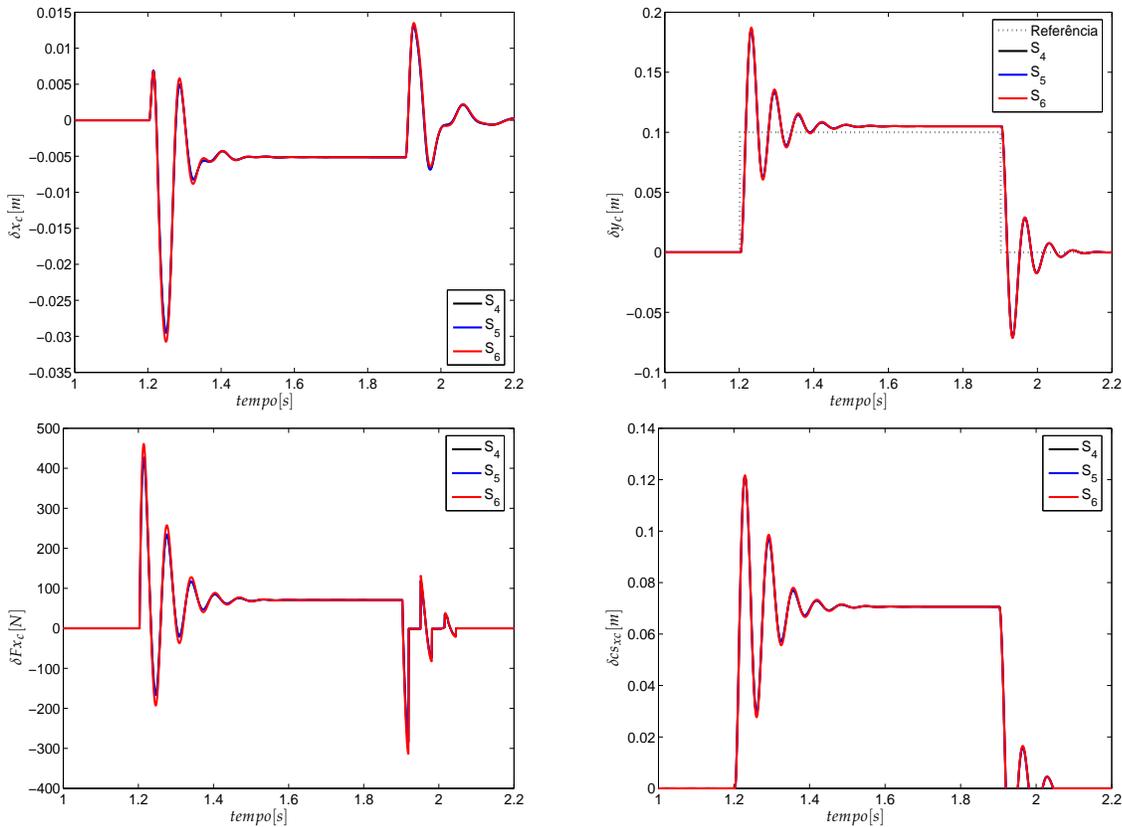


Figura 4.33. Resposta temporal do robô RR com juntas ideais sob acção do controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_4 , S_5 e S_6 , sob o efeito da perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m para a variação do parâmetro da constante de amortecimento $B_0 = \{1.0, 10.0, 10^2\}$ Ns/m.

Analisando o comportamento do controlador CC (figura 4.34) face a variações do parâmetro K_0 , da rigidez da superfície de restrição. Observa-se que à medida que se aumenta a rigidez do modelo de contacto aumenta o erro em regime permanente.

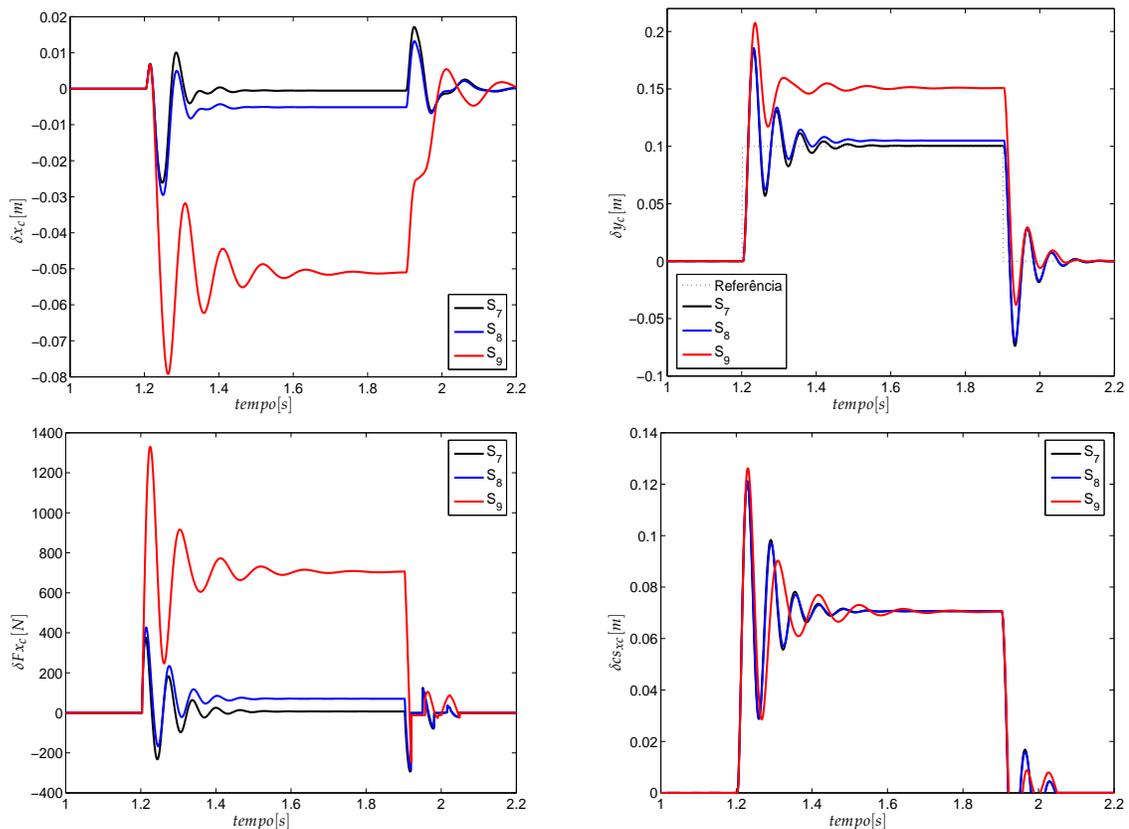


Figura 4.34. Resposta temporal do robô RR com juntas ideais sob acção do controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_7 , S_8 e S_9 , com perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m para a variação do parâmetro rigidez $K_0 = \{10^2, 10^3, 10^4\}$ N/m.

Pode-se concluir que o controlador CH apresenta maus desempenhos para K_0 elevados. Quanto ao controlador CC o mau desempenho para massas M_0 elevadas deve-se ao facto da constante K_0 adoptada originar uma superfície muito flexível. Assim, se se aumentar o valor da constante de rigidez K_0 o desempenho melhora.

De seguida observa-se o desempenho dos controladores CH e CC para perturbações na referência de força δF_{xc} .

A figura 4.35 ilustra o desempenho do controlador CH aquando da variação do parâmetro da massa M_0 do modelo da superfície de restrição. Observa-se a resposta temporal das variáveis x_c, y_c, F_{xc} e cs_{xc} , do robô RR com juntas ideais sob a acção do algoritmo CF , para o controlador CH , com perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N.

Verifica-se que à medida que se aumenta a massa M_0 o controlador CH apresenta resultados bastante piores.

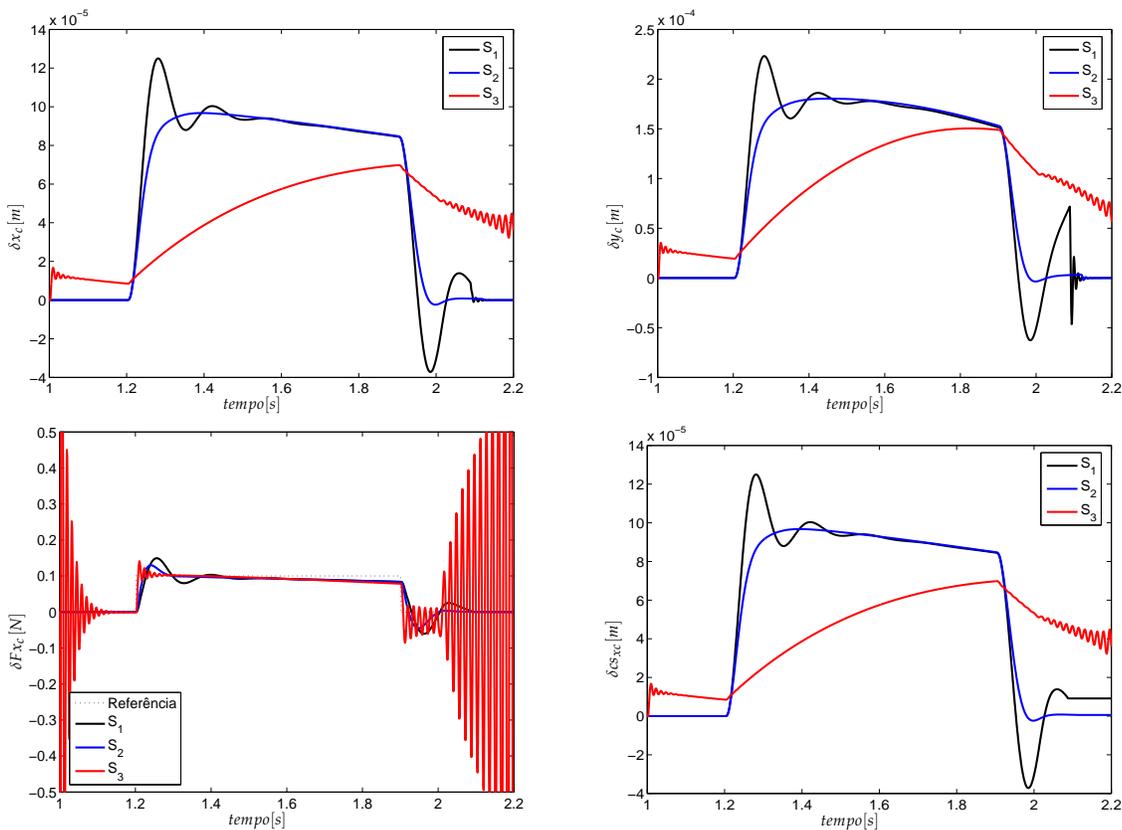


Figura 4.35. Resposta temporal do robô RR com juntas ideais sob acção do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_1, S_2 e S_3 , com perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação do parâmetro massa $M_0 = \{10^{-1}, 1.0, 10.0\}$ kg.

A análise do modelo da superfície de restrição e da carga

No caso da variação do parâmetro B_0 (figura 4.36) para o controlador CH , nota-se que o sistema apresenta respostas idênticas. Com um aumento do valor da constante de amortecimento B_0 verifica-se apenas que melhora ligeiramente a estabilidade.

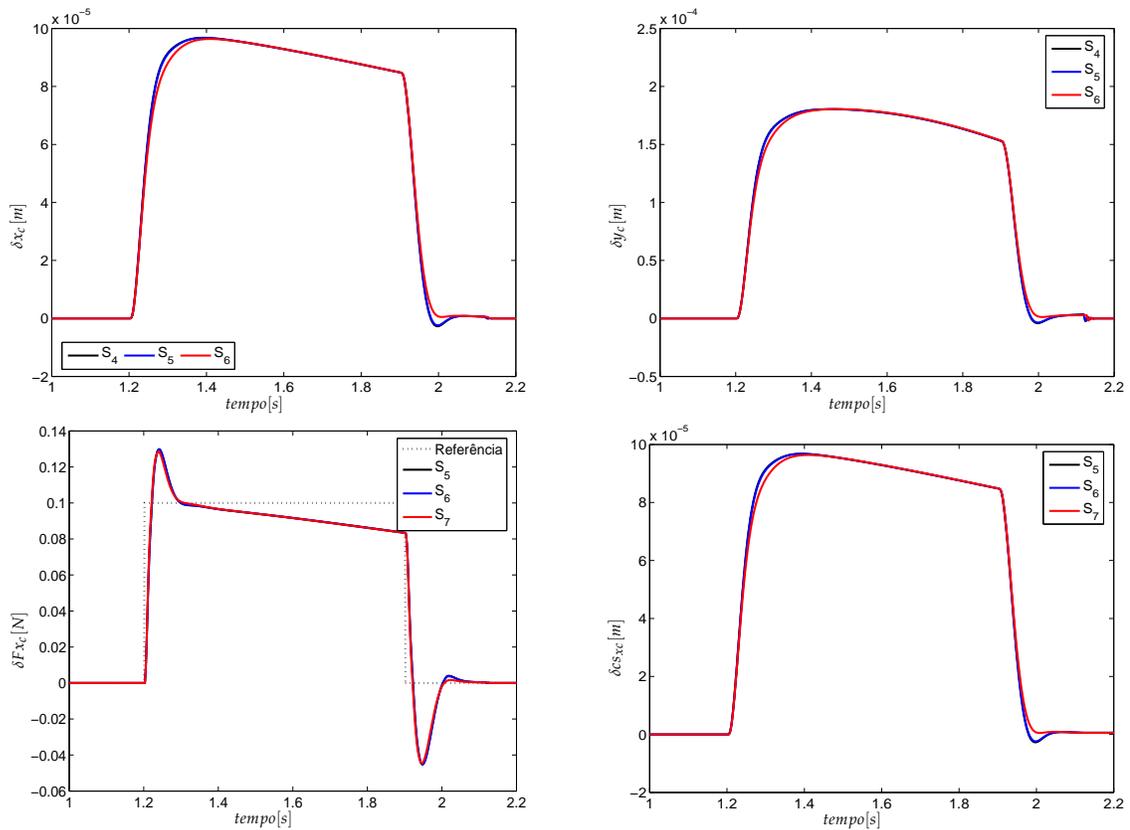


Figura 4.36. Resposta temporal do robô RR com juntas ideais sob ação do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_4 , S_5 e S_6 , com perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação do parâmetro amortecimento $B_0 = \{1.0, 10.0, 10^2\}$ Ns/m.

Na figura 4.37 observa-se a influência da rigidez K_0 do modelo e das perturbações da referência δF_{xcd} na resposta do sistema com o controlador CH . Os valores deste parâmetro são decisivos para o controlo da força. Quando os valores de K_0 são muito reduzidos o contacto torna-se muito elástico e, como consequência, a resposta apresenta erros de posição muito elevados. Por outro lado, quando os valores da constante de rigidez K_0 são muito elevados o sistema tem tendência a tornar-se instável.

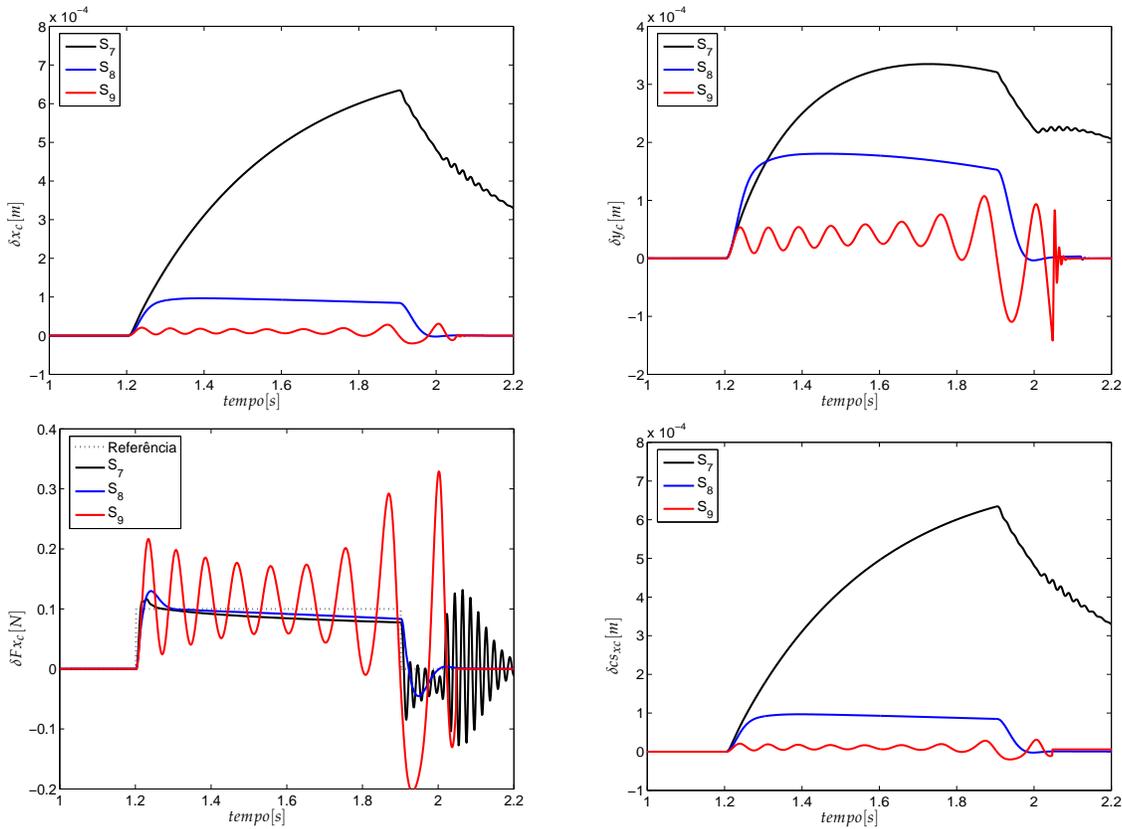


Figura 4.37. Resposta temporal do robô RR com juntas ideais sob acção do controlador $CH_{P,E}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_7 , S_8 e S_9 , com perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação do parâmetro rigidez $K_0 = \{10^2, 10^3, 10^4\}$ N/m.

De seguida analisa-se o desempenho do controlador CC para a perturbação na referência de força δF_{xcd} .

Na figura 4.38 apresenta-se a resposta temporal do robô RR com juntas ideais sob a acção do algoritmo CF, para o controlador CC com perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação do parâmetro massa M_0 .

Como se pode observar, o sistema torna-se instável com o aumento do valor do parâmetro da massa M_0 da superfície de restrição.

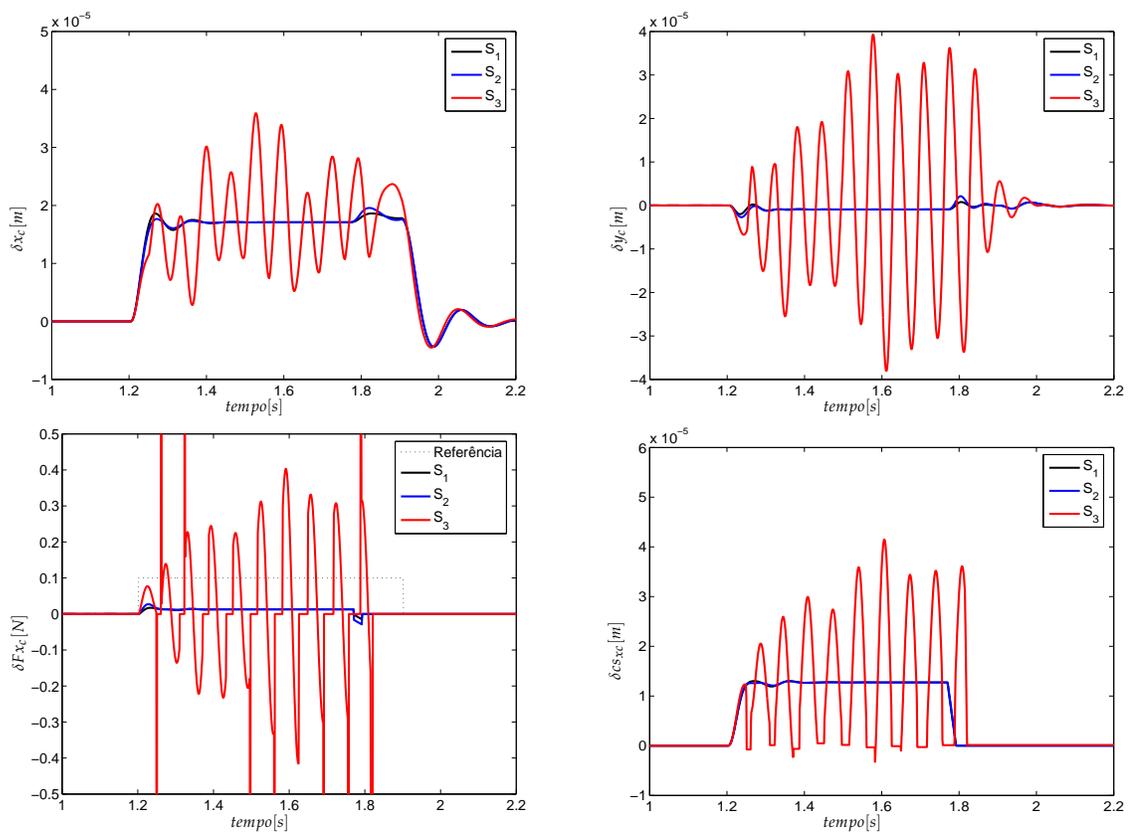


Figura 4.38. Resposta temporal do robô RR com juntas ideais sob acção do controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_1 , S_2 e S_3 , com perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação do parâmetro massa $M_0 = \{10^{-1}, 1.0, 10.0\}$ kg.

Na figura 4.39 observa-se o desempenho do controlador CC para a variação do parâmetro do coeficiente de amortecimento B_0 . Como as respostas são praticamente iguais, conclui-se que o controlador CC é muito pouco sensível a variações deste parâmetro.

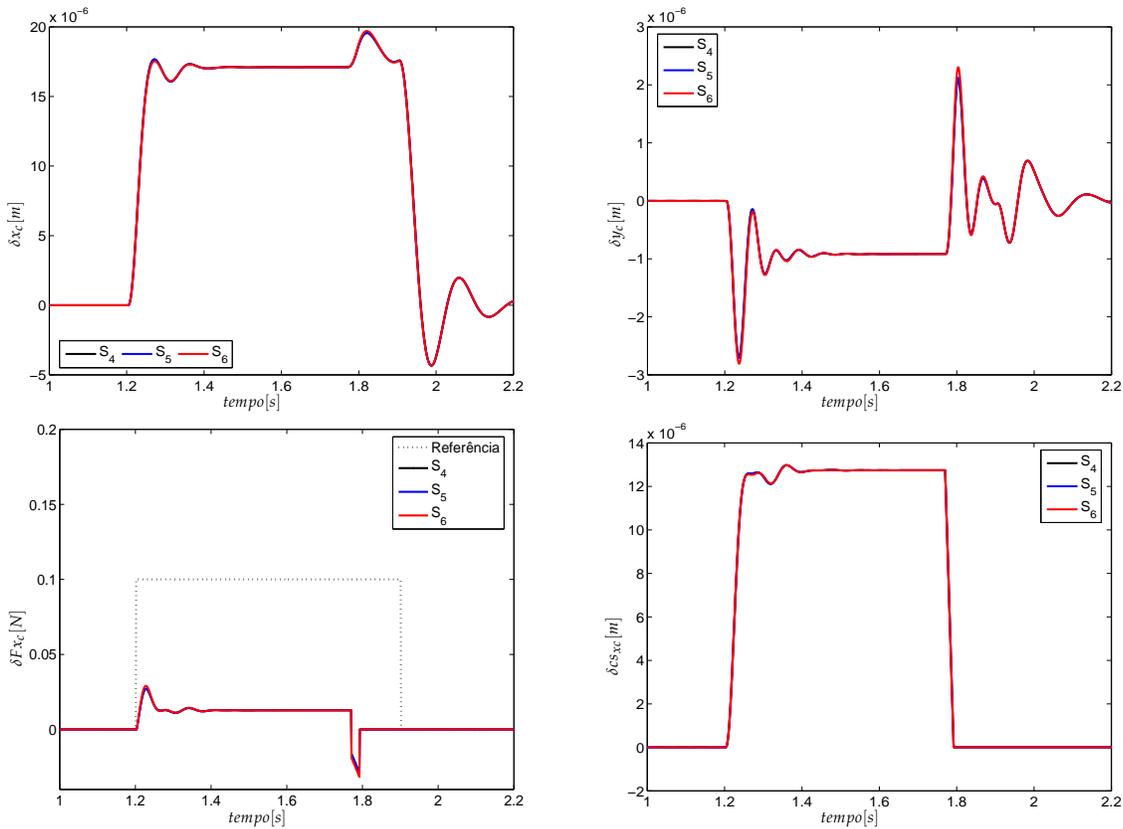


Figura 4.39. Resposta temporal do robô RR com juntas ideais sob acção do controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_4 , S_5 e S_6 , com perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação do parâmetro amortecimento $B_0 = \{1.0, 10.0, 10^2\}$ Ns/m.

Por último, na figura 4.40 mostra-se o desempenho do controlador CC para a variação do parâmetro da rigidez K_0 . Conclui-se que o controlador CC é muito sensível a variações deste parâmetro, sendo que para valores reduzidos de K_0 se obtêm erros de força bastante elevados.

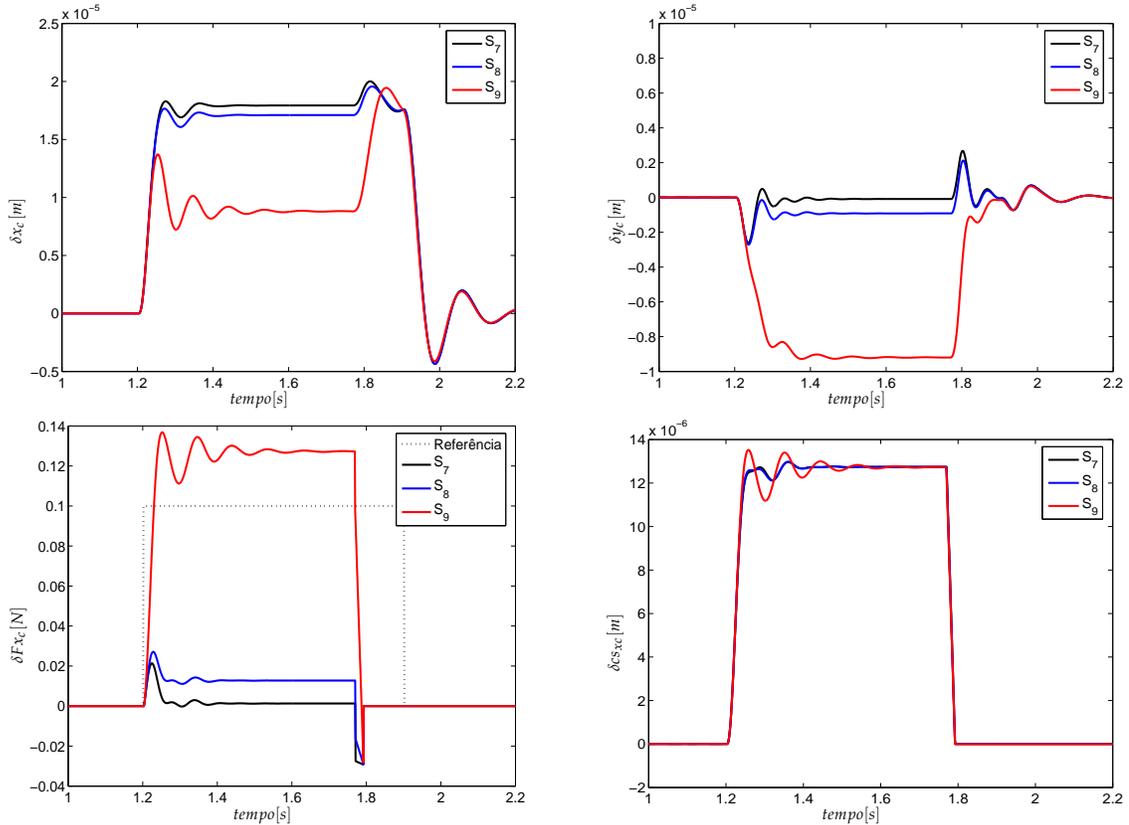


Figura 4.40. Resposta temporal do robô RR com juntas ideais sob ação do controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para S_7 , S_8 e S_9 , com perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação do parâmetro rigidez $K_0 = \{10^2, 10^3, 10^4\}$ N/m.

As figuras 4.29 e 4.35, relativas ao controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, e as figuras 4.32 e 4.38, relativas ao controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, permitem concluir que, para um aumento da massa M_0 , ocorrem oscilações para o controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e que o sistema diverge para o controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, devido ao valor reduzido da constante K_0 .

A variação do parâmetro K_0 da rigidez da superfície, influencia a estabilidade do sistema, e para valores elevados de K_0 , o controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ diverge quando existe uma perturbação na variável força (figura 4.37).

Relativamente à constante de amortecimento B_0 da superfície de restrição, observa-se que, à medida que esta aumenta os resultados permanecem praticamente inalterados para os dois controladores.

O controlador CH revela ser mais robusto face às variações dos parâmetros do modelo da superfície de restrição mas, obviamente, o seu desempenho depende dos valores da rigidez do sistema.

Por outro lado, o controlador CC é mais sensível aos valores da superfície de restrição mas adapta-se melhor às situações onde a superfície de restrição é mais flexível.

Tendo em linha de conta um caso prático, onde o robô é solicitado a executar tarefas que envolvam contacto com objectos, é considerado um sistema pouco rígido-interactuando com a garra do robô, somos levados a seleccionar o controlador do tipo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, pois este apresenta melhores resultados que o controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$.

4.7 A resposta em frequência do modelo da superfície de restrição

Nesta secção faz-se o estudo do comportamento dinâmico do sistema em malha fechada através da resposta na frequência a quando da adopção dos controladores *CH* e *CC*, seja com algoritmos clássicos, seja com algoritmos fraccionários. Tal como na secção anterior o comportamento do sistema é determinado para pontos de funcionamento distintos de forma a avaliar a sua robustez. Concretamente a resposta em frequência é determinada em função de diferentes valores $\{M_0, B_0, K_0\}$ da superfície de restrição. A resposta em frequência pode ser obtida através de dois métodos: excitando o sistema nas entradas com um sinal do tipo pedestal ou, em alternativa, por injeção de sinusóides e observando as correspondentes saídas.

Nesta secção excitou-se a entrada do sistema com uma pequena perturbação e fez-se a análise do sistema no domínio da frequência da mesma forma que se estudou a resposta temporal. Como se sabe o sistema robótico é fortemente não-linear. No entanto, como se trata de um sistema em malha fechada e como estes sistemas, frequentemente apresentam um certo grau de linearidade em torno de um ponto de operação, optou-se por verificar o seu comportamento para pequenos sinais de entrada através da sua resposta em frequência.

Analisa-se a resposta a perturbação dos sinais nas referências de posição e força. Apesar do sistema ter um comportamento não linear, confirma-se que na zona de funcionamento estável dos controladores ocorre um comportamento aproximadamente linear (por questões de espaço as experiências não são apresentadas). Esta

propriedade deve-se ao facto da realimentação dos sistemas não-lineares por controladores robustos. Deste modo, dentro de uma certa margem de "exactidão", a resposta em frequência não depende das amplitudes do pedestal ou das sinusóides de entrada. Tal atributo foi verificado experimentalmente por simulação. Um outro pormenor a realçar tem a ver com as condições iniciais das variáveis dos controladores. Tendo em vista eliminar quaisquer efeitos indesejados deixou-se estabilizar o sistema antes de aplicar o sinal de perturbação na entrada.

Na figura 4.41 apresenta-se as funções de transferência $|y_c(w)/y_{cd}(w)|$ e $|F_{xc}(w)/y_{cd}(w)|$ para o robô RR com juntas ideais sob acção de controlo $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, sob o efeito da perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m para a variação de $M_0 = \{0, 1, 1.0, 10.0\}$ kg, simulações S_1, S_2 e S_3 .

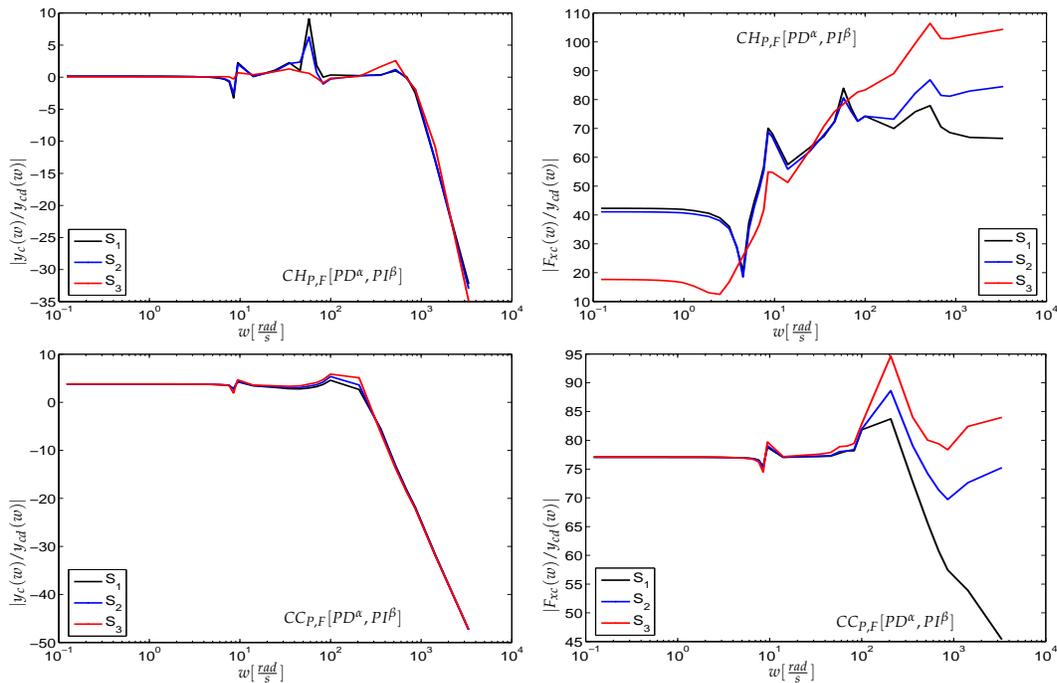


Figura 4.41. Resposta em frequência $|y_c(w)/y_{cd}(w)|$ e $|F_{xc}(w)/y_{cd}(w)|$ para o robô RR com juntas ideais sob acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob o efeito da perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m, para a variação da $M_0 = \{0, 1, 1.0, 10.0\}$ kg, simulações S_1, S_2 e S_3 .

Na figura 4.42 mostra-se a resposta em frequência $|F_{xc}(w)/F_{xcd}(w)|$, dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob o efeito da perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para uma variação de M_0 do modelo da superfície de restrição.

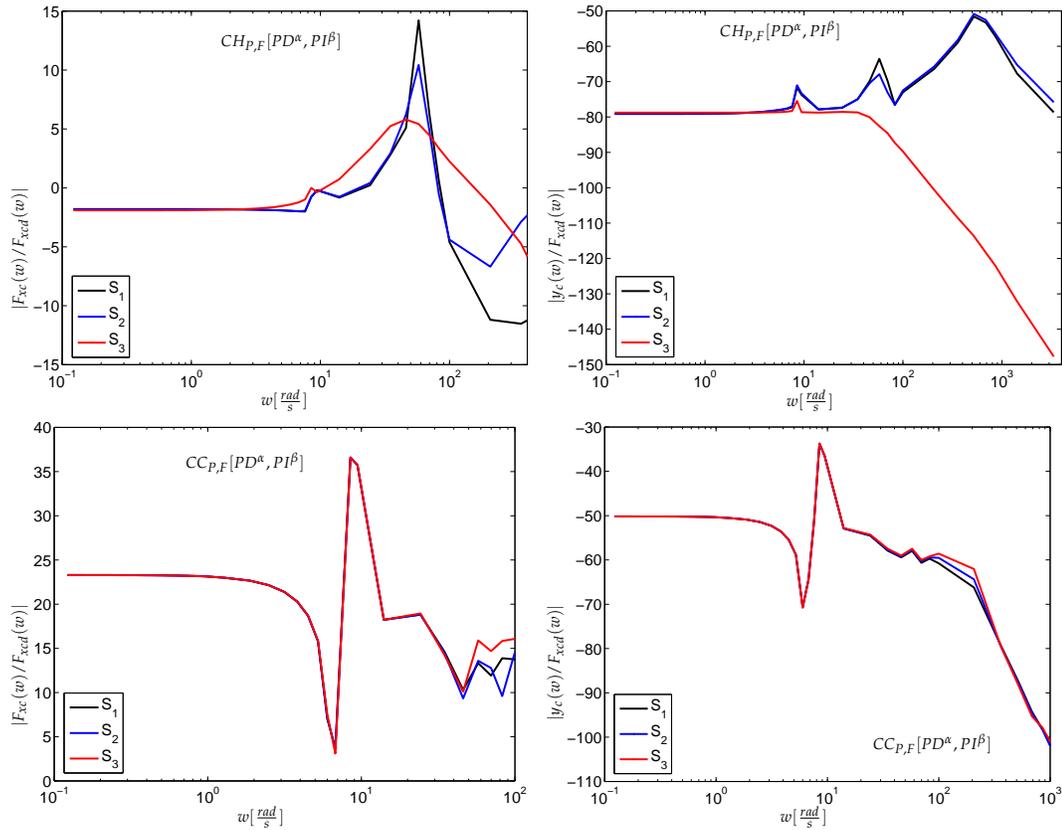


Figura 4.42. Resposta em frequência $|F_{xc}(w)/F_{xcd}(w)|$ e $|y_c(w)/F_{xcd}(w)|$ para o robô RR com juntas ideais sob ação dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob o efeito da perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação da $M_0 = \{0, 1, 1.0, 10.0\}$ kg, simulações S_1, S_2 e S_3 .

As funções de transferência $|F_{xc}(w)/F_{xcd}(w)|$ e $|y_c(w)/F_{xcd}(w)|$ apresentam uma característica do tipo "passa baixo", e revelam a existência de um acoplamento entre os anéis de posição e de força. Para o caso do controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, observa-se que para frequências de funcionamento mais elevadas o sistema apresenta uma maior influência no acoplamento entre os anéis de posição e de força.

Verifica-se que para variações da massa M_0 que o controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apresenta o menor erro em regime permanente ($\omega \rightarrow 0$), pois $|y_c(\omega)/y_{cd}(\omega)| = 0$ db; no entanto, é de salientar que o controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apesar de originar alguns erros em regime permanente revela uma resposta com menos ressonância.

As figuras 4.43 e 4.44 mostram o desempenho dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para variações do coeficiente B_0 da superfície de restrição.

Na figura 4.43 mostra-se a resposta em frequência das funções de transferência $|y_c(\omega)/y_{cd}(\omega)|$ e $|F_{xc}(\omega)/y_{cd}(\omega)|$ para o robô RR com juntas ideais sob ação dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, sob o efeito da perturbação na posição $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m.

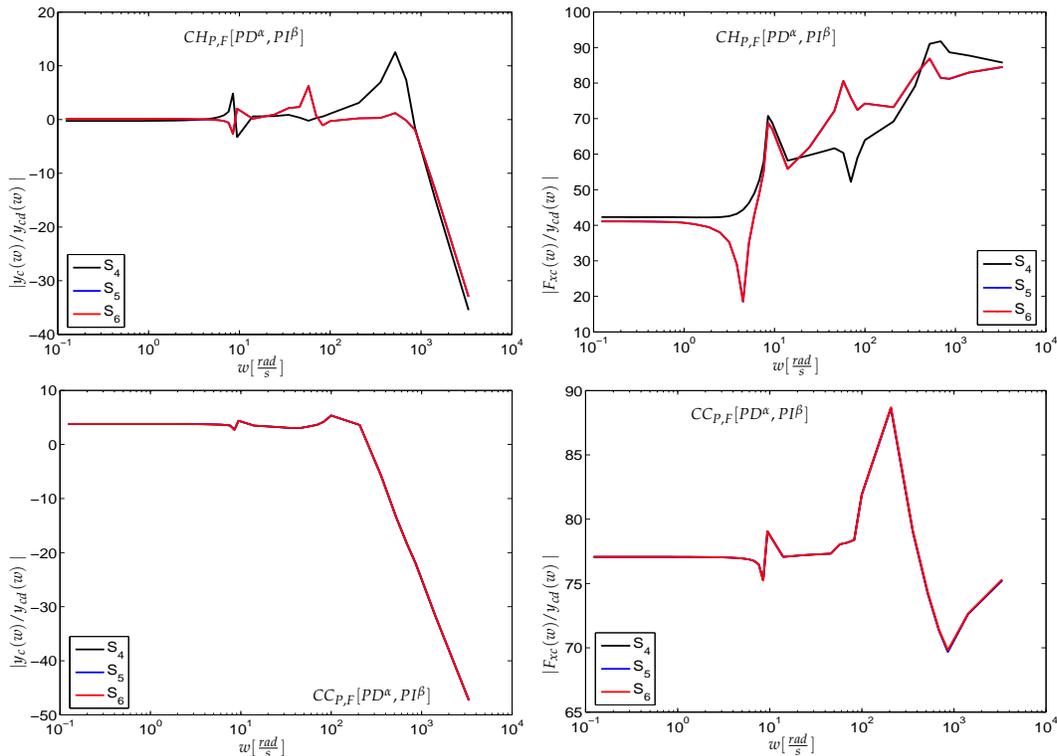


Figura 4.43. Resposta em frequência de $|y_c(\omega)/y_{cd}(\omega)|$ e $|F_{xc}(\omega)/y_{cd}(\omega)|$ para o robô RR com juntas ideais sob ação dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, sob o efeito da perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m para a variação de B_0 , simulações S_3 , S_4 e S_6 .

A resposta em frequência do modelo da superfície de restrição

A figura 4.44 mostra a resposta em frequência de $|F_{xc}(w)/F_{xcd}(w)|$ e $|y_c(w)/F_{xcd}(w)|$ para o robô RR com juntas ideais sob a ação algoritmo CF, para os controladores CH e CC, sob efeito da perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N.

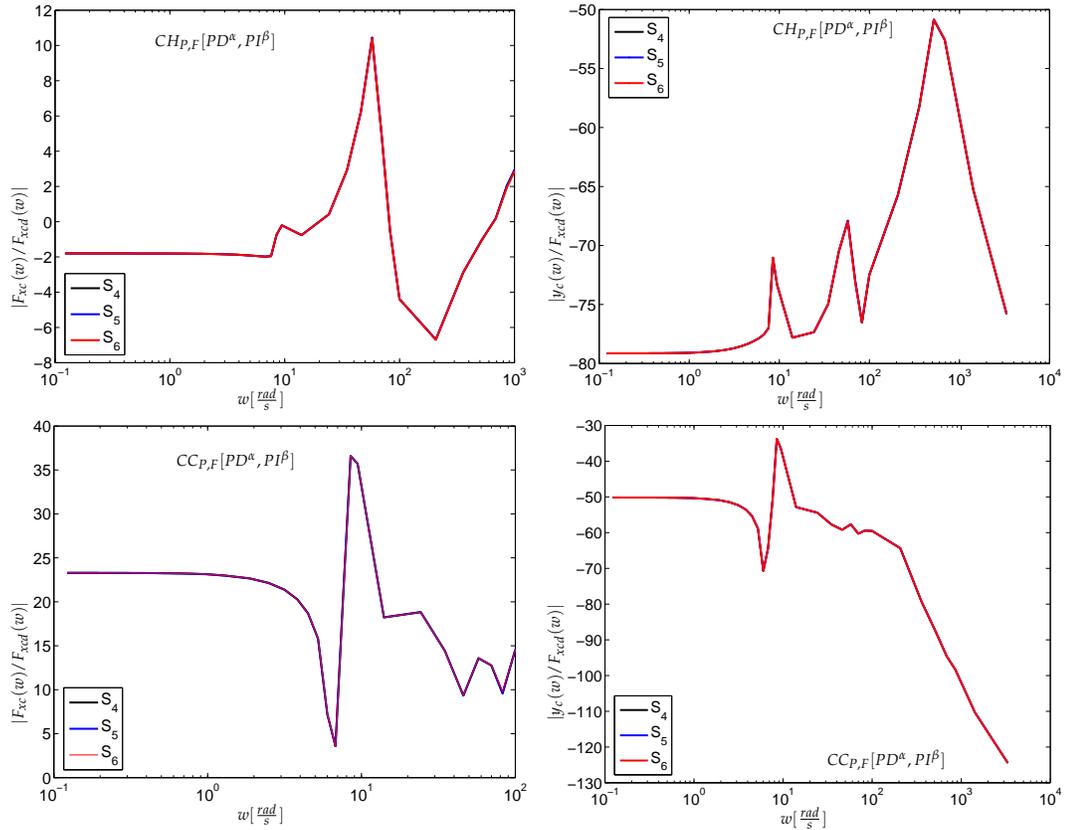


Figura 4.44. Resposta em frequência $|F_{xc}(w)/F_{xcd}(w)|$ e $|y_c(w)/F_{xcd}(w)|$ para o robô RR com juntas ideais sob ação dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, sob o efeito da perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N para a variação de B_0 , simulações S_3 , S_4 e S_6 .

Nas figuras relativas à variação do parâmetro B_0 o controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apresenta algum certo erro em regime permanente e o controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apresenta uma pequena sobrelevação na resposta em frequência.

A figura 4.45 mostra-se a resposta em frequência das funções de transferência $|y_c(w)/y_{cd}(w)|$ e $|F_{xc}(w)/y_{cd}(w)|$ para o robô RR com juntas ideais sob ação dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, sob o efeito da perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m.

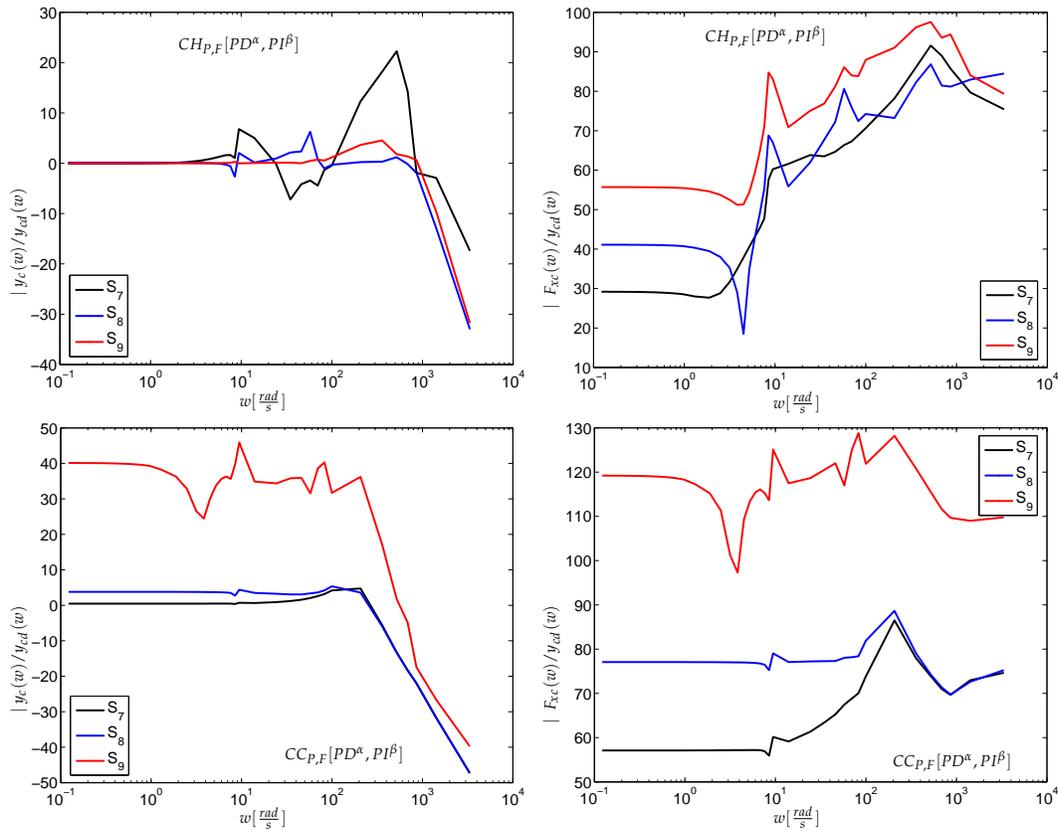


Figura 4.45. Resposta em frequência $|y_c(w)/y_{cd}(w)|$ e $|F_{xc}(w)/y_{cd}(w)|$ para o robô RR com juntas ideais sob ação dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, sob o efeito da perturbação $\delta y_{cd} = 10^{-3}$ m, para a variação de $K_0 = \{10^2, 10^3, 10^4\}$ N/m, simulações S_7 , S_8 e S_9 .

As figuras 4.46 a 4.45 apresentam o desempenho dos controladores CH e CC para variações da rigidez de contacto K_0 .

A figura 4.46 mostra-se as funções de transferência $|F_{xc}(w) / F_{xcd}(w)|$ e $|y_c(w) / F_{xcd}(w)|$ para o robô RR com juntas ideais sob ação dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, sob o efeito da perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N.

Conclui-se que o desempenho de ambos os controladores depende dos valores da rigidez K_0 . No entanto, verifica-se que controlador CC apresenta piores resultados e que esta estrutura de controlo depende da rigidez de contacto, observando-se o

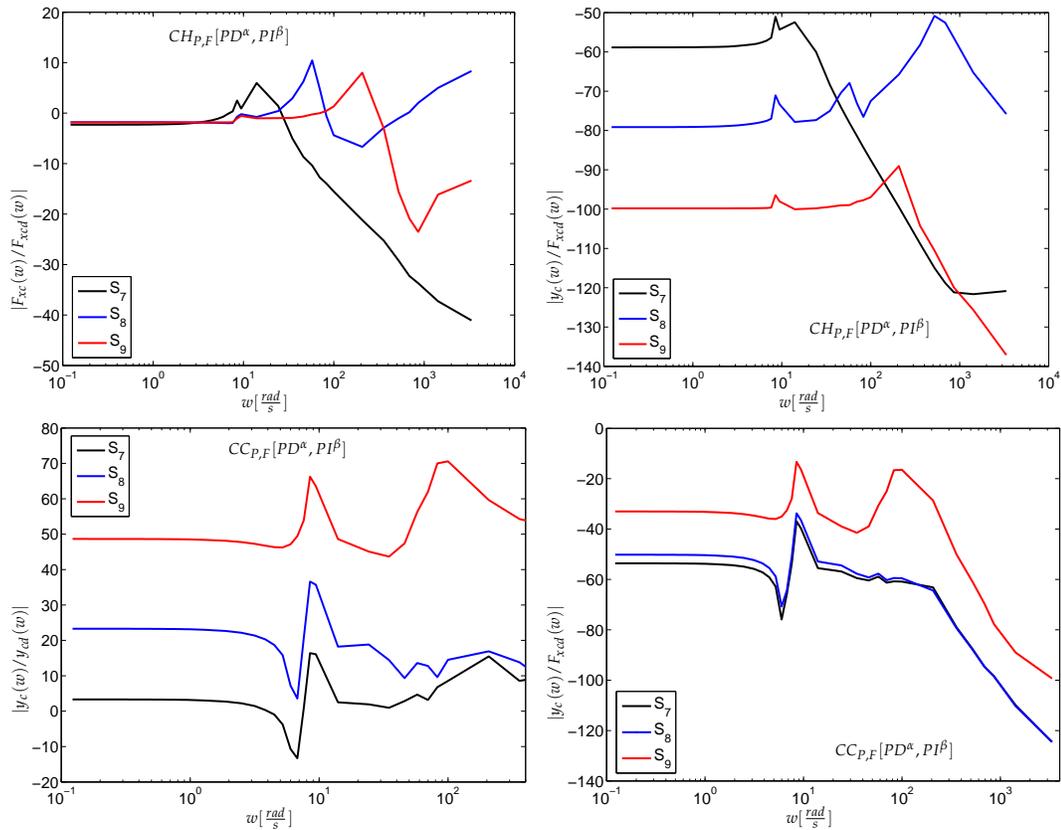


Figura 4.46. Resposta em frequência $|F_{xc}(w)/F_{xcd}(w)|$ e $|y_c(w)/F_{xcd}(w)|$ para o robô RR com juntas ideais sob acção dos controladores $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, sob o efeito da perturbação $\delta F_{xcd} = 10^{-2}$ N, para a variação de $K_0 = \{10^2, 10^3, 10^4\}$ N/m, simulações S_7, S_8 e S_9 .

aumento do erro em regime permanente para os valores mais elevados de K_0 .

Após esta análise no domínio das frequências das sensibilidade face à variação dos parâmetros do modelo de contacto com a superfície de restrição, conclui-se que a estrutura de controlo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ é mais afectada pelos parâmetros de contacto, podendo apresentar erros em regime permanente maiores que a estrutura $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$.

4.8 O controlo de dois robôs cooperantes

Na sequência do estudo efectuado sobre um robô RR verificou-se que as estruturas de controlo $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ se encontram adaptadas a estratégias de controlo envolvendo o controlo simultâneo de posição e de força. Porém, no controlo de robôs em cooperação estes dois tipos de controladores revelam desempenhos distintos.

Como já foi referido existem semelhanças entre os fenómenos dinâmicos de um robô e dois robôs em cooperação, não havendo por isso necessidade de apresentar uma análise exaustiva para os robôs cooperantes.

Nas simulações, onde se testou a variação da inclinação da superfície de restrição, o controlador $CH_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apresentou um mau desempenho para uma estimativa imprecisa da orientação, originando impactos com a superfície de restrição. Verificou-se que para valores de estimativa da orientação precisos, esta estratégia obteve melhores resultados. Todavia, sabe-se que na manipulação de objectos, os parâmetros como, por exemplo, a inclinação, podem variar. Assim, para evitar a ocorrência de impactos e a instabilidade no controlo, optou-se pela estrutura de controlo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$.

Nesta secção começa-se por testar a estrutura de controlo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, considerando o controlador primário como sendo o controlador de posição e o secundário como sendo o de força. De seguida altera-se a ordem, ou seja, tendo no primário o controlador de força e tendo no secundário o controlador de posição. No planeamento da trajectória do objecto manteve-se sempre a mesma orientação $\alpha_0 = 0^\circ$. O planeamento do movimento do objecto, de uma posição para outra, só é possível se

houver coordenação de todo o sistema. O desempenho dos robôs na execução deste movimento depende da trajectória e da especificação das forças de compressão na manipulação do objecto em todo o espaço de trabalho.

Os ensaios da resposta temporal e da resposta em frequência para os diferentes algoritmos de controlo, nomeadamente o $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, são obtidos inicialmente para o caso do robô ideal.

De seguida, estudaram-se os efeitos dos diversos fenómenos dinâmicos das juntas, tais como a transmissão das juntas com flexibilidade, as folgas nas engrenagens, o atrito não linear e a saturação nos actuadores.

A figura 4.47 ilustra o sistema de cooperação entre dois manipuladores robóticos com estrutura RR a suportarem uma carga com dimensão l_0 e orientação α_0 , onde os manipuladores possuem uma configuração semelhante do tipo $COE - COD$.

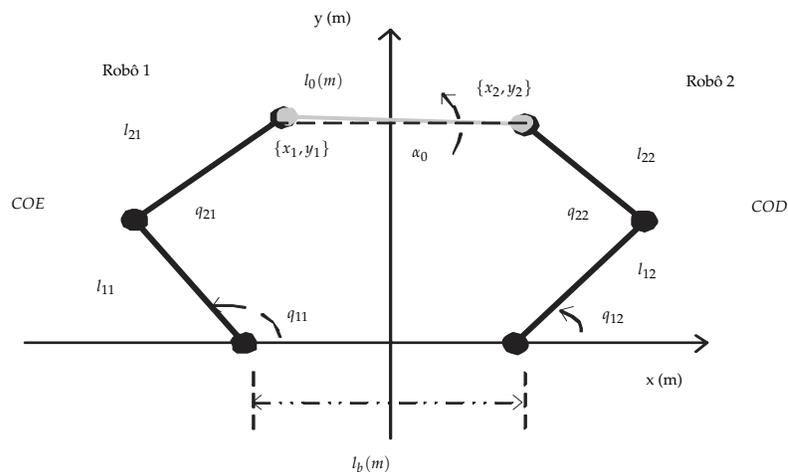


Figura 4.47. Dois robôs RR (configuração $COE - COD$) a trabalhar em cooperação na manipulação de um objecto com comprimento l_0 , orientação α_0 e com uma distância l_b entre os ombros.

Considerou-se também que o contacto dos robôs com a superfície do objecto a manipular apresenta um modelo constituído por o coeficiente de atrito B_i , uma constante

de elasticidade da mola K_i para os contactos dos dois robôs ($i = 1,2$).

Neste modelo considerou-se para o objecto uma massa M_0 e uma dimensão l_0 com valor constante.

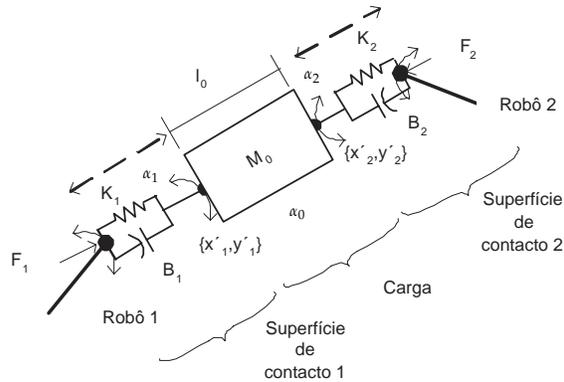


Figura 4.48. O modelo do contacto do objecto.

Os valores numéricos que se adoptam para cada um dos robôs estão apresentados na tabela 4.13 para o algoritmo de controlo $CC_{P,F}[PD, PI]$ e na tabela 4.12 para o algoritmo de controlo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$.

O ponto de operação de trabalho dos robôs é dado por $A: \{x, y\} \equiv \{0, 1\}$, o modelo do objecto apresenta uma massa $M_0 = 1,0 \text{ kg}$, $B_i = 10,0 \text{ Nm}^{-1}\text{s}$, $K_i = 10^4 \text{ Nm}^{-1}$, ($i = 1, 2$) a distância entre ombros e dimensão do objecto são idênticos $l_b = l_0 = 1,0 \text{ m}$ e orientação $\alpha_0 = 0^\circ$.

As figuras que se seguem mostram as respostas temporais para os robôs cooperantes, quando são considerados actuadores com juntas ideais. São investigadas separadamente as perturbações nas referências $\{\delta x_d, \delta y_d, \delta F_{xd}, \delta F_{yd}\}$ de posição e força, como se apresenta na tabela 4.10.

Na análise do desempenho da estrutura CC optou-se por testar a mudança dos sub-controladores de posição e de força $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, ou de força e de posição

Tabela 4.10. Impulsos rectangulares de pequena amplitude nas referências.

$S(i)$	δx_d	δy_d	δFx_d	δFy_d
1	10^{-1}	0	0	0
2	0	10^{-1}	0	0
3	0	0	1	0
4	0	0	0	1

Tabela 4.11. Parâmetros do controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$.

(a) Controlador de posição				(b) Controlador de força			
i	K_p	K_d	α_p	i	K_f	K_i	β_f
1	0.1259	1.55×10^{-3}	$\frac{1}{2}$	1	10.59	1.8×10^{-3}	$-\frac{1}{5}$
2	0.1259	1.55×10^{-3}	$\frac{1}{2}$	2	10.59	1.8×10^{-3}	$-\frac{1}{5}$

Tabela 4.12. Parâmetros do controlador $CC_{F,P}[PI^\beta, PD^\alpha]$.

(a) Controlador de força				(b) Controlador de posição			
i	K_f	K_i	β_f	i	K_p	K_d	α_p
1	5.5	2.5×10^{-3}	$-\frac{1}{5}$	1	0.15	1.2×10^{-3}	$\frac{1}{2}$
2	5.5	2.5×10^{-3}	$-\frac{1}{5}$	2	0.15	1.2×10^{-3}	$\frac{1}{2}$

Tabela 4.13. Parâmetros do controlador $CC_{P,F}[PD, PI]$

(a) Controlador de posição			(b) Controlador de força		
i	K_p	K_d	i	K_f	K_i
1	50×10^2	1.0×10^2	1	10×10^2	10.0
2	50×10^2	1.0×10^2	2	10×10^2	10.0

$CC_{F,P}[PI^\beta, PD^\alpha]$, na malha de controlo, de forma a testar a estrutura CC relativamente ao caso no qual se obtêm o melhor desempenho.

4.8.1 Controlo posição/força *Versus* força/posição

Na Figura 4.49 encontram-se as respostas temporais da perturbação nas variáveis de posição δx_1 , δy_1 , δFx_1 e δFy_1 do robô 1 para uma pequena perturbação exercida na posição $\delta y_{1d} = 10^{-3}$ m. São comparados os controladores $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{F,P}[PI^\beta, PD^\alpha]$, sendo que em ambos se utiliza o algoritmo de controlo CF. Observa-se que para executar a mesma tarefa o controlador $CC_{F,P}[PI^\beta, PD^\alpha]$ apresenta forças de compressão muito maiores que o controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$.

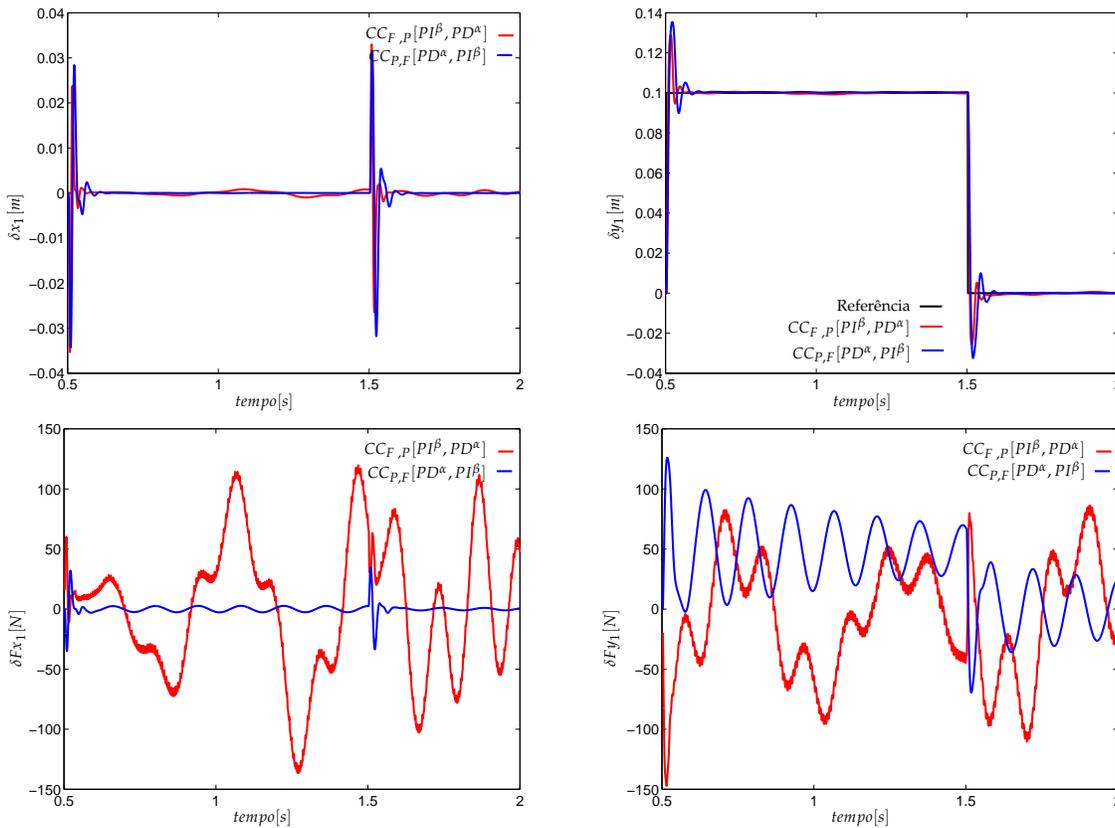


Figura 4.49. Resposta temporal das variáveis δx_1 , δy_1 , δFx_1 e δFy_1 para o robô 1 com juntas ideais para os controladores $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{F,P}[PI^\beta, PD^\alpha]$, sob o efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m.

Na figura 4.50 mostram-se as respostas temporais da perturbação das variáveis de

posição δx_2 , δy_2 , δFx_2 e δFy_2 do robô 2, para a perturbação exercida na posição $\delta y_{1d} = 10^{-3}$ m do robô 1. Observa-se que no caso do controlador $CC_{F,P}[PI^\beta, PD^\alpha]$, para manter o objecto com a mesma orientação o robô 2 apresenta perturbações mais elevadas seja nas variáveis de posição x_2 , y_2 seja nas de força Fx_2 e Fy_2 .

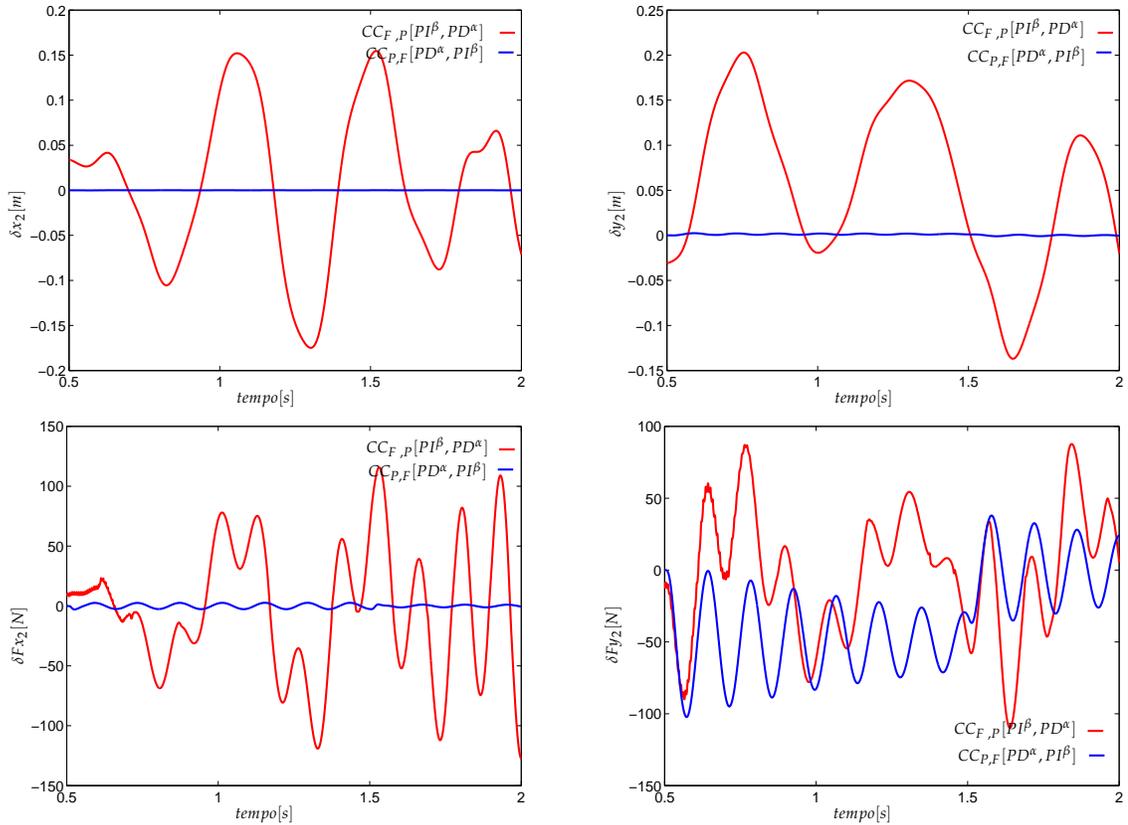


Figura 4.50. Respostas temporais das variáveis δx_2 , δy_2 , δFx_2 e δFy_2 para o robô 2 com juntas ideais para os controladores $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{F,P}[PI^\beta, PD^\alpha]$, sob o efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m.

A figura 4.51 apresenta as respostas temporais das perturbações nos binários para ambos os robôs δT_{11} , δT_{21} , δT_{12} e δT_{22} . O controlador força/posição $CC_{F,p}[PI^\beta, PD^\alpha]$ apresenta perturbações dos binários mais elevadas para efectuar a mesma trajectória.

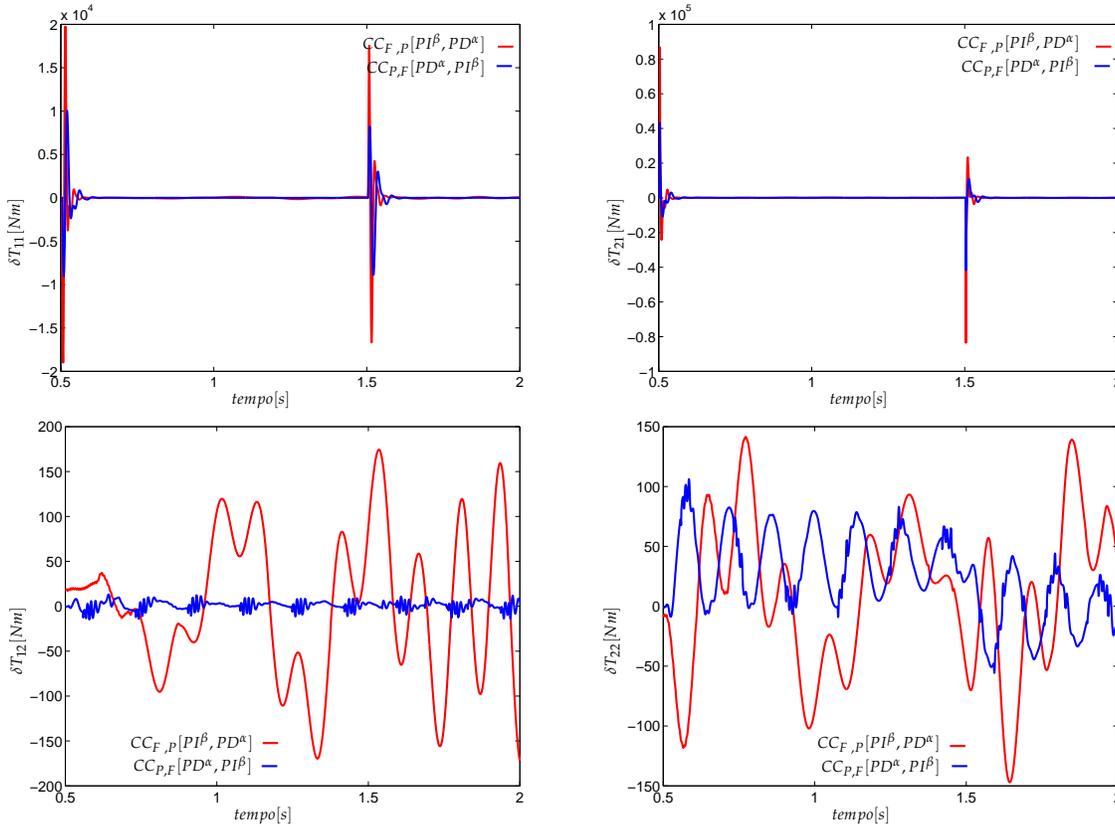


Figura 4.51. Resposta temporal dos binários dos robôs 1 e 2 considerando juntas ideais para os controladores $CC_{p,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{F,p}[PI^\beta, PD^\alpha]$, sob o efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m.

Dos resultados obtidos, conclui-se que, se obteve um melhor desempenho na resposta às perturbações para o caso em que o sub-controlador de posição é o primário, ou seja, para a estrutura $CC_{p,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$.

4.8.2 Algoritmo de controlo $PD - PI$ versus CF

Nas figuras 4.54 a 4.53 apresenta-se as respostas temporais das variáveis de posição e de força do robô 1 na manipulação de um objecto para perturbações nas referências de posição e de força. A distância entre os ombros dos robôs e a dimensão do objecto é dado por $l_b = l_0 = 1,0$ m com uma orientação $\alpha_0 = 0^\circ$.

Na figura 4.52 apresenta-se as respostas temporais $\delta x_1, \delta y_1, \delta Fx_1$ e δFy_1 para o robô 1 com juntas ideais, sob a acção dos algoritmos $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ para uma perturbação na referência $\delta Fx_{1d} = 1$ N.

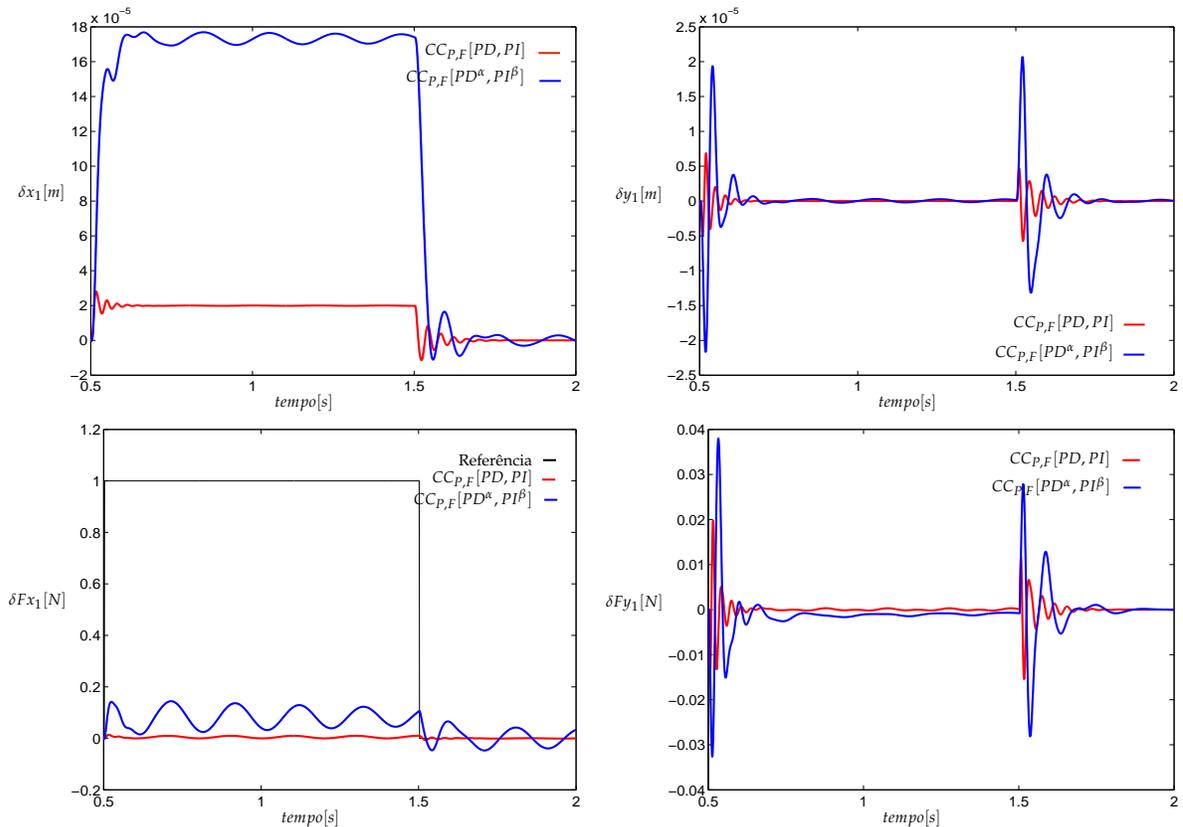


Figura 4.52. Respostas temporais das variáveis $\delta x_1, \delta y_1, \delta Fx_1$ e δFy_1 para o robô 1 com juntas ideais, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ para uma perturbação $\delta Fx_{1d} = 1$ N.

Mostra-se de seguida na figura 4.53 as respostas temporais x_1 , y_1 , Fx_1 e Fy_1 para o robô 1 com juntas ideais, sob a acção dos algoritmos $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ para uma perturbação na referência $\delta Fy_{1d} = 1$ N.

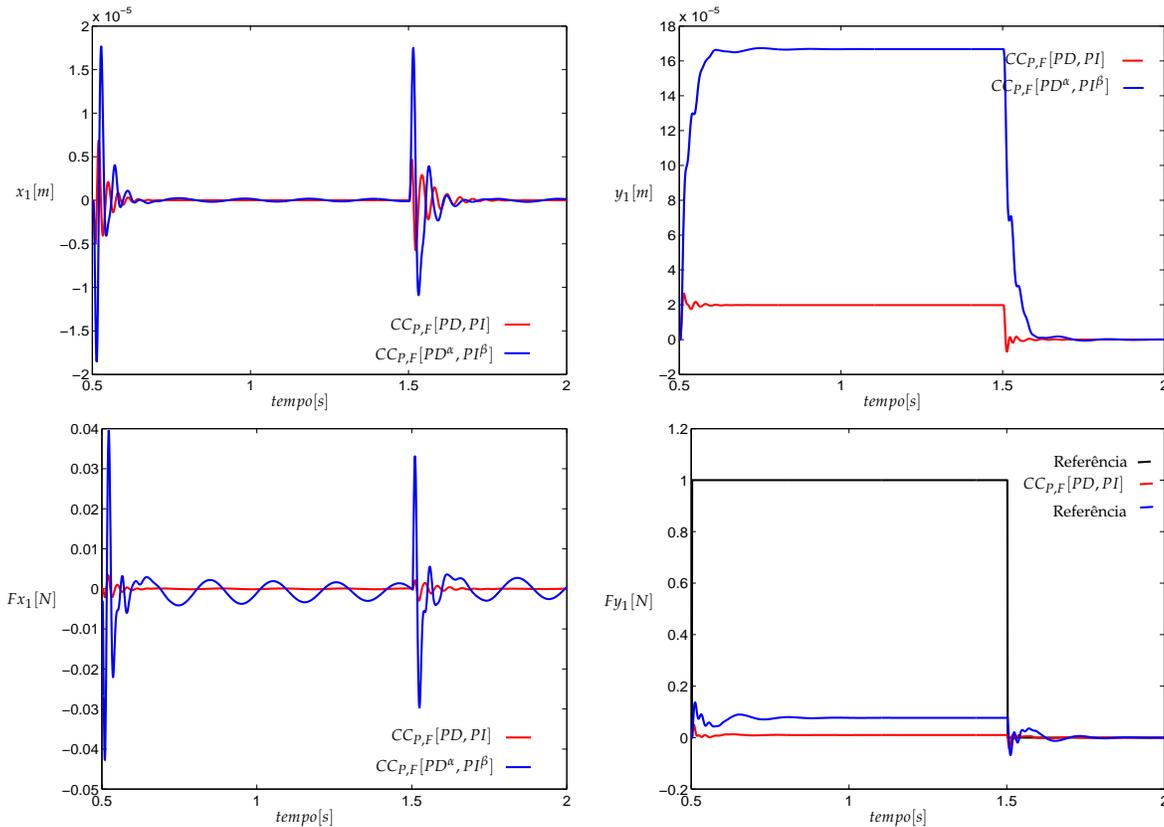


Figura 4.53. Respostas temporais das variáveis x_1 , y_1 , Fx_1 e Fy_1 para o robô 1 com juntas ideais, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta Fy_{1d} = 1$ N.

Observa-se que ambos os controlador apresentam erros bastante elevados para perturbações na referência de força. No entanto o $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ mostra um desempenho superior ao controlador $CC_{P,F}[PD, PI]$. Estes erros devem-se ao facto de não se conseguir comprimir o objecto que se está a manipular.

Na figura 4.54 mostram-se as respostas temporais δx_1 , δy_1 , δFx_1 e δFy_1 para o robô 1 com juntas ideais, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta x_{1d} = 10^{-1}$ m.

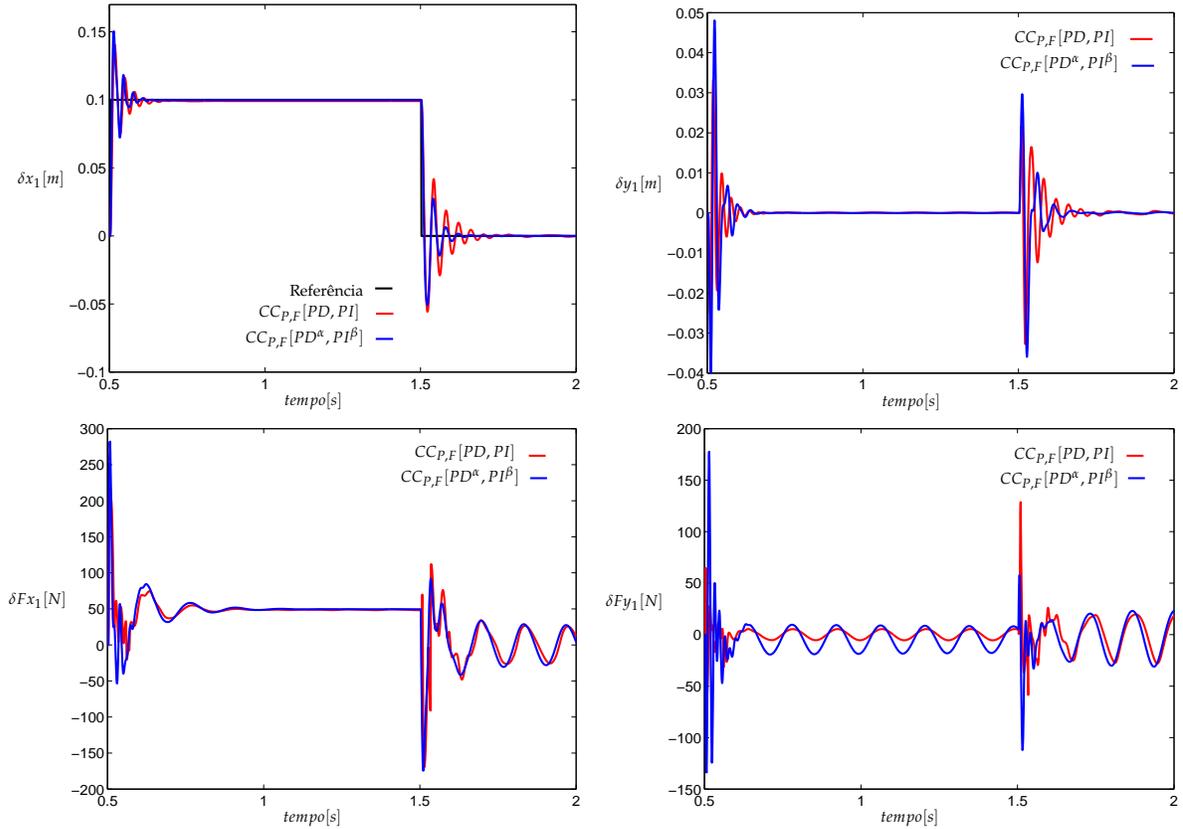


Figura 4.54. Respostas temporais das variáveis δx_1 , δy_1 , δFx_1 e δFy_1 para o robô 1 com juntas ideais, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta x_{1d} = 10^{-1}$ m.

Observa-se que ambos os algoritmos apresentam resultados idênticos para δx_1 .

Na figura 4.55 apresentam-se as respostas temporais das variáveis δx_1 , δy_1 , δFx_1 e δFy_1 do robô 1 com juntas ideais, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD,PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m.

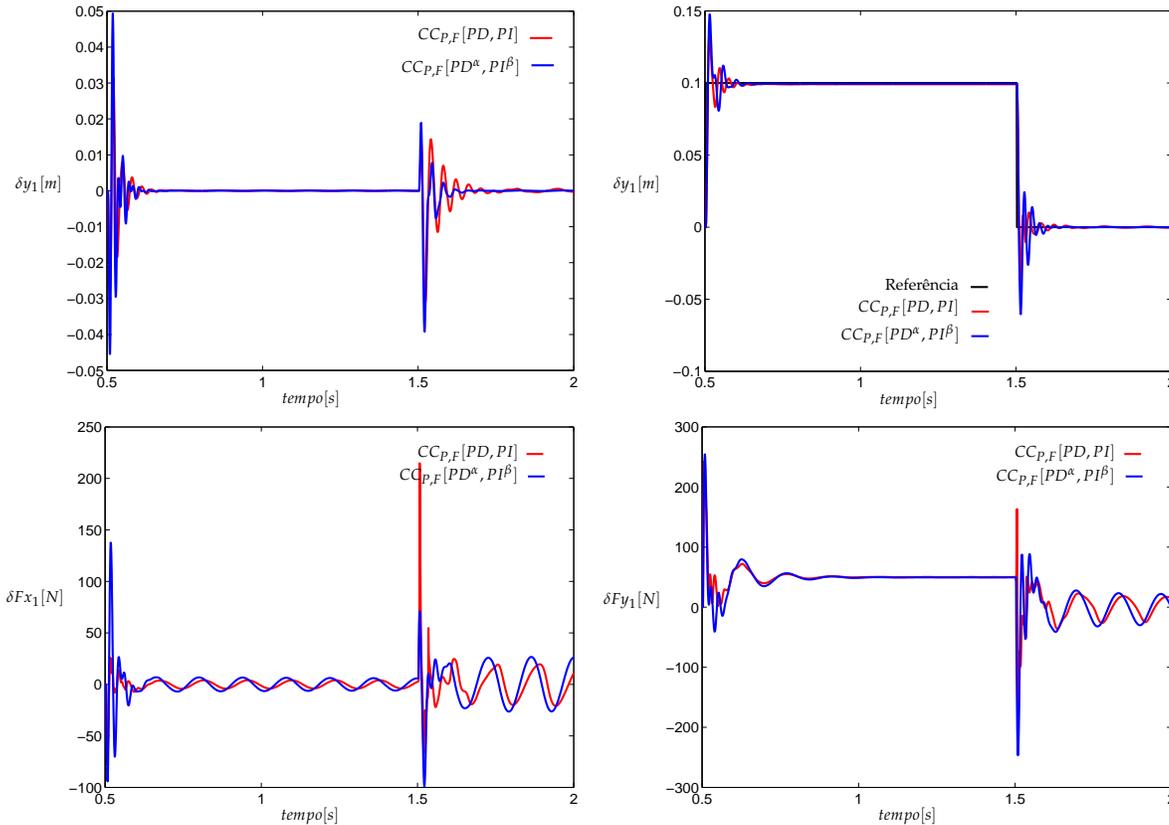


Figura 4.55. Respostas temporais das variáveis δx_1 , δy_1 , δFx_1 e δFy_1 do robô 1 com juntas ideais, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD,PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m.

As respostas temporais apresentam resultados muito semelhantes, com erros em regime permanente e sobre-elevações similares. Verifica-se que, independentemente da perturbação na posição, o sistema responde de forma idêntica.

O controlo de dois robôs cooperantes

Na figura 4.56 mostram-se as respostas temporais dos binários T_{11} , T_{21} , T_{11} , T_{21} para o robô 1 e para o robô 2, ambos com juntas ideais e sob a ação dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$.

Verifica-se que os binários do robô 2 são mais elevados que os binários do robô 1 e que o controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ solicita esforços bastante menores que o controlador $CC_{P,F}[PD, PI]$.

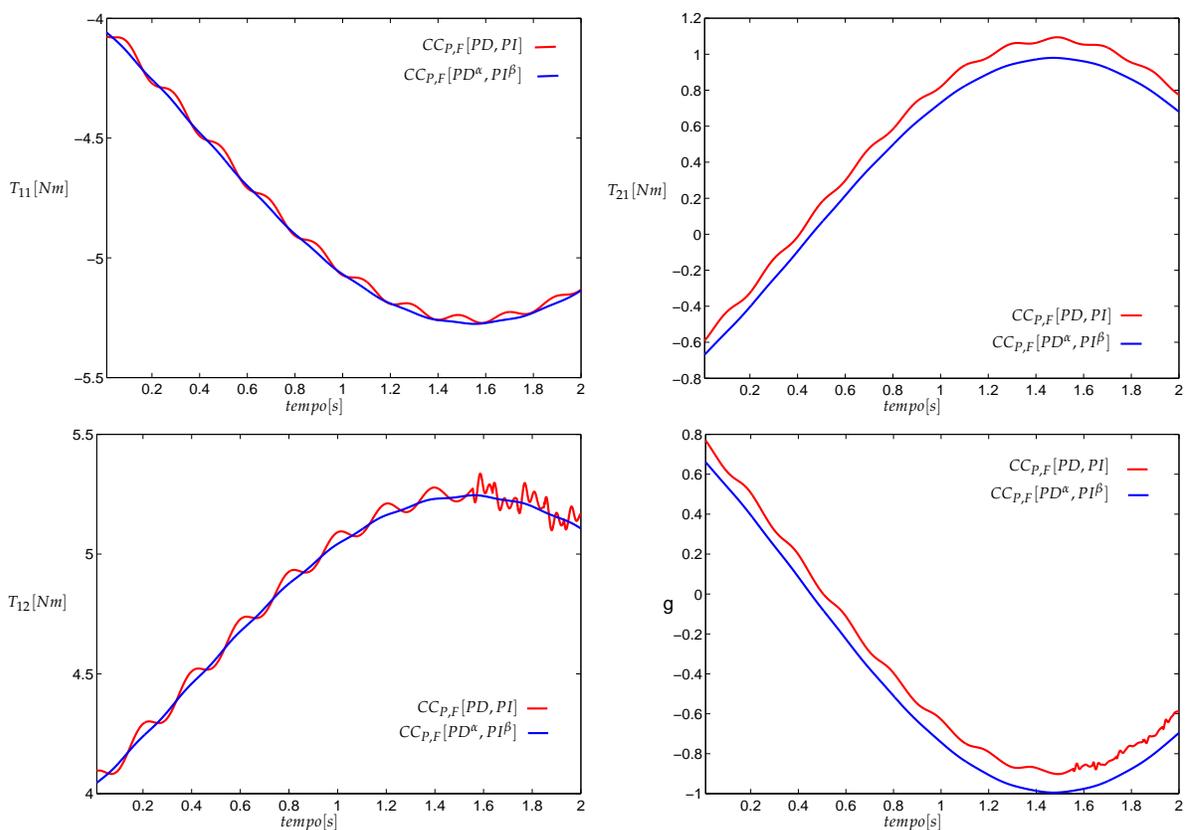


Figura 4.56. Respostas temporais das variáveis dos binários T_{11} , T_{21} do robô 1 e T_{12} , T_{22} do robô 2 com juntas ideais, sob a ação dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$.

Na figura 4.57 observam-se as respostas temporais das variáveis δx_2 , δy_2 , δFx_2 e δFy_2 do robô 2 com juntas ideais, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD,PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m. O controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$ apresenta um desempenho superior que o controlador $CC_{P,F}[PD,PI]$.

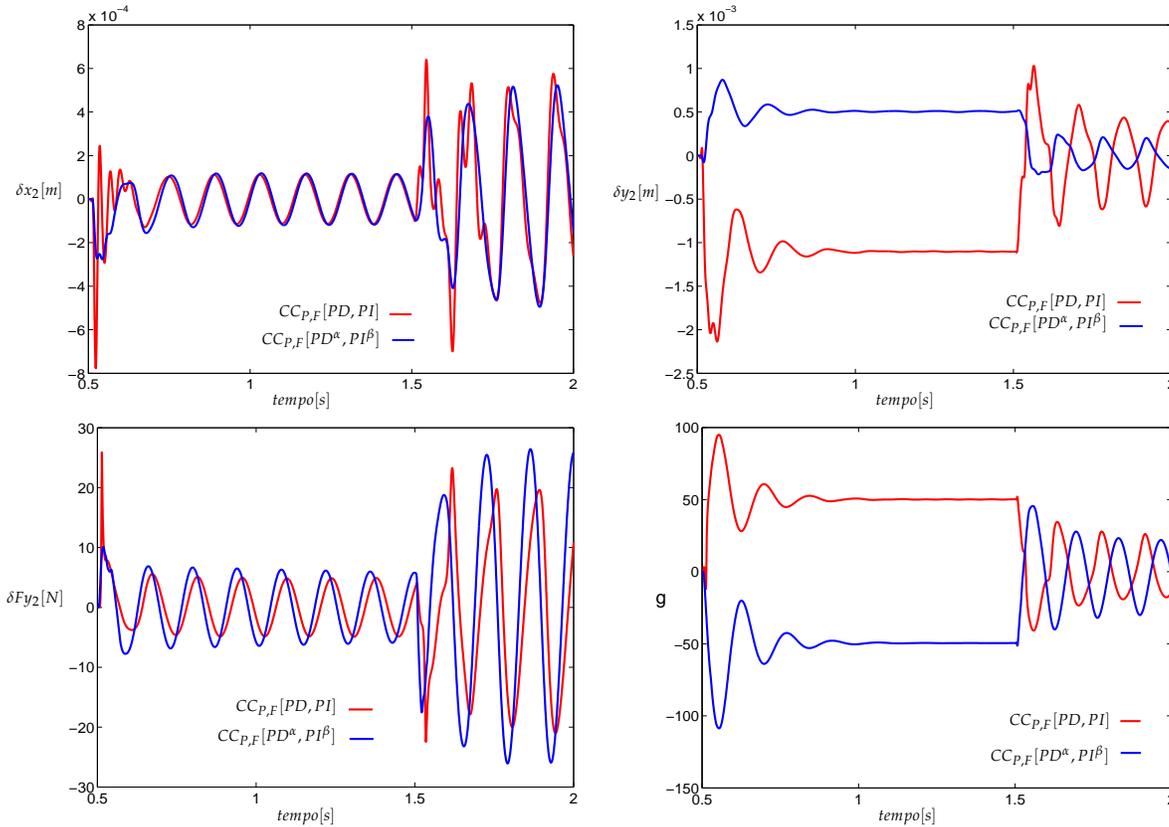


Figura 4.57. Respostas temporais das variáveis δx_2 , δy_2 , δFx_2 e δFy_2 para o robô 2 com juntas ideais, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD,PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m.

Na figura 4.58 apresentam-se as respostas temporais dos binários T_{11} , T_{21} , T_{11} , T_{21} para o robô 1 e para o robô 2, ambos com juntas ideais e sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$.

Verifica-se que os binários do robô 1 são muito mais elevados que os binários do robô 2 e que o controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apresenta valores menores que o controlador $CC_{P,F}[PD, PI]$.

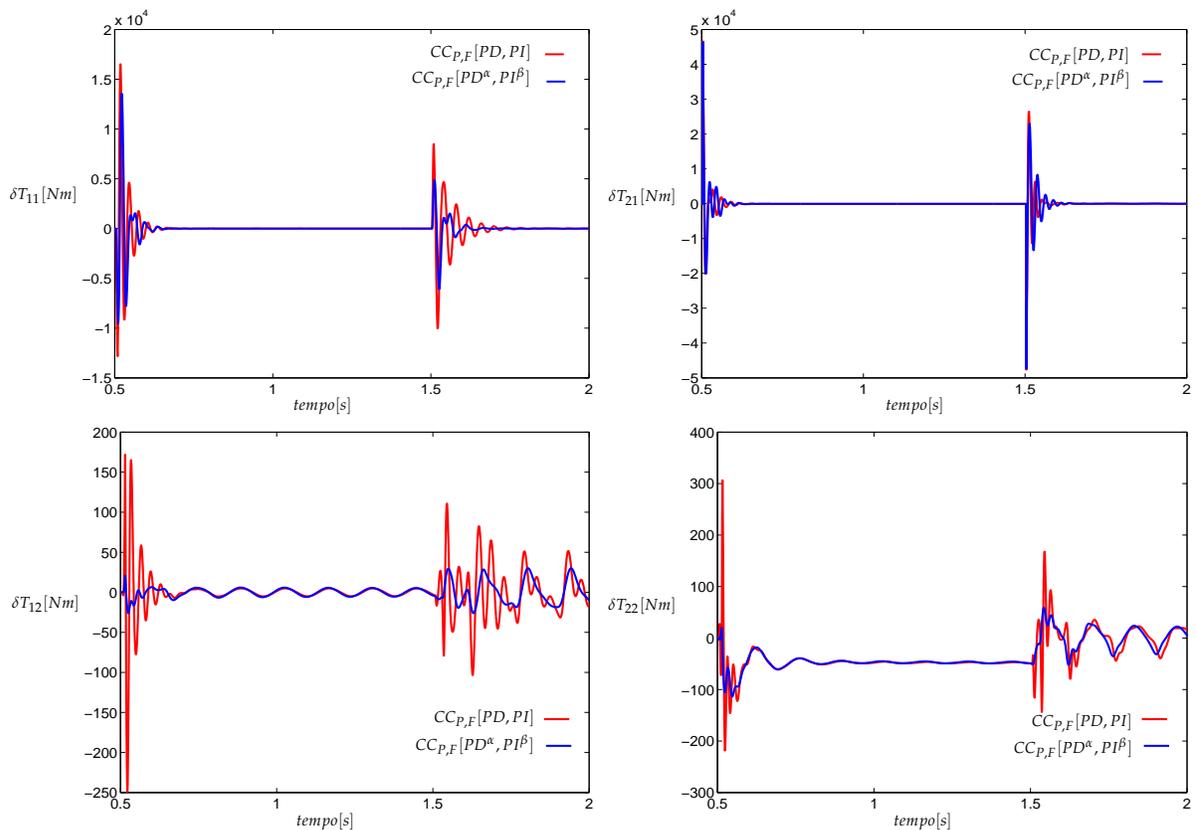


Figura 4.58. respostas temporais dos binários δT_{11} , δT_{21} , δT_{11} , δT_{21} para o robô 1 e para o robô 2, com juntas ideais, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito da perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m.

4.8.3 Análise dos fenómenos nas juntas

Nesta subsecção estudam-se os efeitos dos diversos fenómenos dinâmicos das juntas. Consideram-se os parâmetros idênticos aos adoptados nas simulações anteriores.

Na figura 4.59 estão apresentadas as respostas temporais das variáveis δx_1 , δy_1 , δFx_1 e δFy_1 para o robô 1 com folgas nas juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m.

Observa-se que o controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apresenta melhores resultados.

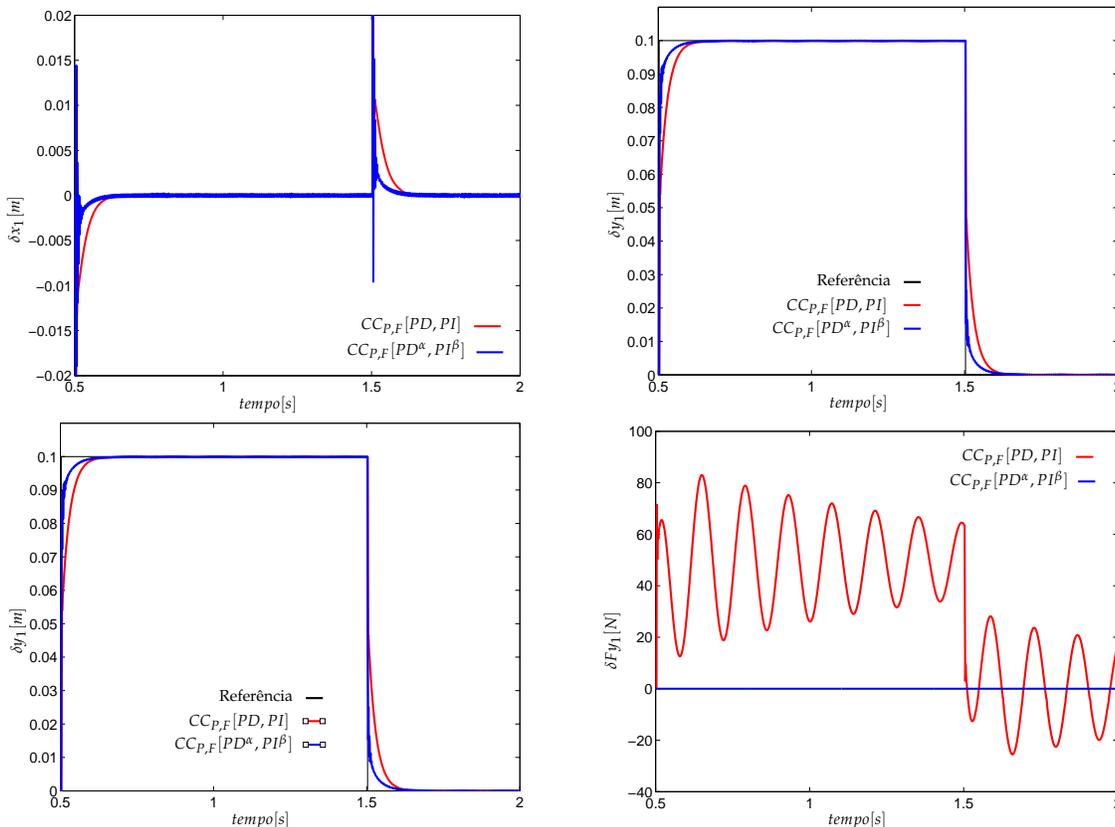


Figura 4.59. Respostas temporais das variáveis δx_1 , δy_1 , δFx_1 e δFy_1 para o robô 1 com folgas nas juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m.

A figura 4.60 mostra as respostas temporais das variáveis δx_1 , δy_1 , δFx_1 e δFy_1 para o robô 1 com flexibilidade nas juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m.

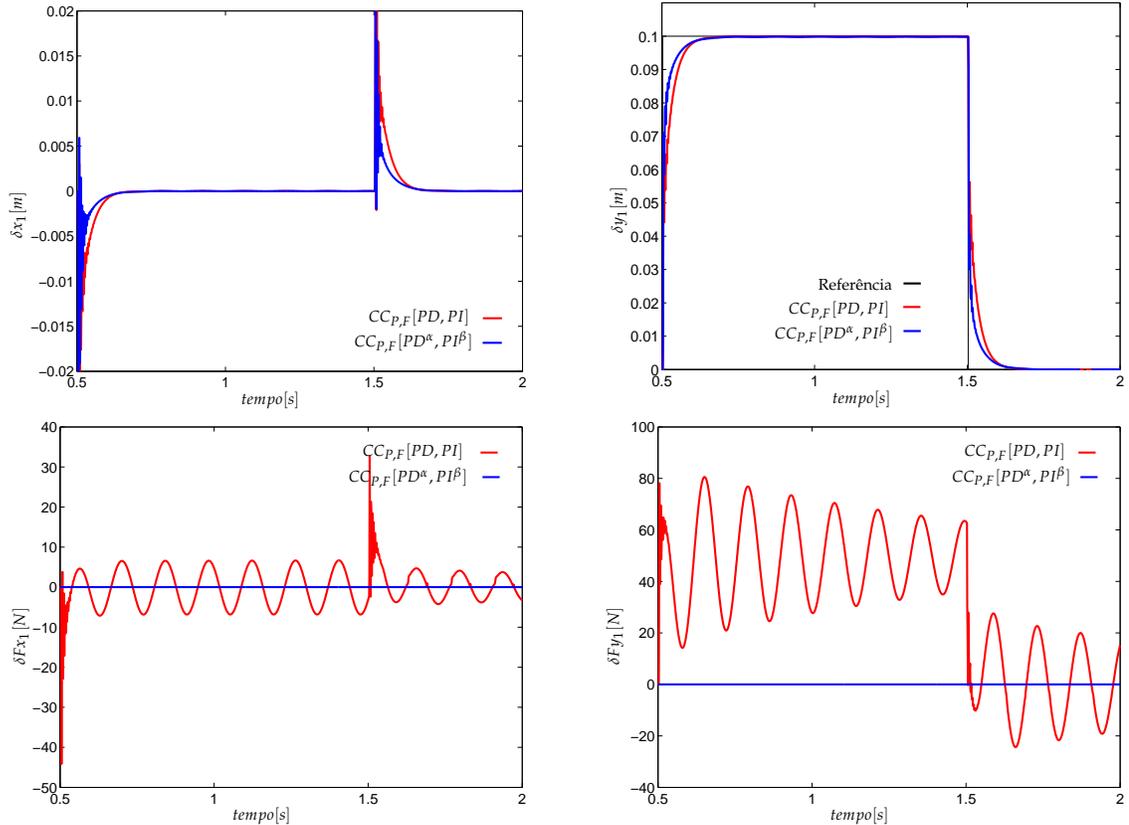


Figura 4.60. Respostas temporais das variáveis δx_1 , δy_1 , δFx_1 e δFy_1 para o robô 1 com flexibilidade nas juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m.

Observa-se que o controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ tem um desempenho superior ao do controlador $CC_{P,F}[PD, PI]$. O controlador $CC_{P,F}[PD, PI]$ apresenta valores idênticos ao controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ nas variáveis de posição. Porém nas variáveis de força observam-se aumentos significativos.

A figura 4.61 mostra a influência do atrito não linear nas juntas dos robôs, sobre as respostas temporais das variáveis δx_1 , δy_1 , δFx_1 e δFy_1 para o robô 1, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD,PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m. Para o efeito do atrito nas juntas o controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$ apresentou melhores resultados.

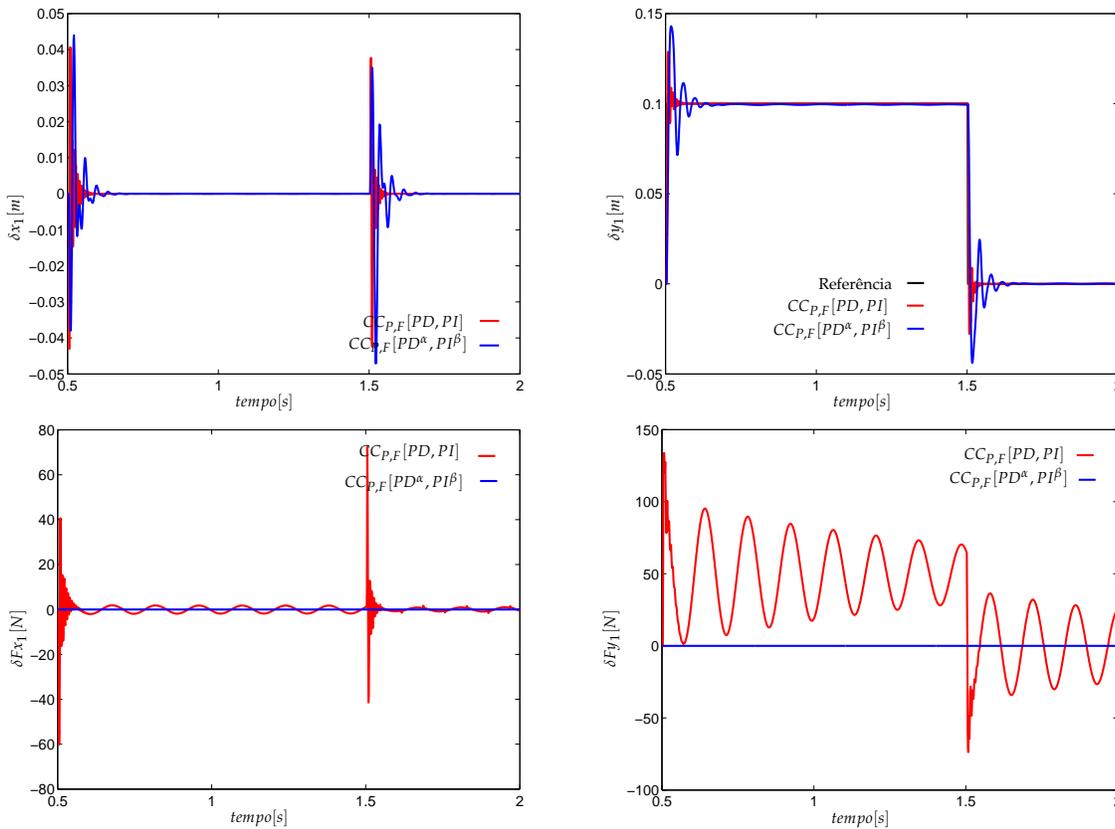


Figura 4.61. Resposta temporal para o robô 1 com atrito nas juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD,PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_d = 10^{-1}$ m.

Na figura 4.62 mostra-se o efeito da saturação nos actuadores das juntas dos robôs para o robô 1, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_{1d} = 10^{-1}$ m. Verifica-se que o controlador $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ tem um comportamento bastante melhor, reagindo mais rápido à perturbação e apresentando, um menor erro em regime permanente.

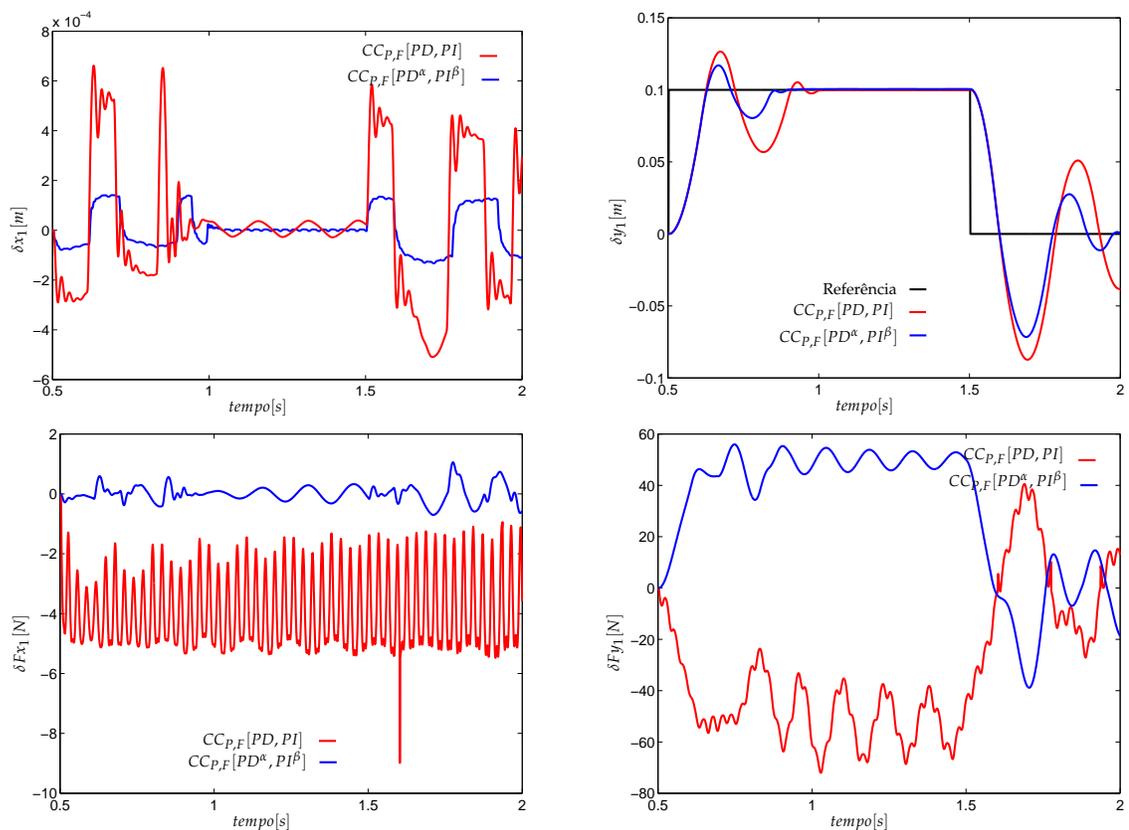


Figura 4.62. Resposta temporal para o robô 1 com saturação nos actuadores das juntas, sob a acção dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ sob efeito de uma perturbação $\delta y_d = 10^{-1}$ m.

4.9 Conclusões

Neste capítulo efectuou-se o estudo ao robô com estrutura RR tendo-se, analisado as estratégias CH e CC e os algoritmos de controlo $PD - PI$ e CF . Os ensaios permitiram analisar a influência do erro de estimativa da orientação da superfície de restrição e a ocorrência de impactos do robô, em especial que quando se adoptou a estratégia de controlo CH . Seguidamente apresentaram-se algumas simulações onde se testaram os controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$. Sintonizam-se os controladores de modo a obter desempenhos idênticos para o caso do robô ideal. De seguida, mantiveram-se os parâmetros dos controladores e introduziram-se os fenómenos dinâmicos adicionais nas juntas. Observou-se o efeito face ao caso ideal e verificou-se que o algoritmo de controlo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apresentava uma maior robustez que o algoritmo $CC_{P,F}[PD, PI]$. Na variação dos parâmetros do modelo da superfície de restrição, notou-se que o CC é mais sensível que o controlador CH .

No estudo da manipulação de dois robôs em cooperação analisou-se a estrutura de controlo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e $CC_{F,P}[PI^\beta, PD^\alpha]$ e verificou-se que a estrutura de controlo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apresentava desempenhos superiores. Testaram-se as estruturas de controlo $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ para robôs ideais e para robôs com fenómenos dinâmicos nas juntas e verificou-se que o algoritmo de controlo CF apresentava vantagens importantes face ao algoritmo de controlo $PD - PI$, exigindo um menor esforço de controlo e apresentando um melhor desempenho. Observou-se também que os fenómenos revelados no caso dos robôs em cooperação eram semelhantes aos encontrados num único robô.

5

Análise estatística de sistemas robóticos

5.1 Introdução à modelação estatística

Este capítulo é dedicado à modelação de sistemas robóticos com base em conceitos estatísticos. Este tipo de ferramenta matemática está bem adaptado ao tratamento numérico de dados por computador e conduz a resultados claros e interessantes. A aplicação do método estatístico à cinemática, à dinâmica e ao sistema de controlo de manipuladores robóticos revela, não só as respectivas propriedades fundamentais, como ainda sugere novas orientações para o desenvolvimento de robôs mais eficientes.

Tal como foi descrito no capítulo a modelação de manipuladores robóticos consiste na obtenção de modelos cinemáticos e dinâmicos. O modelo cinemático trata das relações geométricas que se obtêm quando se descreve o robô através de um conjunto de coordenadas no espaço operacional n -dimensional $p = [p_1, \dots, p_n]^T$ ou, alternativamente, por coordenadas no espaço das articulações n -dimensional $q = [q_1, \dots, q_n]^T$.

A relação $q \longrightarrow p$ denomina-se de cinemática directa, enquanto a relação oposta isto é $p \longrightarrow q$ toma o nome de "cinemática inversa". Por outro lado, o "modelo dinâmico" (inverso) relaciona ainda as forças/binários F , fornecidos pelos actuadores das n articulações, com q, \dot{q}, \ddot{q} .

Estes modelos são, conforme já foi referido, uma consequência da aplicação das leis da física e dos formalismos da matemática e, sob esse ponto de vista, a modelação de manipuladores traduz-se na aplicação de métodos bem conhecidos [90]. Contudo, a prática revela alguns problemas *a priori* inesperados. De facto, para um robô industrial típico, com seis graus de liberdade a modelação cinemática e a dinâmica revelam uma grande complexidade, particularmente no caso do modelo dinâmico.

Nesta ordem de ideias, é seguramente uma boa estratégia desenvolver um método de modelação que:

- Não requeira, *a priori*, o conhecimento das leis da física e que, como tal, o seu desenvolvimento não lhe fique condicionado.
- Adopte um conjunto de formalismos matemáticos capazes de, por si só, e obedecendo ao ponto anterior, revelar as diversas relações entre as diversas variáveis do sistema.
- Possibilite um tratamento numérico e experimentalista bem adaptado ao cálculo por computador.

A estatística satisfaz estes requisitos, sendo actualmente usada para modelar numerosos fenómenos de índole social, económica, biológica, física, entre outras, que muitas vezes são de difícil descrição através de outras ferramentas matemáticas. Na

realidade, a própria física dá-nos exemplos de fenómenos, como nos casos da termodinâmica ou da mecânica quântica, em que se pode recorrer, quer à metodologia clássica, quer ao método estatístico. Segundo esta ordem de ideias, o desenvolvimento de um modelo estatístico para manipuladores robóticos requer, em primeiro lugar, a caracterização adequada (leia-se, de acordo com os formalismos da estatística) das diversas variáveis em jogo. Em segundo lugar é necessário estabelecer as relações estatísticas entre essas variáveis. Por último, devem analisar-se as relações obtidas a fim de se revelarem eventuais critérios de optimização e de validação.

Sabe-se que a cinemática (directa) relaciona as posições, as velocidade e as acelerações $\{p, \dot{p}, \ddot{p}\}$ exigidas ao manipulador no espaço operacional com as posições, as velocidades e as acelerações $\{q, \dot{q}, \ddot{q}\}$ solicitadas aos actuadores das articulações. Deste modo, o desenvolvimento de um modelo estatístico deve considerar:

- A descrição estatística do conjunto $\{p, \dot{p}, \ddot{p}\}$ de variáveis independentes ou variáveis aleatórias de entrada.
- A descrição estatística do conjunto $\{q, \dot{q}, \ddot{q}\}$ de variáveis independentes ou variáveis aleatórias de saída.
- Um conjunto de parâmetros cinemáticos (dimensões dos elos, tipo de articulações, etc.) que influenciam o desempenho do manipulador, pelo que requerem uma optimização na fase de projecto da estrutura do manipulador.

Prosseguindo neste raciocínio, a secção 5.2 aprofunda a discussão sobre a modelação de manipuladores robóticos e introduz uma abordagem estatística que se aplica ao estudo da cinemática de um ou mais manipuladores a trabalharem em cooperação.

O estudo da dinâmica dos manipuladores robóticos é feito na secção 5.3 tendo por

base o conhecimento adquirido no estudo da cinemática. Estes fenómenos dinâmicos são consideravelmente mais complexos que os cinemáticos, facto que se traduz por uma maior dificuldade e morosidade no respectivo estudo. Porém, a modelação estatística permite estabelecer uma via de continuidade numérica relativamente expedita. Finalmente, na secção 5.4 apresentam-se as conclusões relativas ao capítulo.

5.2 Introdução à modelação estatística da cinemática

O modelo clássico de um manipulador robótico é bem conhecido. Para um robô com n graus de liberdade a cinemática é descrita por um conjunto de equações não lineares.

$$q = \psi(p) \quad (5.1)$$

$$\dot{q} = \left[\frac{\partial \psi(q)}{\delta p} \right] \dot{p} \quad (5.2)$$

$$\ddot{q} = \left[\frac{\partial \psi(q)}{\partial p} \right] \ddot{p} + \left[\frac{\partial^2 \psi(q)}{\partial p^2} \right] \dot{p} \quad (5.3)$$

onde, p , \dot{p} , \ddot{p} e q , \dot{q} , \ddot{q} , são os vectores da posição, velocidade e aceleração no espaço operacional e espaço das juntas, respectivamente.

Para uma avaliação dos conceitos utilizados no cálculo das equações 5.1 a 5.3 que envolvem um elevado número de variáveis e parâmetros, logo um elevado número de

possíveis combinações. De forma a ultrapassar este problema de implementação são necessários conceitos alternativos. A estatística é uma ferramenta matemática bem adaptada para este tipo de situações. Apesar disso perde-se alguma certeza com este método face ao modelo determinístico mas ganha-se em simplicidade tornando-se mais intuitivo, além do desenvolvimento ser mais rápido.

Esta aproximação já foi utilizada por outros investigadores [14, 54] em alguns problemas restritos e na nova aproximação de modelos alternativos aos modelos clássicos.

No nosso modelo a descrição estatística das variáveis de entrada (VsE) pode variar de forma livre e independente. As descrições estatísticas das variáveis de saída (VsS), ou sejam, as variáveis dependentes são função das variáveis anteriores. A distribuição das variáveis é estabelecida e um conjunto de parâmetros serão otimizados numa fase de concepção.

Tendo estas ideias em pensamento, na cinemática uma amostragem aleatória independente das variáveis tem uma função densidade probabilidade f_{dp} semelhante ao histograma de uma amostra representativa. Assim, na descrição estatística das variáveis não consideramos implicitamente a variável tempo.

5.2.1 O modelo estatístico de um braço robótico

Nesta secção com vista ao estudo estatístico de um braço robótico, adoptou-se um manipulador RR com juntas ideais como sistema de desenvolvimento e implementação dos novos conceitos de modelação. Começa-se o estudo do robô com uma aproximação numérica e numa segunda fase complementa-se com uma perspectiva

analítica.

De modo a obter uma descrição estatística é necessário caracterizar as variáveis aleatórias sobre uma determinada fdp .

Neste ponto não existe *a priori*, qualquer conhecimento estatístico das propriedades do sistema. Assim, iniciamos as nossas experiências com algumas condições que demonstram o desempenho optimizado da cinemática. Para $p = [p_1, p_2]^T$ e $q = [q_1, q_2]^T$ começamos por considerar uma distribuição bidireccional uniforme fdp para VsE na $fp(p)$ e $fq(q)$ para p e q as cinemáticas inversa e directa têm uma fdp relacionada através de:

$$fq(q) = |\tau_p|fp(p) \quad (5.4)$$

$$fp(p) = |\tau_p|^{-1}fq(q) \quad (5.5)$$

De forma a testar estes pressupostos realizaram-se algumas experiências numéricas, considerando os elos idênticos $l_1 = l_2$, ou seja, o caso da máxima manipulabilidade cinemática.

Para testar este método excita-se a cinemática directa $q \rightarrow p$ com um elevado número de amostras segundo uma distribuição uniforme e compara-se a relação entre os histogramas no espaço operacional e no espaço das juntas, (figura 5.1).

De seguida, repetiu-se o processo na ordem inversa, isto é, excita-se a cinemática inversa $p \rightarrow q$ e analisa-se, também, os correspondentes histogramas.

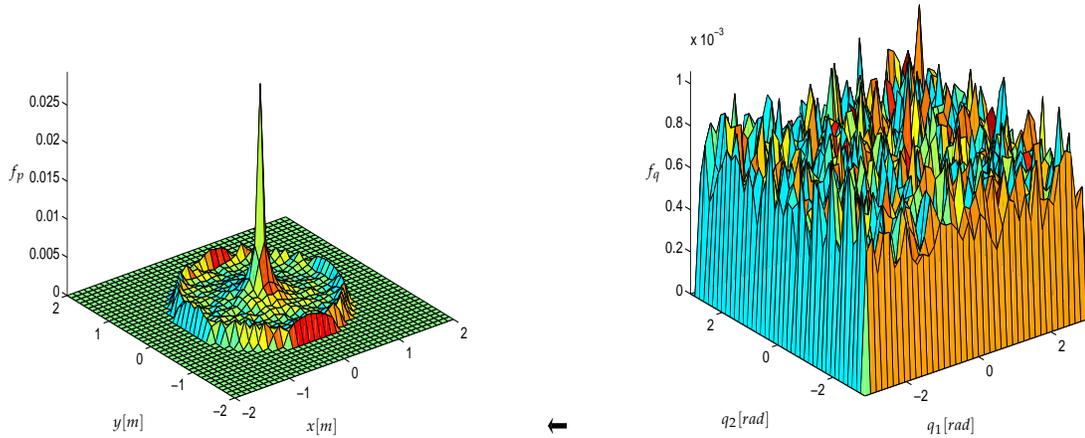


Figura 5.1. 'Excitação' uniforme da cinemática $p \leftarrow q$ do robô RR com $l_1 = l_2$ para uma amostragem numérica $n = 10000$.

Analisando os gráficos de $p \leftarrow q$, (figura 5.1) conclui-se que para uma distribuição uniforme nas juntas, a cinemática "prefere" a configuração singular do robô $[p_1, p_2]^T = [0, 0]^T$.

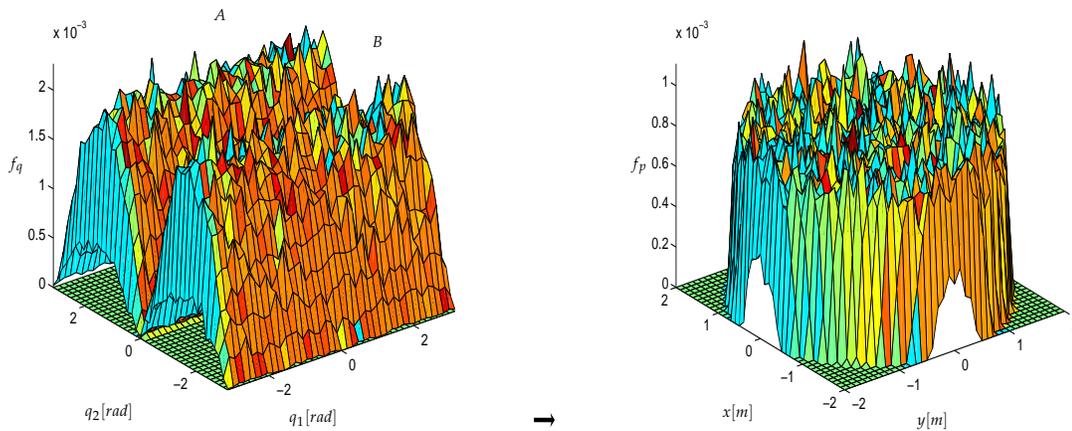


Figura 5.2. 'Excitação' uniforme da cinemática $p \rightarrow q$ do robô RR com $l_1 = l_2$ para uma amostragem numérica $n = 10000$, A—robô com cotovelo para cima e B—robô com cotovelo para baixo.

Na figura 5.2, $p \rightarrow q$ conclui-se que para uma distribuição uniforme no espaço operacional a cinemática inversa "evita" as configurações singulares.

Conhecendo o manipulador RR a transformação $p \rightarrow q$ é dada pela expressão (equação 5.6).

$$J = l_1 l_2 \sin(q_2) \quad (5.6)$$

Para $L = l_1 + l_2$ com $\mu = \frac{l_1}{L}$ o máximo J ocorre com $\mu = 1$ e $q_2 = \pm \frac{\pi}{2}$, resultados estes obtidos na análise do capítulo 3.

Esta expressão coincide com os resultados numéricos obtidos pela 'excitação' uniforme em $p \rightarrow q$ da cinemática do robô RR , com $l_1 = l_2$ com uma amostragem numérica $n = 10000$. A função $f_{q_2}(q_2)$ apresenta o seu valor máximo $q_2 = \pm \frac{\pi}{2}$ e o valor mínimo $q_2 = (0, \pm \pi)$.

5.2.2 O modelo estatístico de dois braços robóticos

Passemos agora ao estudo da cooperação de dois manipuladores RR com juntas ideais. De forma a testar o sistema realizam-se algumas experiências numéricas similares às efectuadas para um único robô RR . São considerados dois robôs com elos idênticos $l_1 = l_2$, ou seja, para o caso da máxima manipulabilidade cinemática (resultados obtidos na análise do capítulo 3).

Analisando os gráficos da figura 5.3, relativos à cinemática de $p \leftarrow q$, conclui-se que, para uma distribuição uniforme nas juntas, a cinemática "prefere" a configuração singular do robô $[p_1, p_2]^T = [0, 0]^T$.

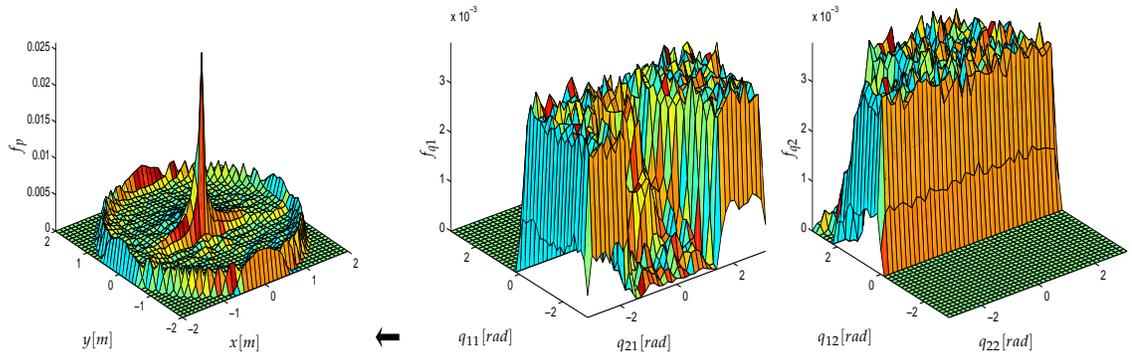


Figura 5.3. 'Excitação' uniforme da cinemática $p \leftarrow q$ para dois robôs RR cooperantes com $l_1 = l_2 = l_b = 1.0$ m manipulando um objecto com o comprimento $l_0 = 1.0$ m e orientação $\alpha_0 = 0^\circ$.

Por seu lado, na figura 5.4, relativa à cinemática inversa $p \rightarrow q$ observa-se que para uma distribuição uniforme no espaço operacional, a cinemática inversa evita as configurações singulares da mesma forma que na utilização de um único robô.

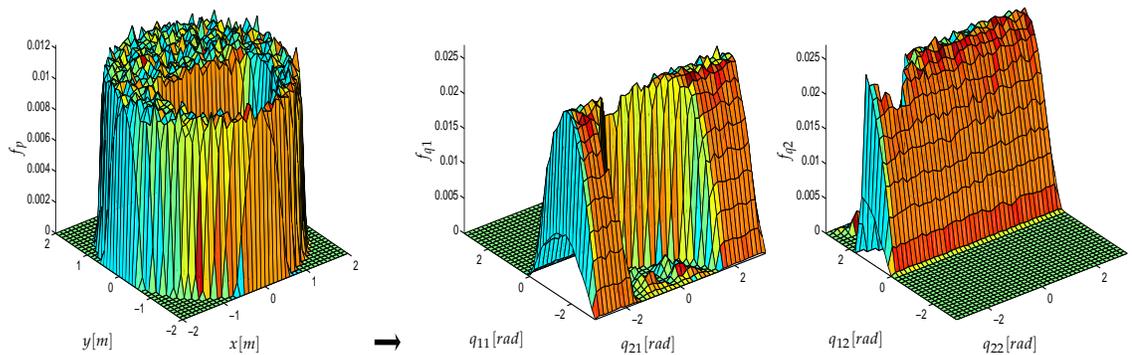


Figura 5.4. 'Excitação' uniforme da cinemática $p \rightarrow q$ para dois robôs RR cooperantes com $l_1 = l_2 = l_b = 1.0$ m manipulando um objecto com o comprimento $l_0 = 1.0$ m e orientação $\alpha_0 = 0^\circ$.

A função $f_{q_2}(q_{2i})$ apresenta o seu valor máximo $q_{2i} = \pm \frac{\pi}{2}$ e o valor mínimo $q_{2i} = (0, \pm \pi)$.

A f_{dp} das VsE é responsável por estas situações, sendo os resultados uma propriedade intrínseca da cinemática.

De seguida apresenta-se um estudo sobre a cinemática de dois robôs a trabalharem

em cooperação na manipulação de objectos na região de trabalho. Nesta análise são considerados objectos de diferente comprimento, nomeadamente de pequena dimensão $l_0 = 0.1$, de média dimensão $l_0 = 1.0$ e de grande dimensão $l_0 = 2.0$ m.

Nestas experiências, além da dimensão do objecto a manipular, considera-se também diferentes distâncias entre robôs $l_b = \{0.1, 1.0, 2.0\}$ m e testam-se as orientações distintas do objecto $\alpha_0 = -30^\circ$, $\alpha_0 = 0^\circ$ e $\alpha_0 = 30^\circ$. Nesta análise, efectua-se uma 'excitação' uniforme da cinemática $p \rightarrow q$ dos dois robôs *RR* cooperantes, de forma a evitar as configurações singulares.

A figura 5.5 apresenta as simulações efectuadas para objectos de pequenas dimensões onde são consideradas diferentes distâncias entre robôs $l_b = \{0.1, 1.0, 2.0\}$ m.

Na figura 5.6 mostra-se a manipulação de objectos de média dimensão e na figura 5.7 observa-se a manipulação de um objecto de grande dimensão.

Em todas as figuras está representada a região de trabalho dos robôs cooperantes, quer no espaço operacional, quer no espaço das juntas. Observa-se nos gráficos do espaço operacional das figuras 5.5 a 5.6, que a máxima área de trabalho se obtém na situação de $l_0 = l_b = 1.0$. Estes resultados coincidem com a situação de máxima manipulabilidade conforme o estudo realizado no capítulo 3 desta tese. Observa-se nos gráficos do espaço das juntas o valor máximo de $q_{2j} = \pm \frac{\pi}{2}$ e o valor mínimo $q_{2j} = (0, \pm \pi)$ para os robôs ($j = 1, 2$).

Nas simulações apresentadas na figura 5.8 podem ver-se os testes efectuados às diferentes orientações da manipulação do objecto. Assim, mostram-se as situações correspondentes de $\alpha_0 = -30^\circ$ e $\alpha_0 = 0^\circ$, $\alpha_0 = 30^\circ$, para diferentes distâncias entre robôs $l_b = \{0.1, 1.0, 2.0\}$ m. Conclui-se que para orientações $\alpha_0 \neq 0^\circ$ existe uma redução da região de trabalho. Na análise da manipulabilidade obtém-se o valor máximo para $\alpha_0 = 0^\circ$.

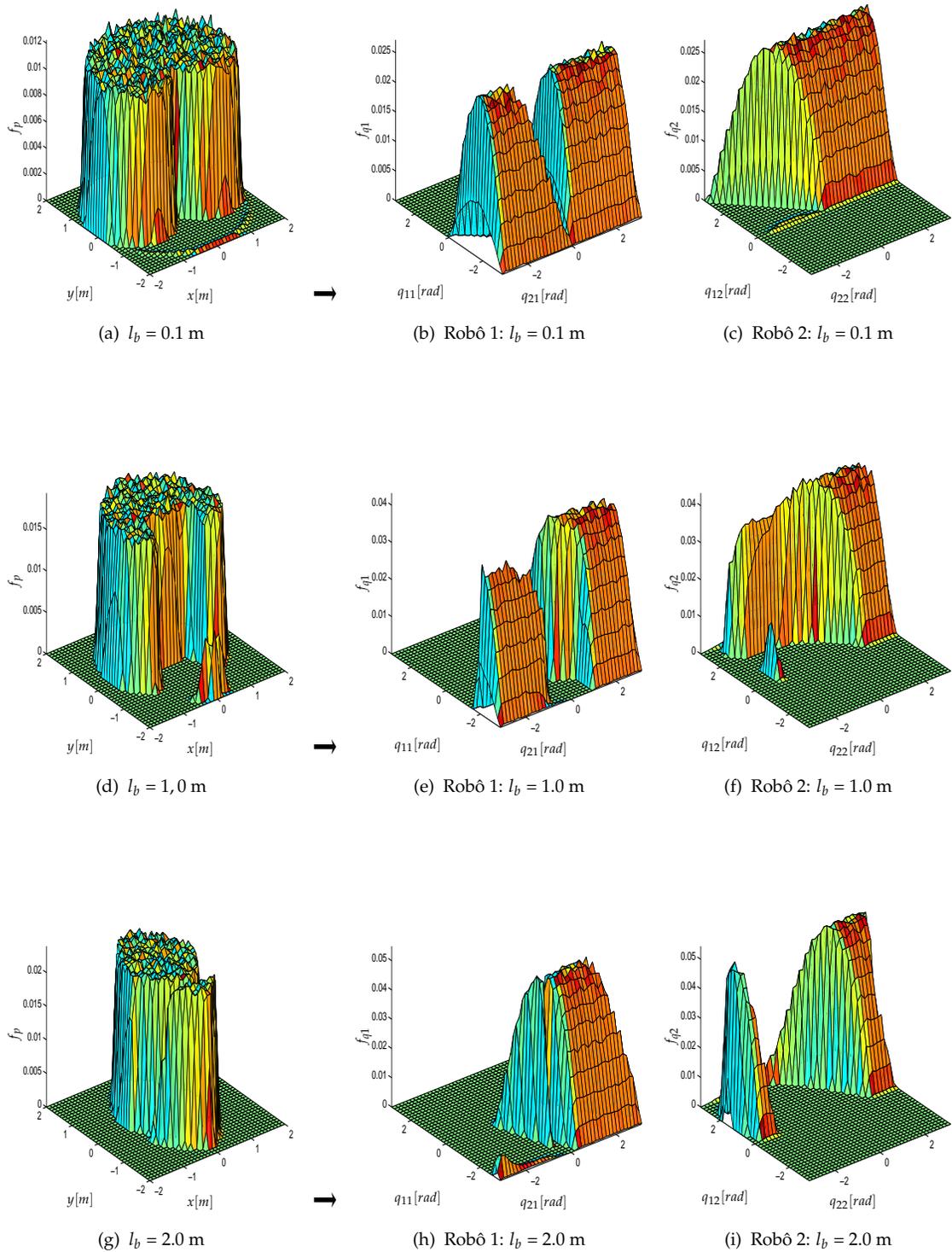


Figura 5.5. 'Excitação' uniforme da cinemática $p \rightarrow q$ para dois robôs RR cooperantes com $l_1 = l_2 = 1$ m manipulando um objecto com o comprimento $l_0 = 0.1$ m e com orientação $\alpha_0 = 0^\circ$ para diferentes distâncias entre robôs $l_b = \{0.1, 1.0, 2.0\}$ m.

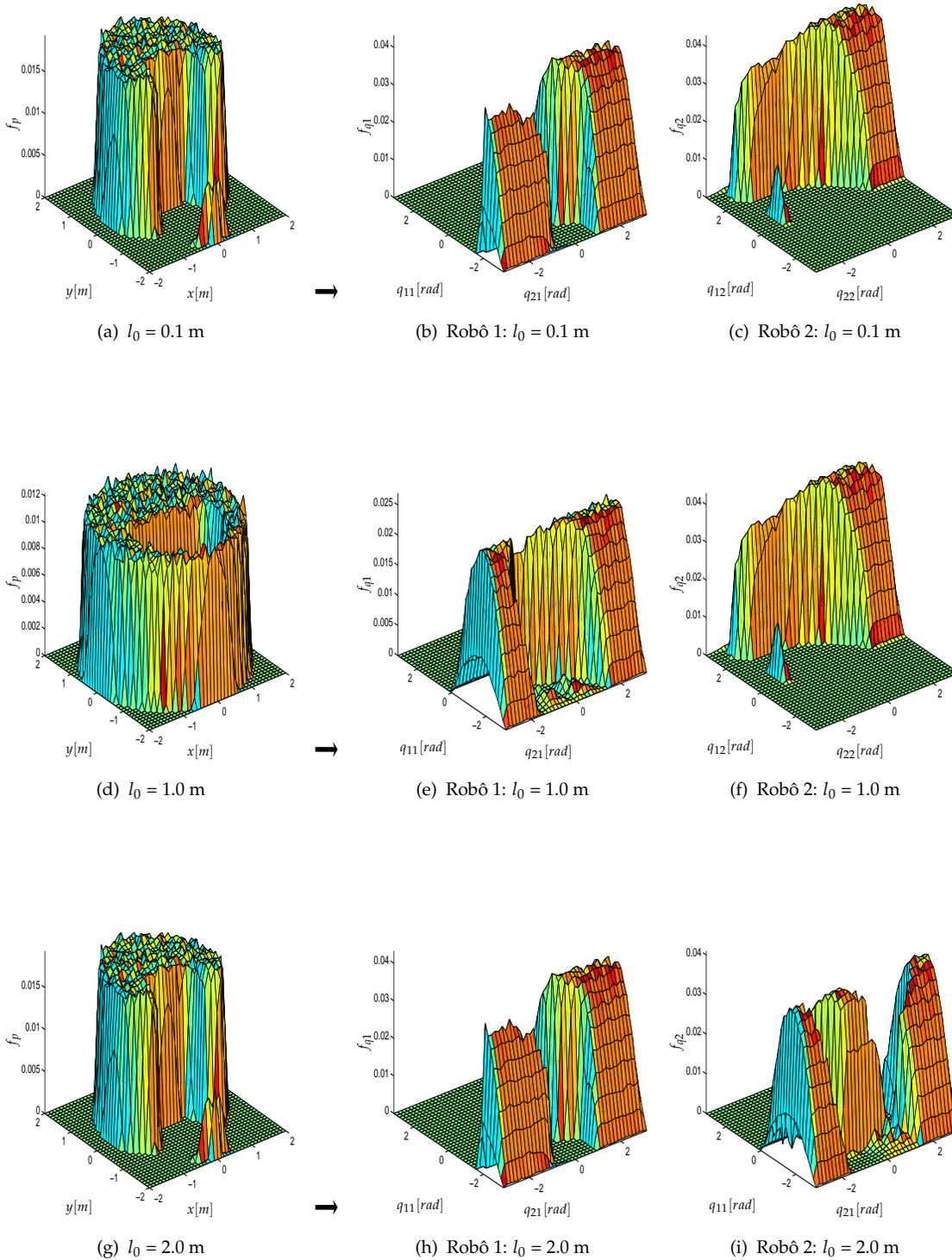


Figura 5.6. 'Excitação' uniforme da cinemática $p \rightarrow q$ para dois robôs RR cooperantes com $l_1 = l_2 = l_b = 1.0$ m manipulando um objecto com a orientação $\alpha_0 = 0^\circ$ e com diferentes comprimentos $l_0 = \{0.1, 1.0, 2.0\}$ m.

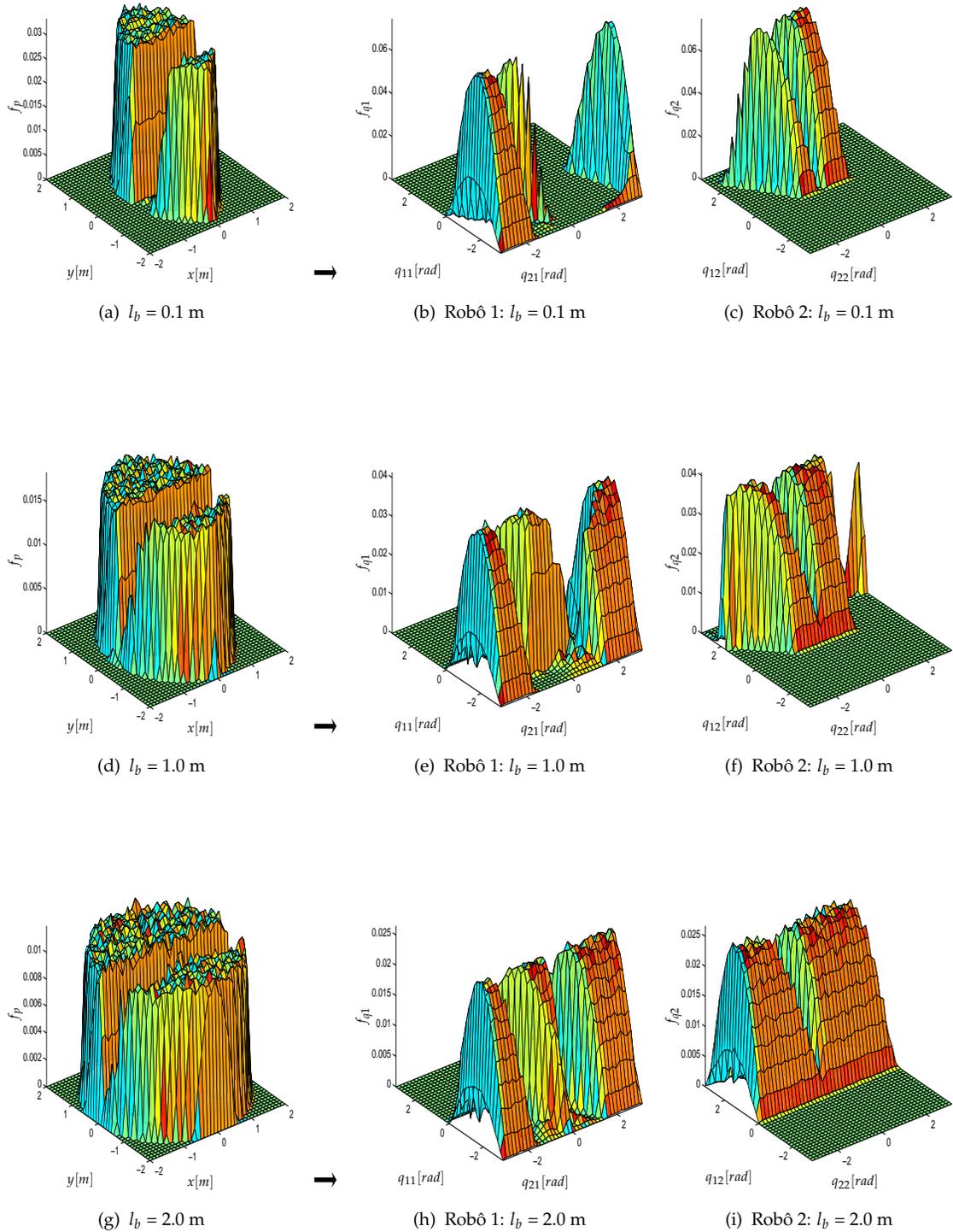


Figura 5.7. 'Excitação' uniforme da cinemática $p \rightarrow q$ para dois robôs RR cooperantes com $l_1 = l_2 = 1$ m manipulando um objecto com o comprimento $l_0 = 2.0$ m e orientação $\alpha_0 = 0^\circ$ para diferentes distâncias entre robôs $l_b = \{0.1, 1.0, 2.0\}$ m.

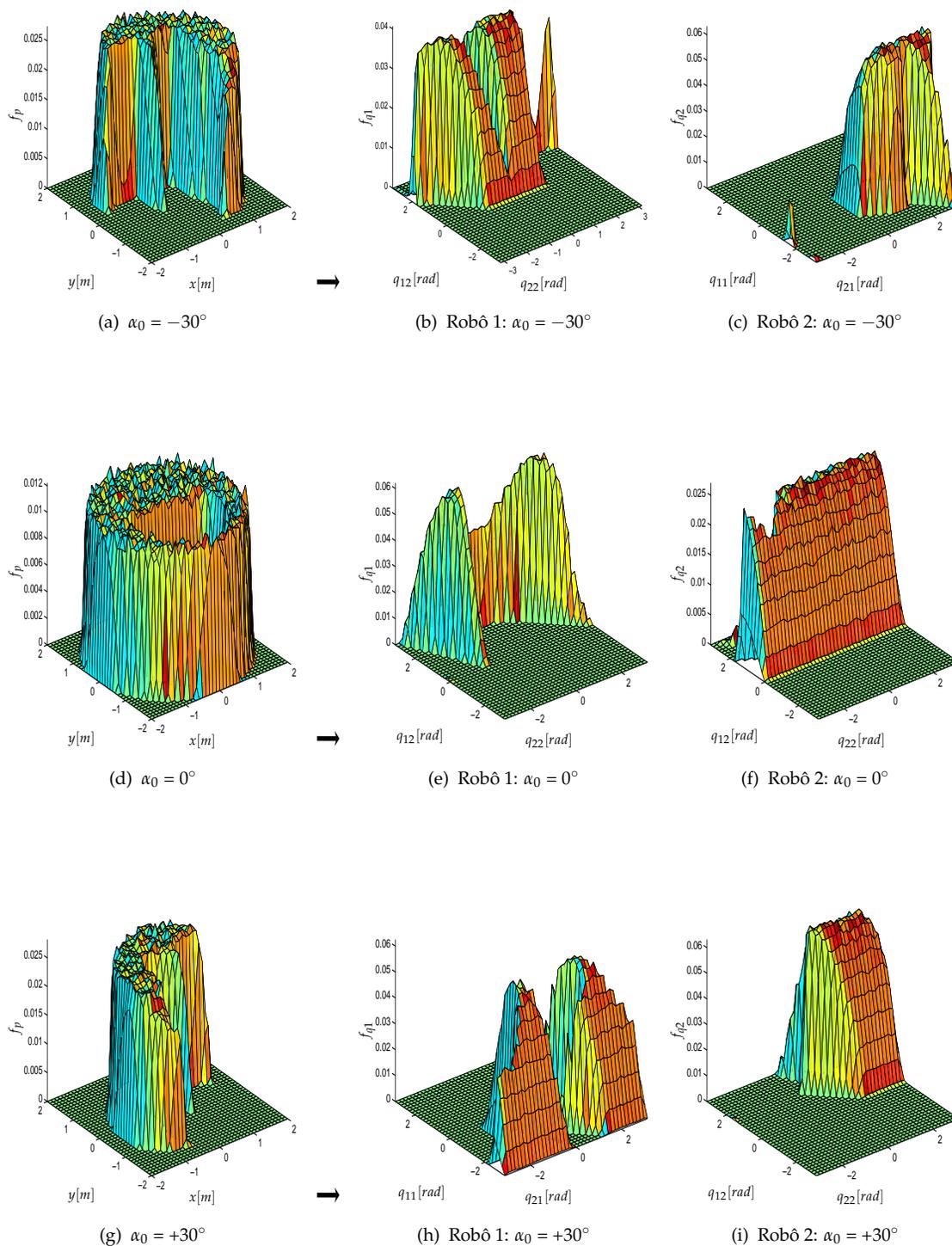


Figura 5.8. 'Excitação' uniforme da cinemática $p \rightarrow q$ para dois robôs RR cooperantes com $l_1 = l_2 = 1.0$ m manipulando um objecto com o comprimento $l_0 = 1.0$ m e diferentes orientações $\alpha_0 = -30^\circ, 0^\circ, +30^\circ$ graus.

5.3 Introdução à modelação estatística da dinâmica

Como já foi referido anteriormente, os manipuladores robóticos são sistemas mecânicos passíveis de uma modelação com base nas leis da física clássica. Além do conhecimento da cinemática dos manipuladores robóticos é necessário também conhecer a dinâmica, que descreve as relações entre forças/binários requeridos pelos actuadores, com as posições, velocidades e acelerações em cada instante. Todavia, a complexidade das expressões resultantes torna difícil a análise das propriedades destes sistemas em especial o caso particular da dinâmica.

Por outro lado, com um conhecimento profundo da cinemática e da dinâmica é possível efectuar um melhor controlo de todo o sistema. Assim, a possibilidade da modelação estatística complementa a análise do comportamento dinâmico do sistema.

5.3.1 Modelação estatística da dinâmica de sistemas robóticos

Nesta secção estuda-se a acção simultânea dos sistemas cinemático e dinâmicos. Consequentemente, devido à inclusão da cinemática torna-se necessário redefinir os conjuntos das (VsE) e das (VsS).

Deve considerar-se uma descrição estatística ou seja através de fdp das variáveis:

- $\{p, \dot{p}, \ddot{p}\} \rightarrow VsE$ correspondentes às posições, velocidades e acelerações solicitadas aos manipuladores no espaço operacional.
- $\{T\} \rightarrow VsS$ correspondentes às forças/binários desenvolvidos pelos actuadores nas articulações em resposta às exigências.

No estudo adoptam-se os mesmos robôs *RR* cooperantes a manipularem um objecto.

Numa primeira fase estuda-se a dinâmica inversa e, numa segunda fase implementa-se o algoritmo de controlo. Para efectuar o estudo da dinâmica inversa faz-se um planeamento aleatório de n trajectórias rectilíneas, onde se considera uma aceleração constante de $A = 1.0 \text{ ms}^{-2}$ em todo o espaço de trabalho. O planeamento das trajectórias do manipulador robótico está descrito no apêndice B. Para implementar o controlo do sistema cooperante, efectua-se um planeamento de n trajectórias em todo o espaço de trabalho e testam-se as arquitecturas de controlo $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$.

Nas simulações, seleccionam-se os parâmetros da configuração e da dimensão dos robôs e do objecto, que permitem a obter a máxima manipulabilidade na região de trabalho. Estes parâmetros foram seleccionados com base nos estudos efectuados no capítulo 3. Nesta ordem de ideias, os parâmetros cinemáticos dos elos dos robôs são $l_1 = l_2 = 1.0 \text{ m}$, a distância entre os ombros e o comprimento do objecto são $l_b = l_0 = 1,0 \text{ m}$ e a orientação é $\alpha_0 = 0^\circ$.

Quanto aos parâmetros do modelo de contacto considera-se uma massa do objecto $M_0 = 1,0 \text{ kg}$, e os coeficientes de amortecimento e de rigidez da superfície de contacto de cada robô são: $B_i = 10.0 \text{ Ns/m}$ e $K_i = 10^4 \text{ N/m}$ ($i = 1, 2$).

Os algoritmos de controlo utilizados são do tipo $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, tendo-se mantido os ganhos dos controladores de posição e de força (tabela 4.12 e 4.13). É de notar que estes ganhos permitem que no caso do robô ideal, independentemente do controlador seleccionado, se obtenha o mesmo desempenho do sistema.

5.3.2 O modelo estatístico de dois braços robóticos

As figuras 5.9 e 5.10 mostram as frequências relativas da cinemática e da dinâmica para dois robôs RR cooperantes $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = l_b = 1.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$ em todo espaço de trabalho.

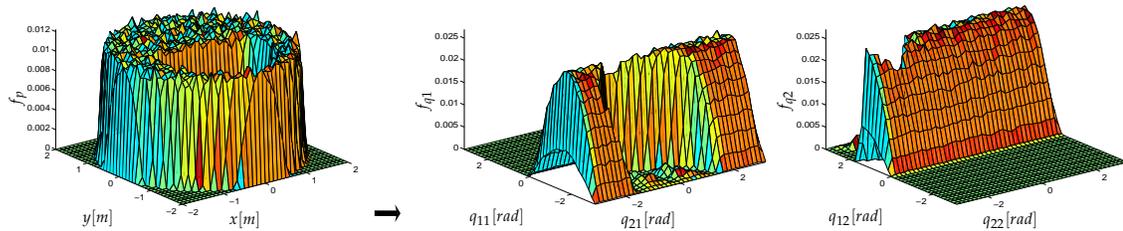


Figura 5.9. 'Excitação' uniforme da cinemática $p \rightarrow q$ para dois robôs RR cooperantes ($l_1 = l_2 = l_b = 1.0$ m) manipulando um objecto com o comprimento $l_0 = 1.0$ m e orientação $\alpha_0 = 0^\circ$.

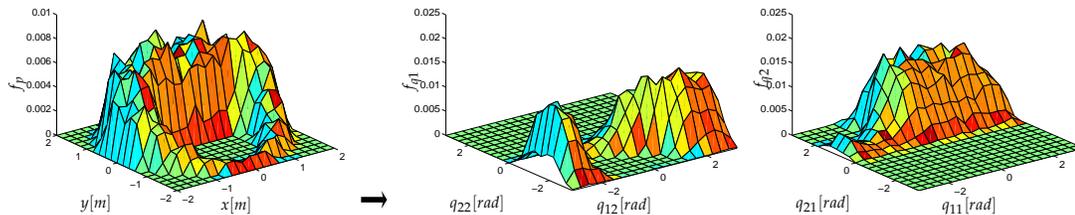


Figura 5.10. 'Excitação' uniforme da dinâmica $p \rightarrow q$ para dois robôs RR cooperantes $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 1.0$ m, $l_b = 1.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$ considerando o planeamento de trajectórias rectilíneas em toda a região de trabalho com aceleração constante de 1.0 ms^{-2} .

Observando a região operacional da figura 5.10, verifica-se que os valores máximos de f_p se situam numa zona central, mesmo em frente aos manipuladores, e que existe uma diminuição nas outras zonas. Observa-se ainda que o sistema de robôs em cooperação evita os pontos singulares existentes na região de trabalho.

Na comparação dos resultados obtidos através do estudo da cinemática (figura 5.9) e do estudo da dinâmica (figura 5.10) conclui-se que existe uma redução da manipulação em todo o espaço de trabalho e existem zonas onde a manipulação é diminuta,

como se mostra nas 'costas' da região de trabalho dos manipuladores (*i.e.*, $y < 0$).

Nas figuras 5.11 e 5.12 estão ilustrados os binários requeridos aos actuadores dos dois robôs *RR* com juntas ideais a manipularem uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, na execução de $n = 10000$ trajectórias aleatórias em toda a região de trabalho.

A figura 5.11 apresenta a distribuição dos binários dos actuadores dos robôs através do cálculo da dinâmica inversa. Neste cálculo não são considerados os controladores e as trajectórias apresentam uma aceleração sinusoidal constante de 1.0 ms^{-2} .

Na figura 5.12 visualiza-se a distribuição dos binários dos dois robôs *RR* obtida a estrutura de controlo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$.

Verifica-se que os binários obtidos pela acção de controlo são mais elevados que na situação ideal. Este resultado era previsível, visto que as acções de controlo servem para corrigir os eventuais erros existentes numa trajectória real.

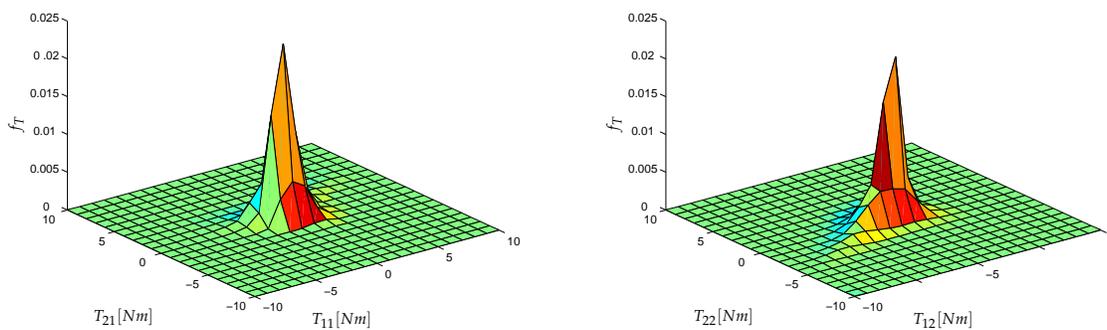


Figura 5.11. Distribuição dos binários de dois robôs *RR* com juntas ideais, para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, no cálculo da dinâmica inversa sem controladores, para uma aceleração sinusoidal constante de 1.0 ms^{-2} nas trajectórias lineares.

Após uma observação da distribuição dos binários para o caso ideal e para o caso

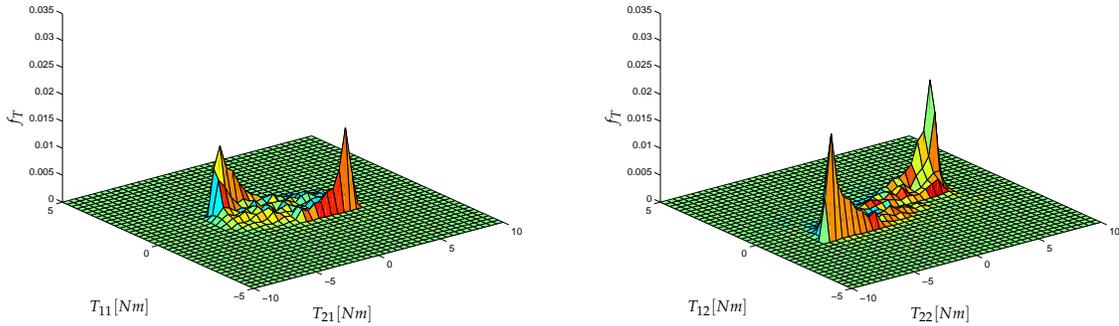


Figura 5.12. Distribuição dos binários de dois robôs RR com juntas ideais, para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção do algoritmo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para uma aceleração sinusoidal constante de 1.0 m/s^2 nas trajectórias lineares.

do algoritmo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, vamos observar o desempenho do sistema para alterações do algoritmo de controlo. Nesta análise é considerada a utilização de algoritmos de ordem inteira $CC_{P,F}[PD, PI]$ e de ordem fraccionária $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ e são analisados os casos da existência de fenómenos dinâmicos nas juntas, tais como as folgas nas engrenagens, a flexibilidade nas transmissões, o atrito não linear. São ainda comparadas as distribuições de binários para ambos os algoritmos de controlo $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para a situação ideal e tendo em conta os fenómenos dinâmicos mencionados. Este estudo revela-se de particular importância na análise da dinâmica e no desenvolvimento do controlo de manipuladores robóticos, porque permite uma análise do desempenho em todo o espaço de trabalho.

Na figura 5.13 observa-se a distribuição dos binários de dois robôs RR com juntas ideais e juntas com folgas para uma carga tal que $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, ($i = 12$) sob acção dos algoritmos $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para uma aceleração sinusoidal das trajectórias lineares.

Observa-se que na figura 5.13 que os binários fornecidos pelo algoritmo de controlo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apresentam valores mais reduzidos e conseqüentemente, é

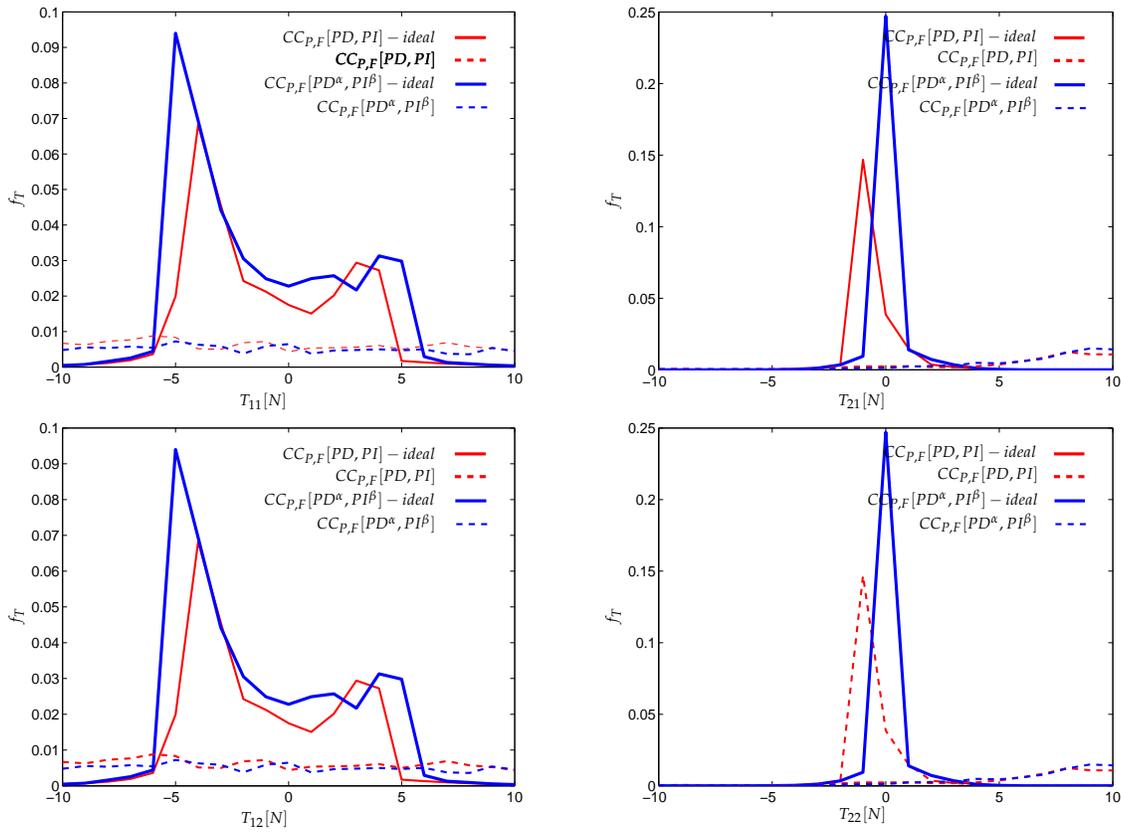


Figura 5.13. Comparação da distribuição dos binários de dois robôs RR com juntas ideais e juntas com folgas para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção dos algoritmos $CC_{P,F}[PD,PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$, para uma aceleração constante de 1.0 ms^{-2} nas trajectórias lineares.

solicitado um esforço menor na acção de controlo face ao algoritmo $CC_{P,F}[PD,PI]$. Observa-se também que os binários dos robôs com folgas apresentam binários mais elevados que os robôs ideais.

Na figura 5.14 mostra-se a distribuição dos binários de dois robôs RR com juntas ideais e juntas com flexibilidade, para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção dos algoritmos $CC_{P,F}[PD,PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$, para uma aceleração sinusoidal.

Na figura 5.15 visualiza-se a distribuição dos binários de dois robôs RR com juntas ideais e juntas com atrito não linear, para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m

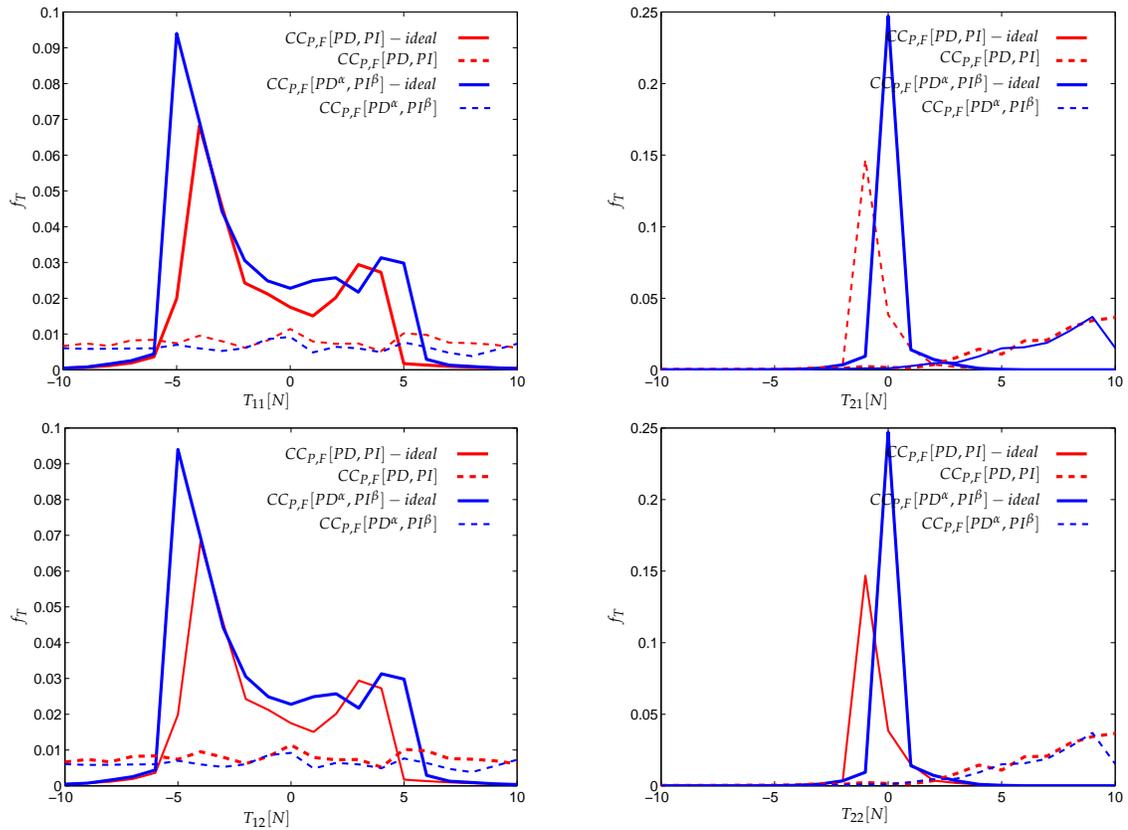


Figura 5.14. Comparação da distribuição dos binários de dois robôs RR com juntas ideais e juntas com flexibilidade, para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção dos algoritmos $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para uma aceleração constante de 1.0 ms^{-2} nas trajectórias lineares.

e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção dos algoritmos $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, para uma aceleração sinusoidal.

Pela observação da variação dos binários dos dois robôs, pode-se concluir sobre o desempenho dos controladores na utilização dos algoritmos de ordem inteira e de ordem fraccionária. Verifica-se que o algoritmo $CC_{P,F}[PD, PI]$ faz um esforço de controlo mais elevado, que é possível constatar pelo aumento dos binários dos actuadores tanto para situações ideais, como para o caso da existência de fenómenos não lineares nas juntas dos robôs.

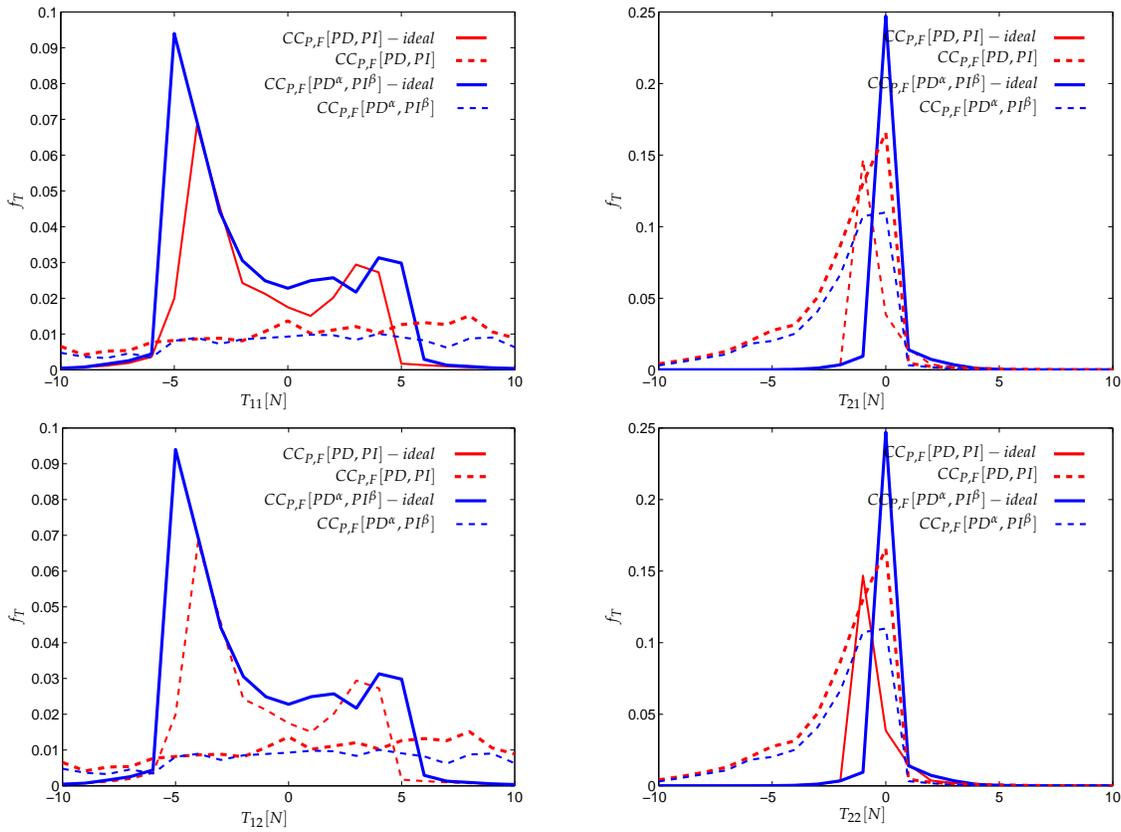


Figura 5.15. Comparação da distribuição dos binários de dois robôs *RR* com juntas ideais e juntas com atrito não linear, para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção de $CC_{P,F}[PD,PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha,PI^\beta]$, para uma aceleração constante de 1.0 ms^{-2} nas trajectórias lineares.

As figuras seguintes apresentam a variação das forças de ambos os robôs na manipulação de objectos de várias dimensões e distâncias entre ombros dos robôs.

A figura 5.16 mostra as forças F_{x1} , F_{x2} , F_{y1} e F_{y2} exercidas no objecto, em toda a região de trabalho dos dois robôs para $l_b = 1.0$ m com $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 0.1$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$ com uma configuração dos manipuladores do tipo *COE – COD*.

Verifica-se que as forças segundo o eixo x não são iguais. Nota-se que o robô 1 exerce mais força de compressão do que o robô 2, o que se deve ao sentido do movimento da trajectória efectuada.

No entanto, as forças segundo o eixo y apresentam um valor aproximadamente

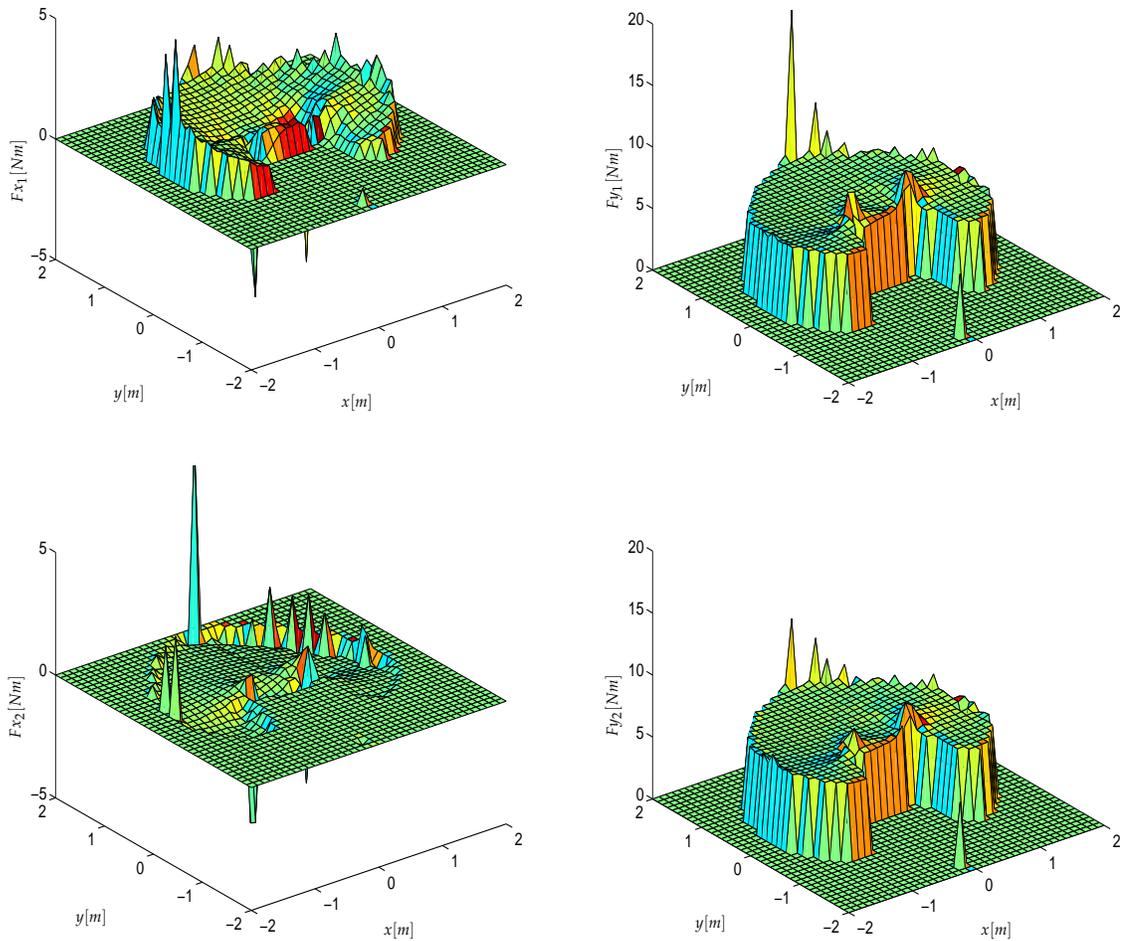


Figura 5.16. Forças F_{x1} , F_{x2} , F_{y1} e F_{y2} exercidas no objecto, na região de trabalho de dois robôs a trabalharem em cooperação para $l_b = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 0.1$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$.

igual e constante em todo o espaço de trabalho, nomeadamente $F_{y_i} \cong 5$ N, mas existem ligeiros aumentos de força nos pontos $(x, y) = (-1, 0)$ e $(x, y) = (1, 0)$, correspondendo a pontos singulares desta configuração.

A figura 5.17 apresenta as forças F_{x1} , F_{x2} , F_{y1} e F_{y2} exercidas no objecto, na região de trabalho de dois robôs a trabalharem em cooperação para $l_b = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 1.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$. Nota-se nesta simulação que nas forças F_{y_i} de cada robô, existe também um ligeiro aumento da força no ponto singular $(x, y) = (0, 0)$ do sistema

cooperante que coincide com o ponto singular de cada robô.

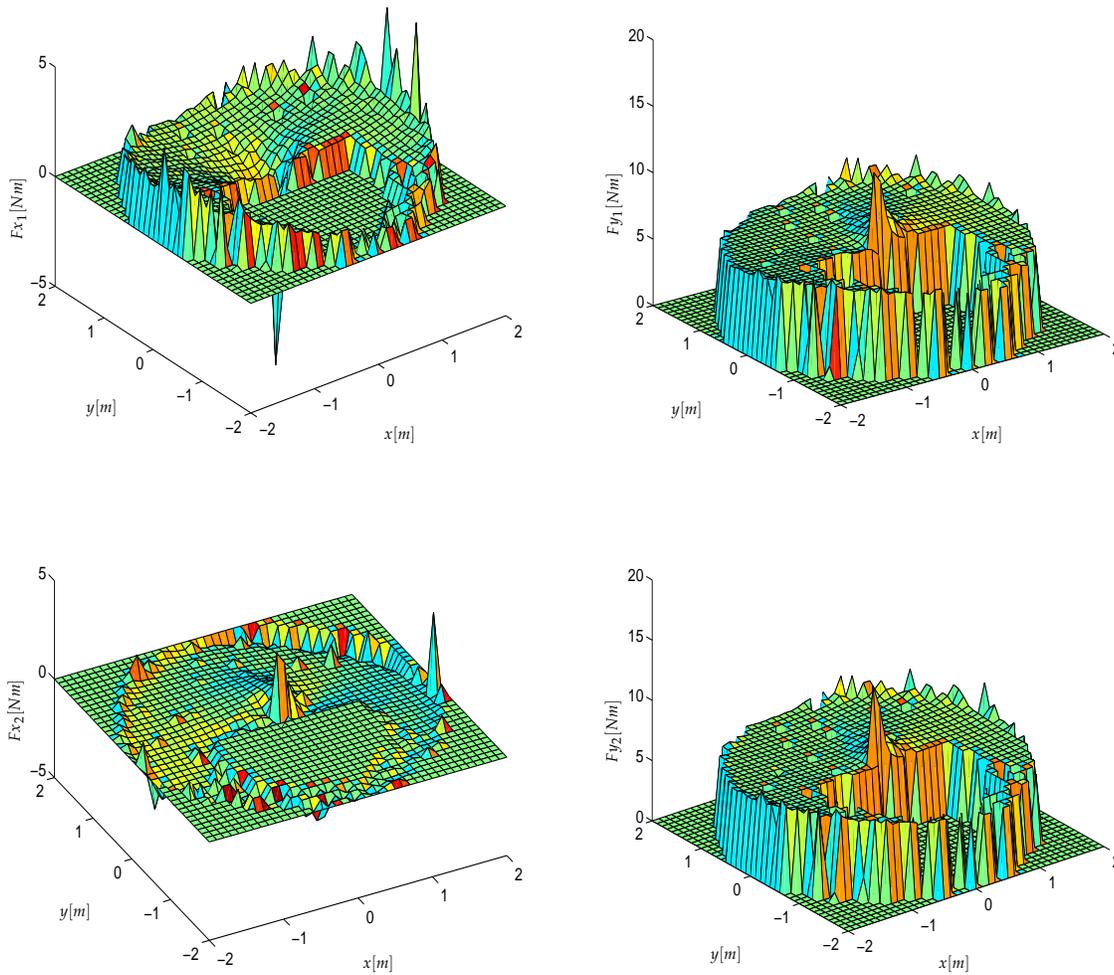


Figura 5.17. Forças Fx_1 , Fx_2 , Fy_1 e Fy_2 exercidas no objecto, na região de trabalho de dois robôs a trabalharem em cooperação para $l_b = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 1.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$.

Para o caso de $l_b = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 2.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$, estão apresentadas na figura 5.18 as forças Fx_1 , Fx_2 , Fy_1 e Fy_2 exercidas no objecto, na região de trabalho para dois robôs a trabalharem em cooperação. Os resultados obtidos, para este caso, mostram os pontos singulares $(x, y) = (-1, 0)$ e $(x, y) = (1, 0)$ para esta configuração.

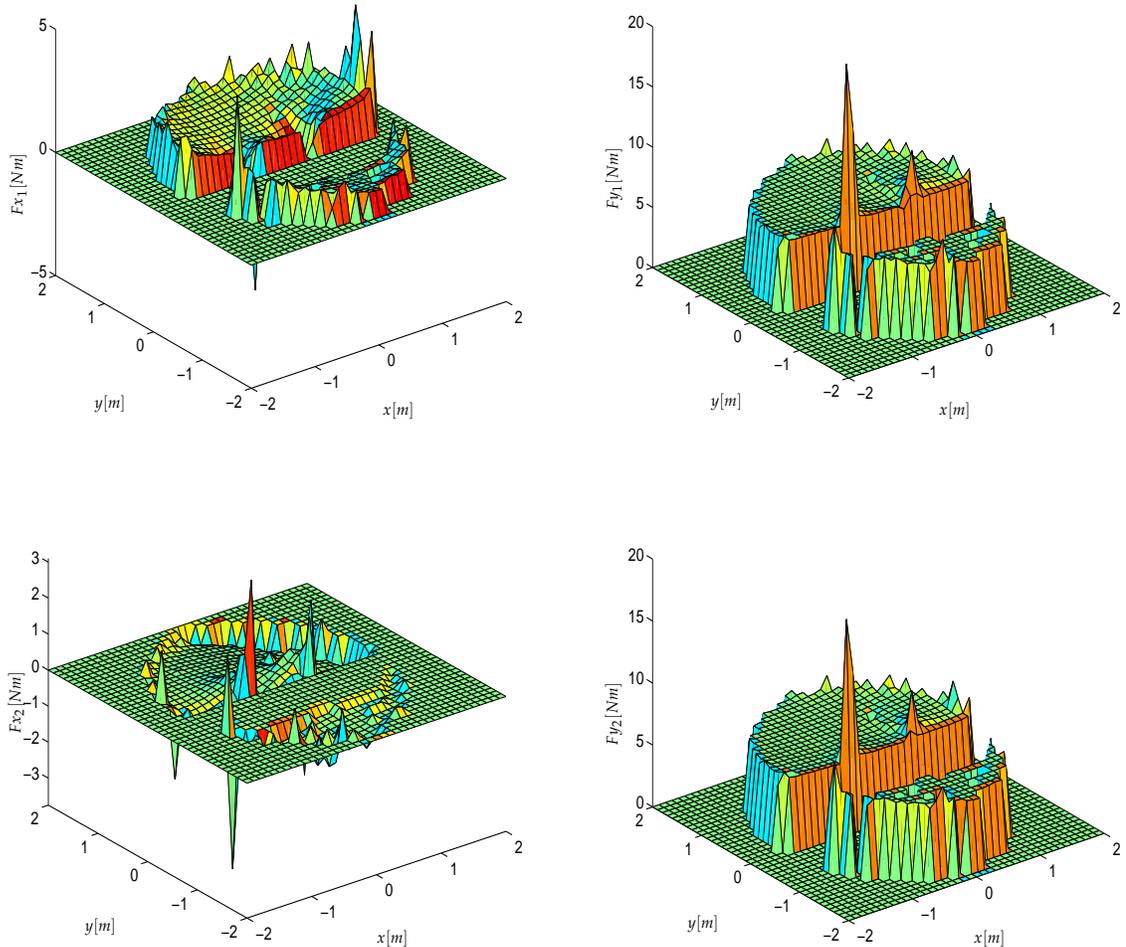


Figura 5.18. Forças F_{x1} , F_{x2} , F_{y1} e F_{y2} exercidas no objecto, na região de trabalho de dois robôs a trabalharem em cooperação para $l_b = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 2.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$.

Os resultados relativos às forças de contacto dos robôs cooperantes, permitem concluir que as forças exercidas nos objectos são menores para a estrutura de controlo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, pelo que este apresenta um melhor desempenho. O controlador mantém um bom equilíbrio de forças entre os robôs em toda a região de trabalho independentemente da dimensão l_0 do objecto e da distância l_b entre braços robóticos.

Nas figuras 5.19 a 5.23 mostram-se os binários T_{11} , T_{21} , T_{21} e T_{22} requeridos pelos robôs em toda a região de trabalho dos dois robôs em cooperação para diferentes dimensões dos parâmetros l_0 e l_b . A figura 5.19 mostra os binários dos robôs na manipulação de objectos de dimensão reduzida $l_0 = 0.1$ m, para uma distância dos robôs de $l_b = 1.0$ m. Verifica-se que o binário da junta 1 apresenta um valor superior ao binário 2 e que ambos os robôs apresentam binários com valores similares.

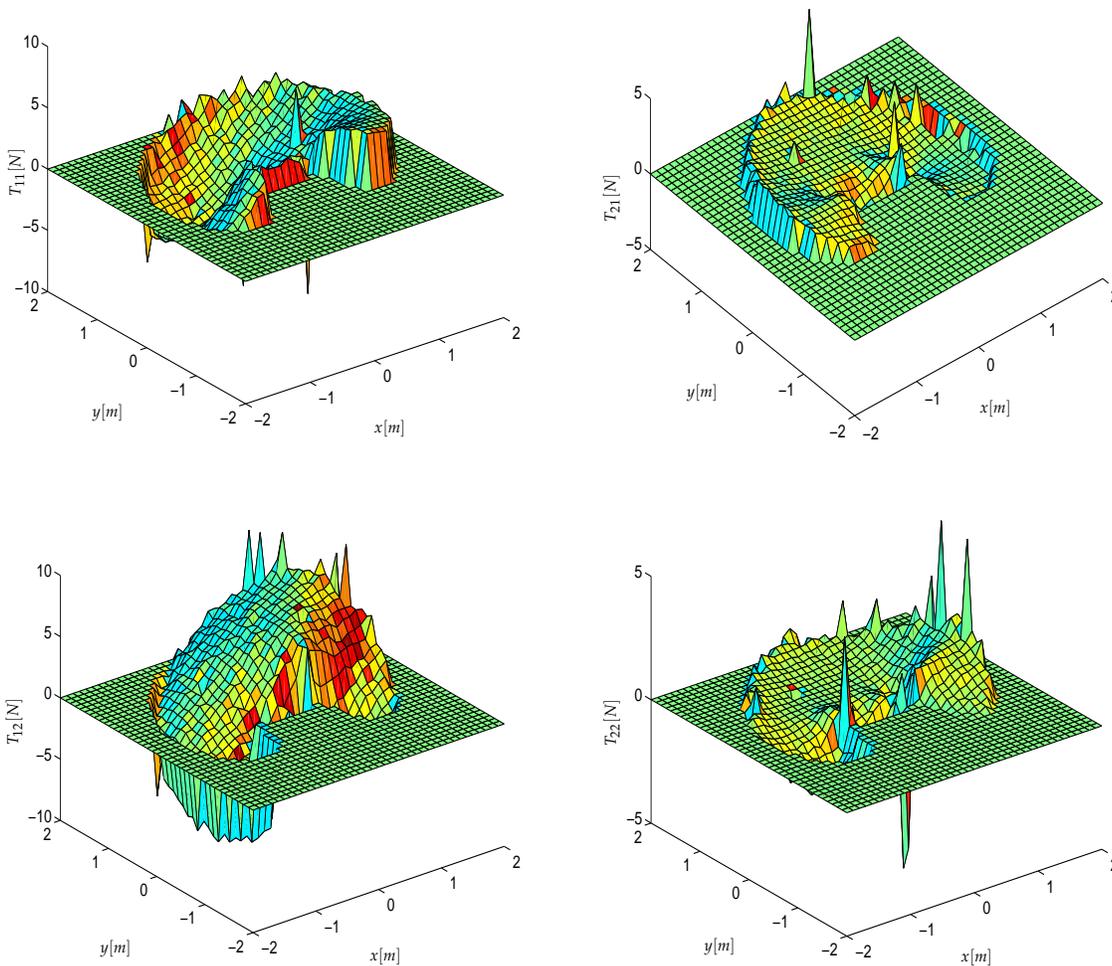


Figura 5.19. Os binários T_{11} , T_{21} , T_{21} e T_{22} requeridos pelos robôs, na região de trabalho de dois robôs em cooperação para $l_b = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 0.1$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$.

A figura 5.20 apresenta os binários dos robôs na manipulação de objectos de dimensão $l_0 = 1.0$ m, para uma distância dos robôs de $l_b = 1.0$ m, configuração que

permite obter a máxima manipulabilidade. Observa-se que para esta configuração consegue-se obter também a maior região de trabalho e que ambos os manipuladores apresentam binários nas juntas de valores idênticos.

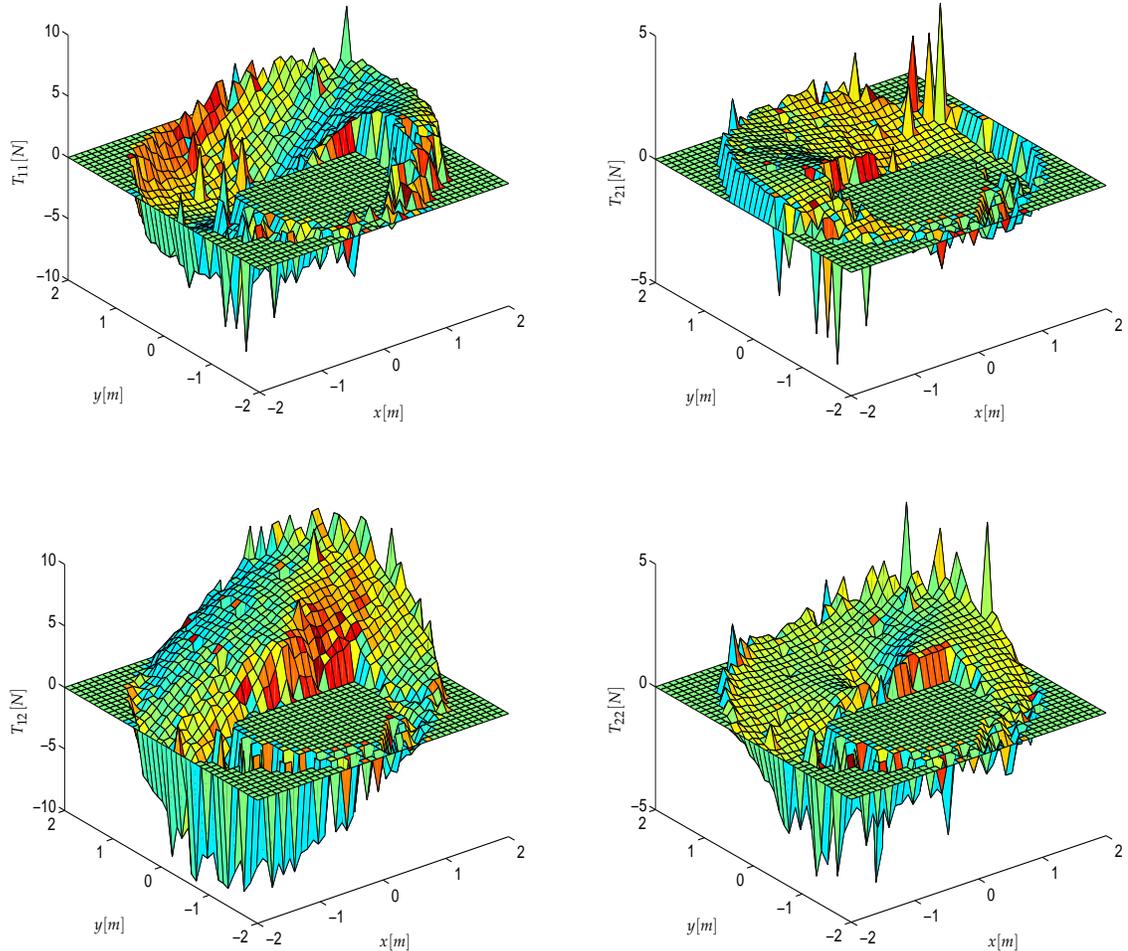


Figura 5.20. Os binários T_{11} , T_{21} , T_{21} e T_{22} requeridos pelos robôs, na região de trabalho de dois robôs em cooperação para $l_b = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 1.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$.

Na figura 5.21 mostram-se os binários dos robôs na manipulação de objectos de grandes dimensões $l_0 = 2.0$ m, para uma distância dos robôs de $l_b = 1.0$ m.

Verifica-se que existem duas zonas de trabalho, uma em frente dos manipuladores (*i.e.*, $y > 0$) e outra nas costas (*i.e.*, $y < -1$). A existência desta divisão deve-se à

dimensão do objecto que tem tal dimensão que, por ser elevada (*i.e.*, $l_0 > l_b$) não permite passar entre os robôs sem haver contacto deste com os elos.

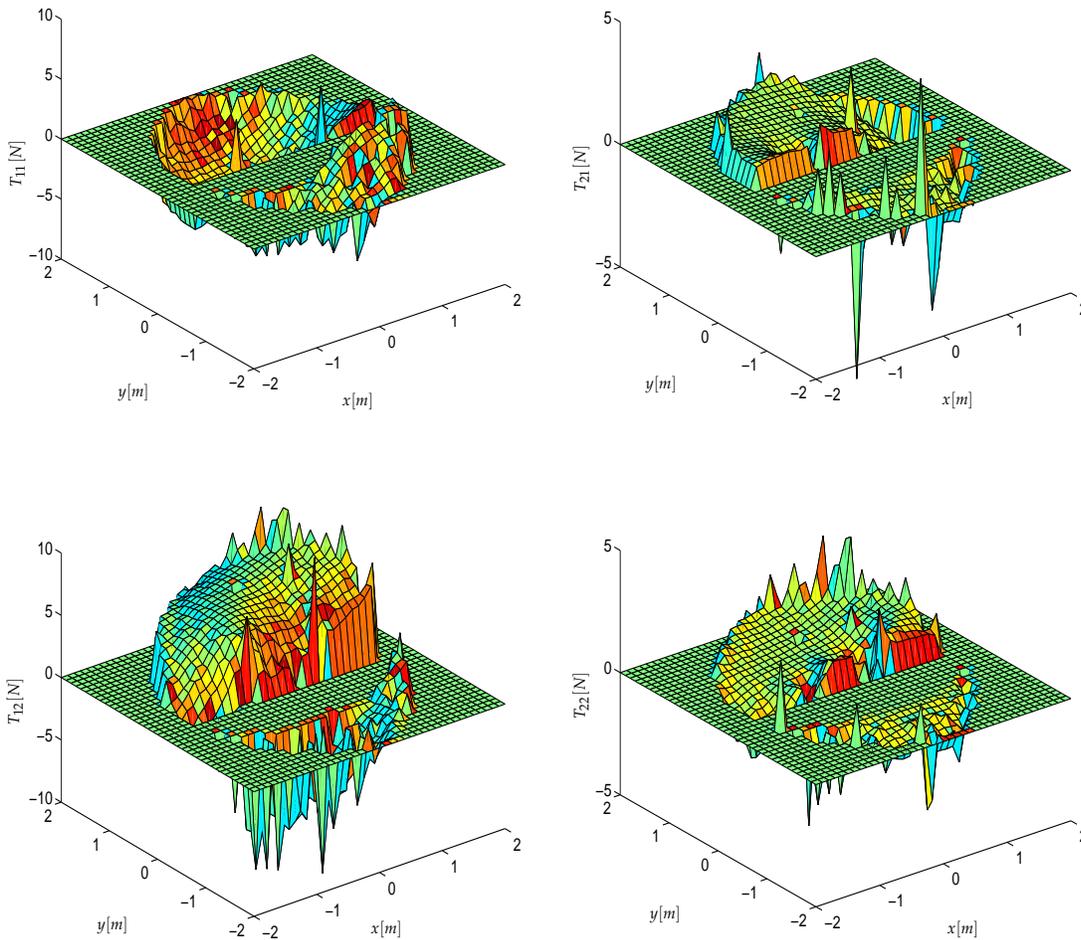


Figura 5.21. Os binários T_{11} , T_{21} , T_{21} e T_{22} requeridos pelos robôs, na região de trabalho de dois robôs em cooperação para $l_b = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 2.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$.

Na figura 5.22 visualizam-se os binários T_{11} , T_{21} , T_{21} e T_{22} requeridos pelos robôs, na região de trabalho para distâncias muito reduzidas entre os braços robóticos $l_b = 0.1$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 1.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$. Observa-se que os binários mantêm valores similares aos anteriores.

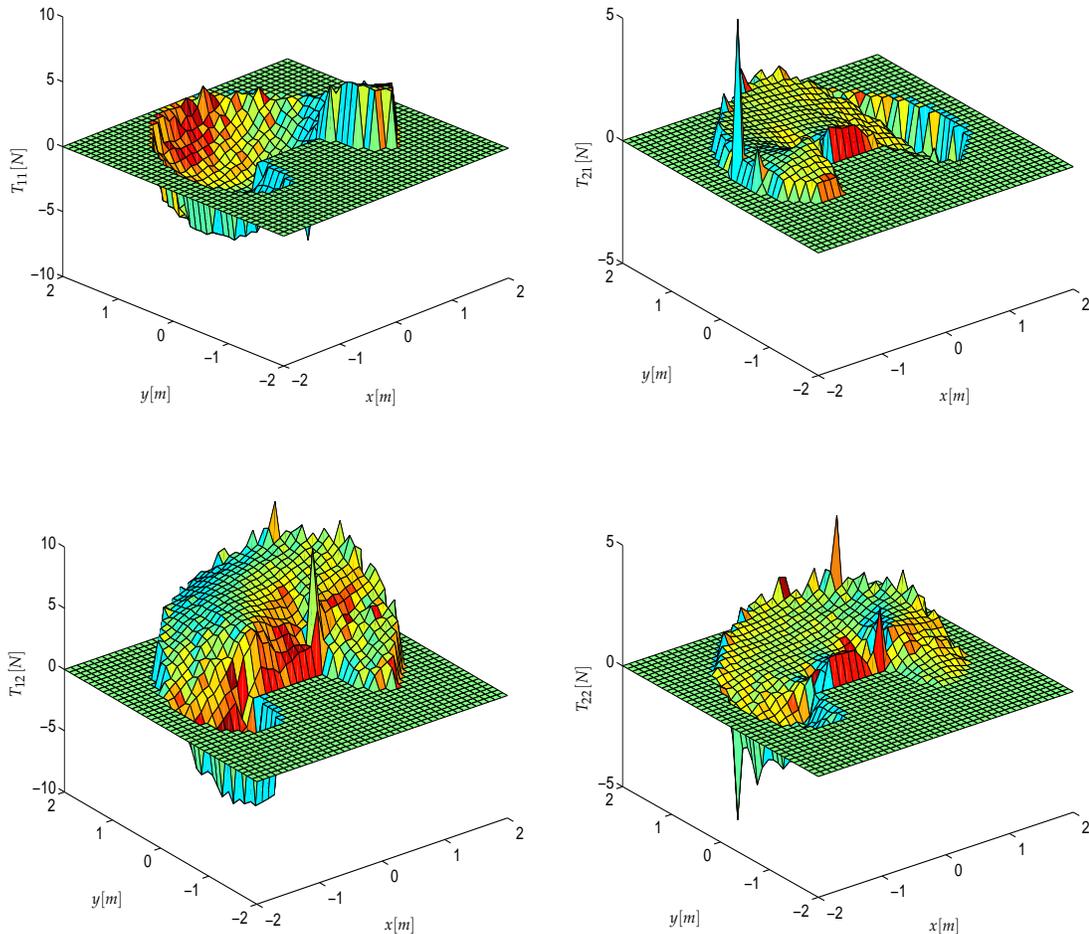


Figura 5.22. Os binários T_{11} , T_{21} , T_{21} e T_{22} requeridos pelos robôs, na região de trabalho de dois robôs em cooperação para $l_b = 0.1$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 1.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$.

Na figura 5.23 ilustram-se os binários T_{11} , T_{21} , T_{21} e T_{22} requeridos pelos robôs, na região de trabalho de dois robôs em cooperação para grandes distâncias entre os braços robóticos $l_b = 2.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 1.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$.

Nos gráficos relativos aos binários dos manipuladores robóticos na manipulação de objectos de diferentes dimensões e distâncias entre braços, observa-se que a região de trabalho depende destes parâmetros e que os binários requeridos pelos actuadores para a estrutura de controlo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apresenta um bom desempenho.

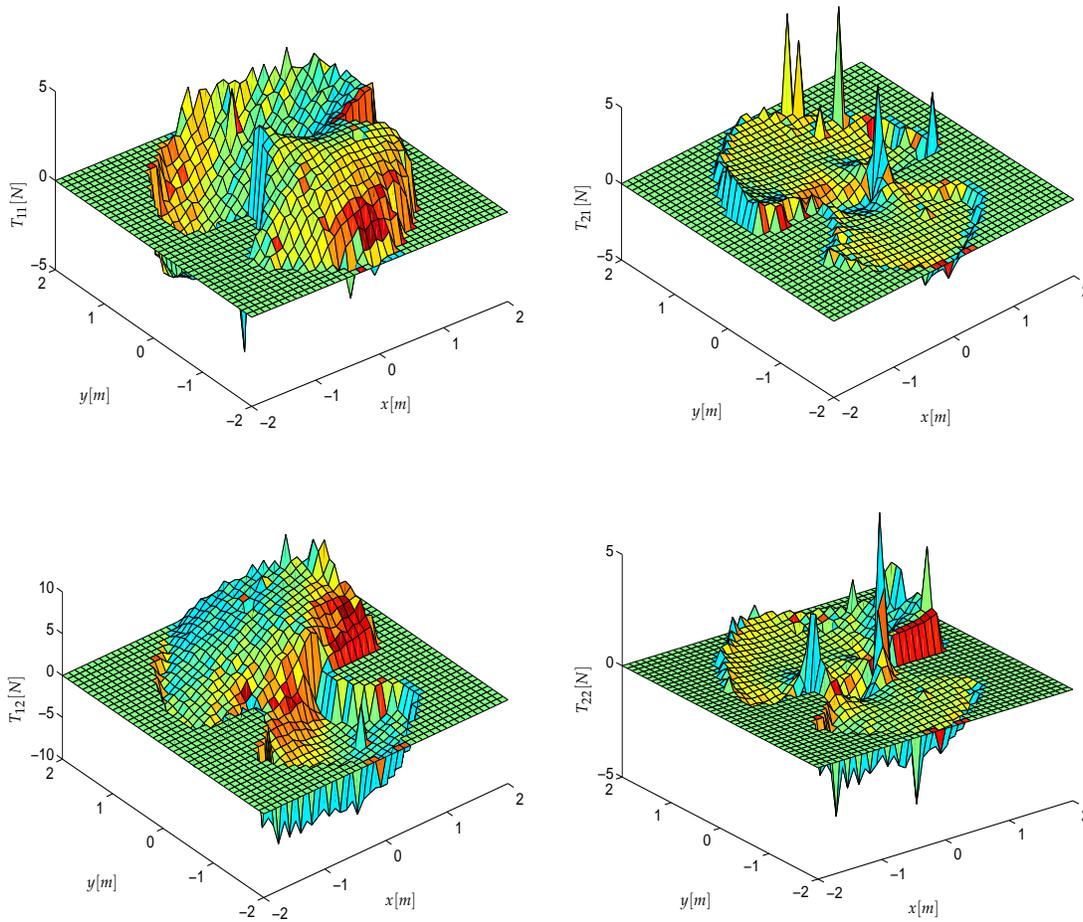


Figura 5.23. Os binários T_{11} , T_{21} , T_{21} e T_{22} requeridos pelos robôs, na região de trabalho de dois robôs em cooperação para $l_b = 2.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 = 1.0$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$.

Nas figuras 5.24 a 5.26 mostram-se, respectivamente, as distribuições dos binários para dois robôs RR para objectos de diferentes tamanhos l_0 , com diferentes distâncias entre robôs l_b e para robôs com diferentes configurações.

A figura 5.24 mostra a distribuição dos binários para dois robôs RR com objectos de dimensão $l_0 = \{0.8, 1.0, 1.2\}$ diferentes.

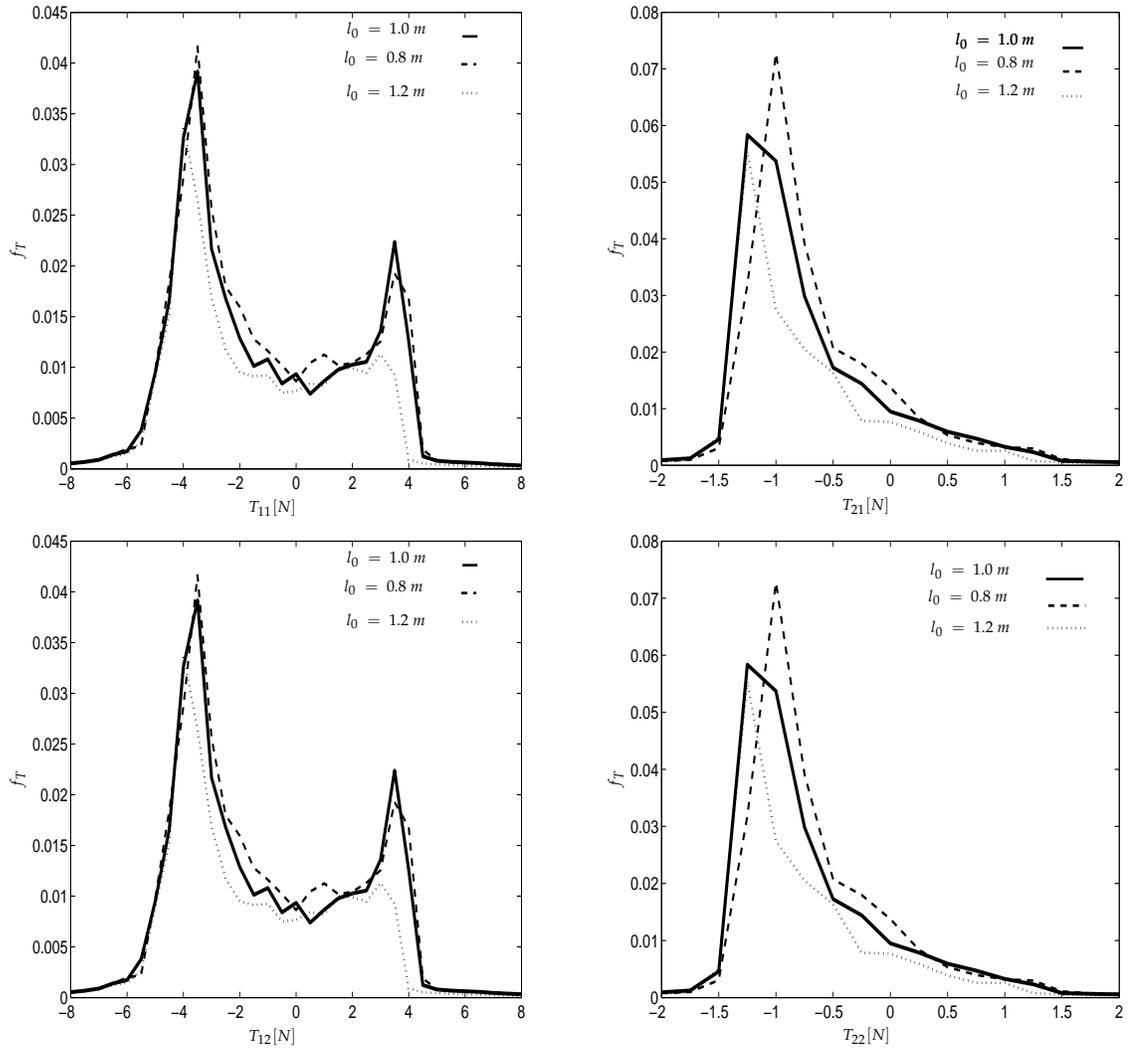


Figura 5.24. Comparação da distribuição dos binários de dois robôs RR com juntas ideais para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção do algoritmo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, $l_b = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$ com objectos de dimensão $l_0 = \{0.8, 1.0, 1.2\}$ m.

Verifica-se que existe uma diminuição dos binários para objectos de menor dimensão l_0 .

A figura 5.25 apresenta-se a distribuição dos binários para dois robôs *RR* com diferentes distâncias l_b entre robôs.

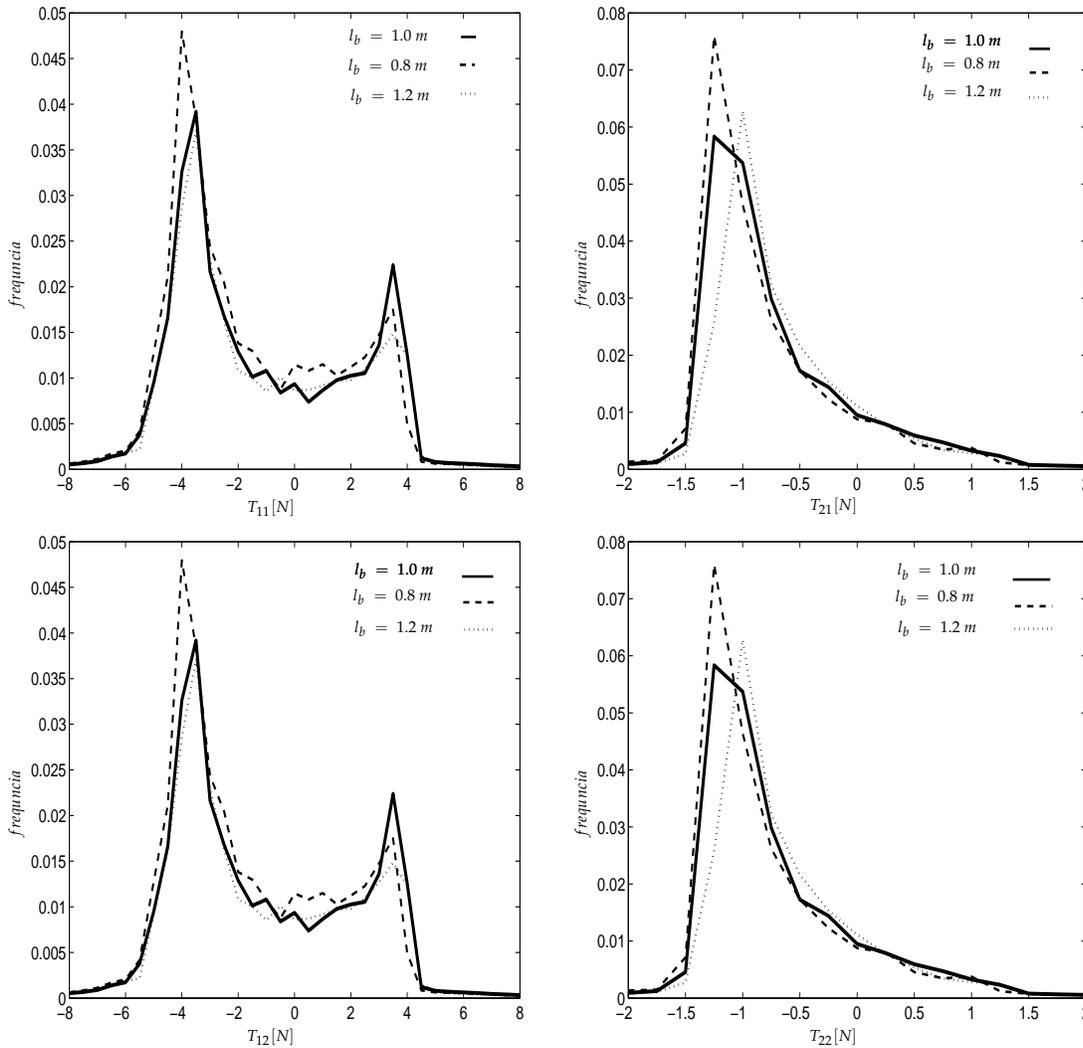


Figura 5.25. Distribuição dos binários de dois robôs *RR* com juntas ideais para uma carga com $M_0 = 1.0\text{ kg}$, $B_i = 1.0\text{ Ns/m}$ e $K_i = 10^3\text{ N/m}$, sob acção do algoritmo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, $l_0 = 1.0\text{ m}$, $l_1 = l_2 = 1.0\text{ m}$, $\alpha_0 = 0^\circ$ para diferentes distâncias entre robôs $l_b = \{0.8, 1.0, 1.2\}$ m.

Observa-se que para distâncias l_b entre robôs mais elevadas o esforço dos manipuladores é maior.

Na figura 5.26 observa-se a distribuição dos binários para robôs com diferentes configurações.

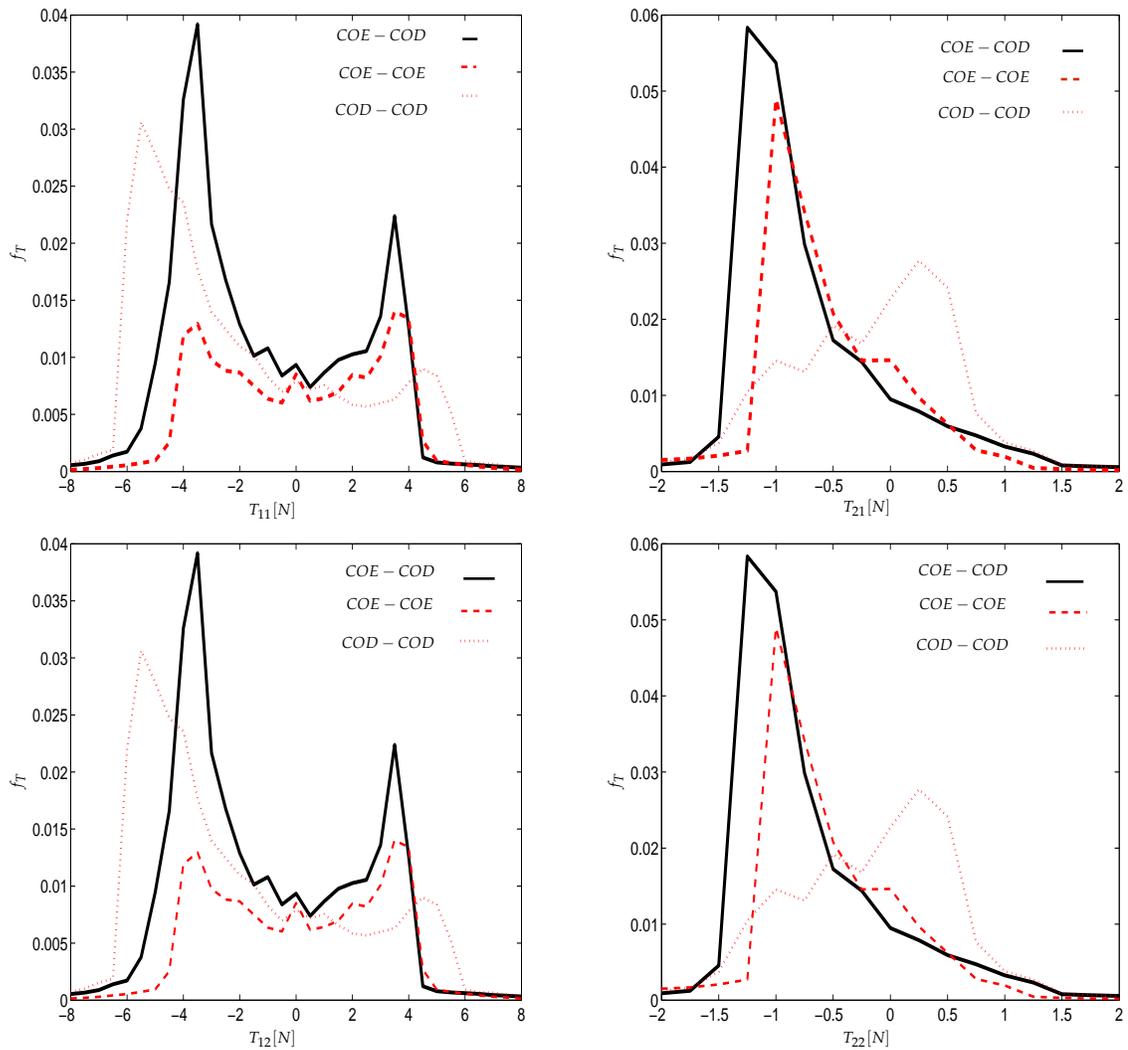


Figura 5.26. Distribuição dos binários de dois robôs *RR* com juntas ideais para uma carga com $M_0 = 1.0$ kg, $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção do algoritmo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, $l_b = l_0 = 1.0$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $\alpha_0 = 0^\circ$, para diferentes configurações, *COE – COD*, *COE – COE* e *COD – COD*.

Podemos concluir que a melhor situação de trabalho corresponde à configuração *COE – COD*, pois a frequência nos binários elevados é inferior aos demais.

A figura 5.27 apresenta a frequência relativa do equilíbrio dos manipuladores (índice ϕ_2 apresentado no capítulo 3, secção 3.7) na região de trabalho, para uma carga $M_0 = 1.0$ kg, $l_b \in \{0.1, 1.0, 2.0\}$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 \in \{0.1, 1.0, 2.0\}$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$.

Se compararmos os resultados obtidos, verifica-se que diferentes valores de l_0 e l_b

não alteram significativamente o esforço dos binários das juntas dos manipuladores. Se compararmos estes resultados com os obtidos no capítulo 3, onde se tratou do equilíbrio de cada robô na manipulação de objectos, pode verificar-se que são concordantes.

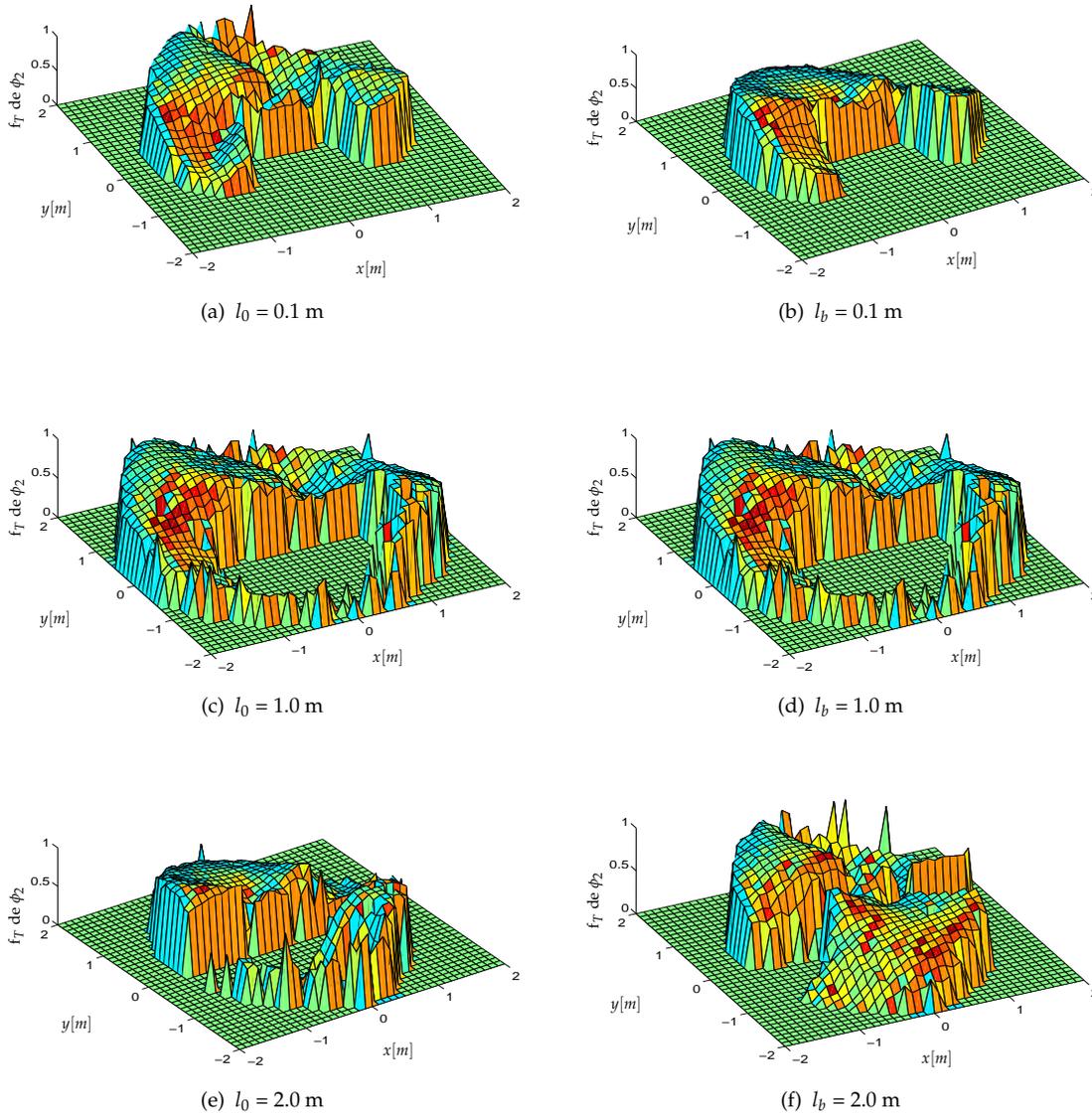


Figura 5.27. A frequência relativa do índice ϕ_2 em toda a região de trabalho para dois robôs RR com juntas ideais a manipular uma carga com $M_0 = 1.0$ kg $B_i = 1.0$ Ns/m e $K_i = 10^3$ N/m, sob acção de $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$, e $l_b \in \{0.1, 1.0, 2.0\}$ m, $l_1 = l_2 = 1.0$ m, $l_0 \in \{0.1, 1.0, 2.0\}$ m e $\alpha_0 = 0^\circ$.

5.4 Conclusão

Neste capítulo fez-se o estudo da cinemática, da dinâmica e do controlo de manipuladores robóticos através de uma abordagem estatística. Desenvolveu-se uma ferramenta estatística capaz de analisar um sistema robótico a trabalhar em cooperação na manipulação de objectos. O método proposto adapta-se facilmente para qualquer tipo de manipulador, quer na simulação, quer na implementação de um sistema físico. A interpretação dos resultados é muito simples conduzindo a gráficos que permitem uma análise simples e intuitiva.

Nos ensaios efectuados com a ferramenta estatística, verificou-se que, para os manipuladores com fenómenos dinâmicos nas juntas, o esforço de controlo é mais elevado. Observou-se ainda que os controladores do tipo $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ apresentam desempenhos bastante melhores que os controladores clássicos $CC_{P,F}[PD, PI]$.

6

Conclusões e sugestões para trabalho futuro

6.1 Conclusão

A utilização de dois robôs em cooperação, à semelhança do que ocorre com o ser humano, permite efectuar tarefas que dificilmente seriam executadas por apenas um robô, especialmente nos casos onde os robôs interactuam significativamente com objectos no seu espaço de trabalho.

Na cooperação entre os sistemas robóticos a exigência do controlo de posição e de força é crucial para uma boa execução da tarefa. Nesta ordem de ideias, esta tese abordou a modelação, simulação e controlo de manipuladores robóticos a trabalhar em cooperação tendo em atenção à existência de vários fenómenos dinâmicos.

No capítulo 2 efectuou-se uma apresentação geral sobre a modelação dos sistemas robóticos, com e sem fenómenos dinâmicos nas juntas, onde se abordaram os efeitos da flexibilidade e das folgas nas engrenagens. Seguidamente, descreveu-se o

modelo do sistema robô em contacto com o ambiente e o modelo sobre a cooperação entre dois sistemas robóticos na manipulação de objectos. Experimentaram-se estratégias alternativas de controlo de posição e força, tais como as estruturas *CC* e *CH* e, também, diferentes algoritmos de controlo, nomeadamente os controladores *PID* clássicos e os controladores fraccionários.

No capítulo 3 fez-se uma análise da manipulabilidade de um sistema robótico utilizando uma técnica numérica apoiada numa apresentação gráfica. A utilização do método numérico permitiu a análise da manipulabilidade de um robô e de dois robôs em cooperação. Concluiu-se, que para se obter uma cooperação mais eficiente se deve usar robôs com as dimensões dos elos iguais. As bases dos robôs devem estar distanciadas por uma dimensão idêntica à do objecto a manipular e, se possível, fazer com que a manipulação dos objectos tenha uma orientação $\alpha_0 = 0^\circ$. Foram ainda apresentados os critérios de desempenho e avaliação de dois robôs a trabalhar em cooperação no espaço de trabalho. Efectuaram-se diferentes formulações de índices de desempenho que permitem analisar as medidas da redução de esforços e o equilíbrio entre a carga e os robôs cooperantes na execução de tarefas com objectos longos ou pesados. Os resultados obtidos permitem concluir que, para o caso de dois robôs cooperantes do tipo *COE – COD*, há uma boa redução de esforço e um excelente equilíbrio da distribuição de carga, em toda a região de trabalho.

O capítulo 4 foi dedicado à simulação de várias experiências para um robô e para dois robôs em cooperação. Numa primeira fase considerou-se um robô a interagir com o ambiente de trabalho e testaram-se as diferentes estratégias e algoritmos de controlo - o controlador híbrido de posição/força (*CH*) e o controlador em cascata (*CC*). Efectuou-se um estudo da resposta em frequência em malha fechada, de modo a analisar o desempenho dos controladores e a influência de vários parâmetros.

As respostas temporais do sistema, foram determinadas considerando robôs com fenómenos dinâmicos nas juntas, tais como os atritos não lineares, folgas nas engrenagens e flexibilidade nas juntas. Seguidamente, examinou-se a ocorrência de impactos do robô com a superfície de restrição.

No estudo deste fenómeno deu-se ênfase ao efeito do erro da estimação da inclinação da superfície de restrição sobre o comportamento dos controladores *CH* e do *CC*. Considerou-se ainda a adopção de novos controladores de ordem fraccionária *CF*, nas malhas de posição e de força, em alternativa aos sistemas clássicos de controlo do tipo *PID*. Conclui-se que os sistemas com controladores de ordem fraccionária apresentavam melhor desempenho quando comparados com os controladores clássicos.

Na análise da cooperação dos manipuladores robóticos, investigou-se o modelo do contacto com o objecto. À semelhança dos estudos efectuados para um robô, avaliaram-se os diferentes fenómenos dinâmicos nas juntas, que ocorrem em robôs reais, e testaram-se os diversos algoritmos de controlo de posição e de força, de forma a seleccionar a estrutura e algoritmo com o melhor desempenho.

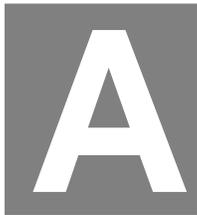
No capítulo 5 desenvolveu-se um processo de modelação com base em conceitos estatísticos. A aplicação do método estatístico à cinemática, à dinâmica e ao controlo do sistema de manipuladores robóticos em cooperação revela que a modelação de sistemas é um exercício que toma como ponto de partida as leis da física e que adopta como ferramentas operacionais os formalismos da matemática. O resultado desta acção conjunta é um modelo que descreve mais facilmente os fenómenos em jogo.

6.2 Perspectivas de desenvolvimento futuro

As perspectivas de evolução do trabalho desenvolvido nesta tese incluem os seguintes aspectos:

- Estudo do efeito das singularidades na cooperação entre manipuladores;
- Estudo do planeamento das forças exercidas sobre a carga a quando da cooperação entre manipuladores em todo o espaço de trabalho;
- Estudo do efeito dos impactos no caso de cooperação entre manipuladores;
- Análise da utilização de robôs redundantes na manipulação de objectos;
- Estudo de estruturas envolvendo robôs com diferentes topologias;
- Análise da utilização de garras na cooperação entre manipuladores;
- Desenvolvimento de novos algoritmos de controlo, nomeadamente inteligentes e com aprendizagem;
- Desenvolvimento de estruturas com outros tipos de actuadores, como por exemplo, músculos;
- Avaliação do desenvolvimento físico de dois manipuladores robóticos;
- Teste e análise dos controladores $CC_{P,F}[PD, PI]$ e $CC_{P,F}[PD^\alpha, PI^\beta]$ no sistema físico.

Estes tópicos de investigação não pretendem limitar os campos de desenvolvimento futuro, mas somente apontar possíveis caminhos que se perspectivaram no decorrer da realização desta Tese.



Cinemática de sistemas robóticos

Os manipuladores mecânicos são constituídos por diversos elos, supostos rígidos, interligados por articulações rotacionais (R) e lineares ou prismáticas (P).

O número, o tipo de articulações e a estrutura mecânica adoptada para cada manipulador dão origem a características e desempenho distintos. As características de um manipulador robótico vêm influenciadas pelo tipo de estrutura do braço. Deste modo, neste estudo, adoptou-se um robô do tipo RR , isto é, com dois eixos rotacionais, (ou $2R$). Considera-se então um braço robô RR ideal (*i.e.*, sem fenómenos "adicionais" nos eixos), esquematizado na figura A.1, que contém duas juntas rotativas, cujas posições são definidas pelos ângulos q_1 e q_2 .

A.1 Região de trabalho

A região de trabalho corresponde à zona onde o robô pode manipular as suas ferramentas de trabalho. A área de trabalho do robô é determinada pelas seguintes

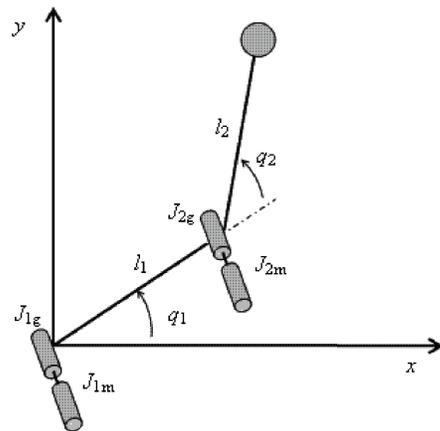


Figura A.1. Robô manipulador com estrutura do tipo *RR*.

características [91] :

- Estrutura cinemática do robô
- Comprimento dos seus elos
- Limitações dos movimentos das juntas

Para um robô *RR* com comprimentos dos braços iguais a $l_1 = l_2$, a região de trabalho é uma circunferência de raio $l_1 + l_2$. Todavia, se os comprimentos dos elos forem diferentes e se os ângulos variarem, a área de trabalho fica limitada por duas circunferências com raios $l_1 + l_2$ e $|l_1 - l_2|$. Assim, o planeamento de trajetórias traz alguns problemas que se encontram relacionados com o espaço de trabalho.

As trajetórias no espaço cartesiano acarretam alguns problemas, nomeadamente quando os pontos intermédios não são alcançáveis, quando ocorrem valores elevados das velocidades nas juntas, perto das singularidades do robô, e quando as trajetórias apresentam várias soluções [12, 50].

Apesar das posições inicial e final do manipulador estarem dentro do espaço de trabalho, é possível que nem todos os pontos da trajectória rectilínea planeada sejam alcançáveis. Imagine-se, por exemplo, um robô RR onde o elo 2 tem um comprimento inferior ao do elo 1, o que faz com que exista um espaço na região de trabalho que o robô não consegue alcançar (*i.e.* um "buraco" no meio, com um raio de $|l_1 - l_2|$). São considerados dois pontos no espaço de trabalho, os pontos de partida e de chegada, respectivamente, **A** e **B**. O movimento rectilíneo de **A** para **B** não seria um problema no espaço das juntas, mas, no caso da trajectória planeada no espaço cartesiano, existem pontos intermédios ao longo da trajectória que não são alcançáveis.

Existem locais no espaço de trabalho do manipulador onde é impossível promover a velocidade desejada do manipulador no espaço cartesiano através de valores finitos nas juntas. Se o manipulador seguir uma trajectória rectilínea no espaço cartesiano e se aproximar de uma configuração singular do mecanismo, uma ou mais velocidades nas juntas podem evoluir até ao infinito, fenómeno que torna impossível concretizar a trajectória desejada.

Considere-se num robô RR , com elos iguais, que se move na trajectória do ponto de partida **A** para o ponto de chegada **B**, onde todos os pontos que se encontram na trajectória são alcançáveis. Todavia, quando o robô passa no ponto singular $\{x, y\} = \{0, 0\}$, surge a mudança da estrutura do robô.

Os problemas referidos surgem, somente, com trajectórias especificadas no espaço cartesiano. Assim, a maioria dos sistemas de controlo dos manipuladores industriais suportam o planeamento de trajectória, quer no espaço das juntas, quer no espaço cartesiano.

A.2 Introdução à cinemática

O estudo e o controlo dos manipuladores passam pelo patamar inicial de definição da cinemática. Esta etapa da modelação trata as relações geométricas que envolvem as coordenadas na região de trabalho $\{x, y\}$ e as variáveis nas articulações $\{q_1, q_2\}$. Assim, consoante o sentido da transformação de coordenadas surgem duas possibilidades:

A cinemática directa $\{q_1, q_2\} \implies \{x, y\}$ e a cinemática inversa $\{x, y\} \implies \{q_1, q_2\}$. Em qualquer dos casos pode-se estabelecer uma relação diferencial (em ordem ao tempo) de que resulta a cinemática diferencial.

Nesta figura surgem duas propriedades importantes: para a cinemática directa só existe uma solução, enquanto na cinemática inversa podem existir eventualmente várias soluções, se estas estiverem dentro da região de trabalho do braço. Por exemplo, na figura A.2 há duas soluções $\{q_1, q_2\}$, "cotovelo em cima" e "cotovelo em baixo", quando a "mão" está numa determinada coordenada $\{x, y\}$.

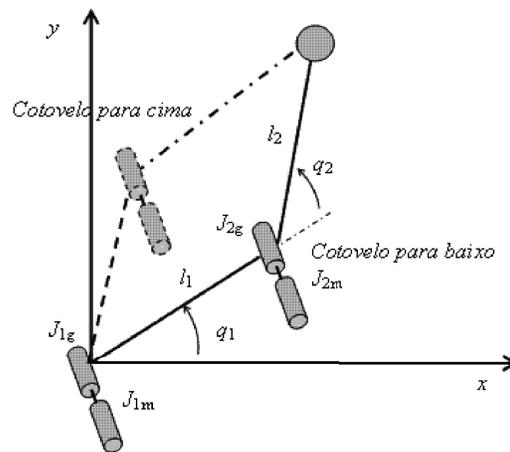


Figura A.2. O manipulador do tipo RR.

As cinemáticas directa e inversa podem ser resolvidas por diversos métodos, nomeadamente utilizando os ângulos de *Euler*, os ângulos de *Bryant*, os ângulos *náuticos*, os parâmetros de *Euler* ou as transformações homogéneas. A todos estes métodos está subjacente um conjunto de expressões que não se apresentam por saírem fora do âmbito deste estudo [40, 92, 93]. Assim, tendo em vista os objectivos do presente trabalho, que consiste no desenvolvimento e análise dinâmica de vários algoritmos de controlo, é unicamente desenvolvida uma análise matricial e simbólica da cinemática dos robôs com dois eixos *RR* num sistema de coordenadas *OXY*.

A análise diferencial será também tratada de modo a obter-se a relação entre as posições, as velocidades e as acelerações do manipulador.

A.2.1 A cinemática directa do manipulador *RR*

Definindo P_i como sendo o vector que vai da base do elo i até a sua extremidade, resulta:

$$P_1 = l_1 \begin{bmatrix} \cos(q_1) \\ \sin(q_1) \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{bmatrix} P_2 \end{bmatrix} = l_2 \begin{bmatrix} \cos(q_1 + q_2) \\ \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Definindo P_i como sendo o vector que vai da base do sistema de eixos *Oxy* até á extremidade do elo i , tem-se $P_1 = P_1$ e $P_2 = P_1 + P_2$. Assim, a cinemática directa do manipulador é dada por $P_2 = (x, y)$ ou, na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Uma vez calculada a derivada da expressão A.3 em ordem ao tempo, chega-se à relação entre a velocidade das juntas e a velocidade cartesiana do manipulador. Daqui, resulta a expressão:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$$J = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(q_1) - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

onde a matriz J toma o nome de Jacobiano da relação A.3. Ao derivar a expressão A.4, obtém-se as equações da aceleração:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(q_1) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos(q_1) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 \sin(q_1) & l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos(q_1) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_1 + \dot{q}_2^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

As expressões A.4 e A.6 constituem a cinemática diferencial directa de primeira e de segunda ordem do robô RR.

A.2.2 Cinemática inversa do robô RR

A cinemática inversa envolve o cálculo dos ângulos das juntas para uma determinada posição do manipulador. Por isso, poderão existir, zero, uma ou várias soluções. Caso o ponto desejado $\{x, y\}$ esteja fora da área de trabalho do braço robô, não é possível encontrar uma solução. Se o ponto $\{x, y\}$ estiver dentro do espaço de trabalho podem existir uma ou mais soluções. Neste caso, a inversão de A.3 conduz à equação:

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{l_2 \sin q_2}{l_1 + l_2 \cos q_2}\right) \\ \cos^{-1}\left(\frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2}\right) \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

A partir da forma matricial conclui-se que existem duas soluções, dependendo do quadrante que se escolhe para q_2 . Como $\cos(\pi - q_2) = -\cos(q_2)$, se o ângulo na junta $q_2 \in [-\pi, 0]$, então obtém-se a solução do tipo "*cotovelo em cima*", enquanto que se o ângulo $q_2 \in [0, \pi]$, resulta uma solução do tipo "*cotovelo em baixo*". Para cada um dos casos obtém-se um valor distinto de q_1 .

Observando a relação matricial A.7, e no caso de $x = y = 0$ e $l_1 = l_2$, obtém-se uma solução indeterminada. Por outras palavras, no caso de se querer posicionar o manipulador na origem com $l_1 = l_2$ existe um número infinito de soluções, pois qualquer ângulo q_1 é admissível.

As velocidades dos ângulos das juntas a partir das velocidades cartesianas, são obtidas encontrando o Jacobiano inverso (J^{-1}) da matriz A.4:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{1}{l_1 l_2 \sin q_2} \begin{bmatrix} l_2 \cos q_1 + q_2 & l_2 \sin q_1 + q_2 \\ -l_1 \cos q_1 - l_2 \cos q_1 + q_2 & -l_1 \sin q_1 - l_2 \sin q_1 + q_2 \end{bmatrix}}_{J^{-1}} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

As relações para as acelerações são conseguidas através da inversão da matriz A.5:

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{l_1 l_2 \sin q_2} \begin{bmatrix} -l_2 \cos(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos(q_1) & l_1 \sin(q_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1 l_2 \cos(q_1) & l_2^2 \\ l_1^2 & -l_1 l_2 \cos(q_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1^2 \\ \dot{q}_1 + \dot{q}_2^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

As expressões A.8 e A.10 representam a cinemática diferencial inversa, de primeira e de segunda ordem para o robô *RR*.

B Planeamento de trajectórias

O planeamento de trajectórias consiste na especificação do caminho que o órgão terminal do robô deve percorrer no espaço e no tempo. Por outras palavras, não são somente os pontos por onde o robô deve passar que devem ser especificados, mas também os instantes temporais em que são alcançados esses pontos. A definição da trajectória pode ser feita, quer no espaço cartesiano, quer no espaço das juntas. As trajectórias definidas no espaço cartesiano encontram-se mais adaptadas para uma fácil visualização mas, por outro lado, acarretam uma carga computacional mais elevada quando se faz apelo à cinemática inversa [39] para obter os correspondentes valores nas juntas. A definição das trajectórias no espaço das juntas coloca uma carga computacional mais reduzida mas, em contrapartida, torna-se difícil antever qual a forma da trajectória executada pelo robô no espaço operacional.

O planeamento de trajectórias pode ser abordado de duas formas distintas:

- Através da especificação de um conjunto de pontos pelos quais o órgão terminal do robô deve passar, em determinados instantes, complementadas com

restrições de posição, velocidade e aceleração que têm de ser cumpridas;

- Através da especificação do tipo de movimento a ser efectuado pelo órgão terminal, nomeadamente, através de trajectórias de certa classe como, por exemplo do tipo rectilíneo.

As equações da trajectória, definidas através de expressões para a posição $s(t)$, a velocidade $v(t)$ e a aceleração $a(t)$, são as seguintes para um perfil de aceleração do tipo *ON – OFF*:

$$s(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}At^2 & 0 < \frac{t}{2} < T_{raj} \\ A(T_{raj}t - 0.5t^2 - 0.25t) & \frac{1}{2}T < t < T_{raj} \end{cases} \quad (B.1)$$

$$v(t) = \begin{cases} At & 0 < \frac{t}{2} \\ A(T_{raj} - t) & \frac{t}{2} < t < T_{raj} \end{cases} \quad (B.2)$$

$$a(t) = \begin{cases} A & 0 < \frac{t}{2} \\ -A & \frac{t}{2} < t < T_{raj} \end{cases} \quad (B.3)$$

Na especificação de uma determinada trajectória do órgão terminal do robô, a distância total a percorrer e a duração total da trajectória são dados muito importantes para a atribuição da aceleração máxima a atribuir ao robô para executar a tarefa. A variável T_{raj} representa a duração total que se pretende na trajectória planeada e a variável A representa a aceleração máxima solicitada ao robô.

Alternativamente, quando se adopta uma evolução temporal da aceleração nas juntas do tipo sinusoidal (mais suave que no caso anterior) resultam as seguintes equações :

$$\omega_0 = \frac{\pi}{T_{raj}} \quad (\text{B.4})$$

$$s(t) = \frac{A}{\omega_0} \left[t - \frac{1}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \right] \quad (\text{B.5})$$

$$v(t) = \frac{A}{\omega_0} \left[1 - \frac{\cos(\omega_0 t)}{\omega_0 t} \right] \quad (\text{B.6})$$

$$a(t) = A \sin(\omega_0 t) \quad (\text{B.7})$$

As trajectórias de referência que se projectaram neste estudo, no caso do planeamento no espaço cartesiano utilizaram as equações B.1 a B.3 e para o caso de movimentos dos robôs planeados no espaço das juntas teve-se em conta as equações B.4 a B.7



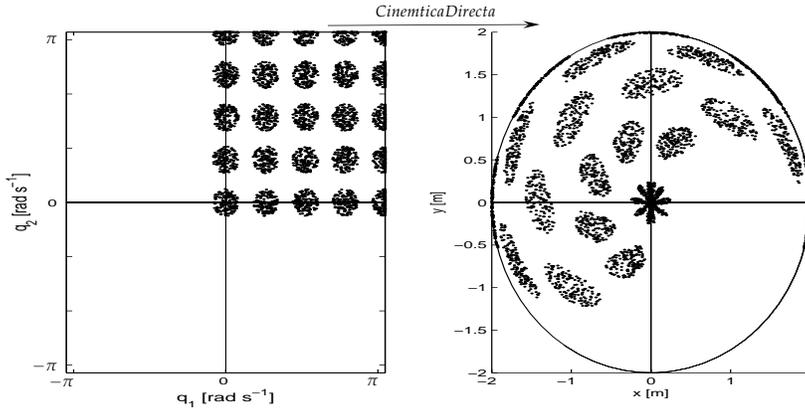
A distribuição normal bidimensional

Sabe-se que a equação de uma elipse cujos eixos a e b estão rodados (no sentido positivo) de um ângulo θ é dada por:

$$x^2(a^2 S_\theta^2 + b^2 C_\theta^2) + y^2(a^2 C_\theta^2 + b^2 S_\theta^2) - 2xy(a^2 + b^2)S_\theta C_\theta = a^2 b^2 \quad (\text{C.1})$$

Na figura C.1 pode visualizar-se um exemplo do cálculo da elipse na cinemática do robô RR . Este cálculo efectuou-se, no espaço das juntas e fez-se variar as coordenadas q_1 e q_2 com $N = 1000$, dentro de uma pequena circunferência de raio $\rho = 0.1$. De seguida, através da cinemática directa efectuou-se o mapeamento dos pontos do interior da circunferência no espaço das juntas $\{q_1, q_2\}$ para o espaço operacional $\{x, y\}$ dando assim origem a uma pequena elipse.

Para obter os parâmetros a partir de uma amostra numérica, vai-se utilizar uma



(a) O mapeamento para espaço operacional considerando o robô com o cotovelo para cima.

Figura C.1. Movimentos aleatórios do robô em $\{O, q_1, q_2\}$ dentro de uma determinada esfera, e respectivo mapeamento para o espaço operacional $\{O, x, y\}$, para o robô *RR* com: $\{l_1 = l_2 = 1\text{ m}\}$ para uma grelha no espaço das juntas com $m = 24$ pontos com dimensão $\rho = 0.1\text{ rad}$ com $n = 100$ pontos por esfera.

aproximação estatística. Assim, considera-se uma variável aleatória contínua bidimensional (X, Y) , tomando todos os valores do plano euclidiano. A variável apresenta uma distribuição normal bidimensional se a sua função densidade probabilidade conjunta, for dada pela seguinte expressão:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left[\frac{1}{2(1-\rho^2)} \times \right. \\ \left. \times \left[\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x} \right)^2 - 2\rho \frac{(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y} \right)^2 \right] \right] \quad (C.2)$$

$$-\infty < x < +\infty \quad -\infty < y < +\infty \quad (C.3)$$

Devemos impor as seguintes restrições aos parâmetros:

$$-\infty < \mu_x < +\infty \quad -\infty < \mu_y < +\infty \quad \sigma_x > 0 \quad \sigma_y > 0 \quad -1 < \rho < +1 \quad (\text{C.4})$$

Considerando uma superfície $z = f(x,y)$, onde f é a função densidade de probabilidade normal bidimensional, e que se "corta" horizontalmente essa superfície, obtém-se uma elipse, dada por:

$$\left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right)^2 - 2\rho \frac{(x - \mu_x)(y - \mu_y)}{\sigma_x \sigma_y} + \left(\frac{y - \mu_y}{\sigma_y}\right)^2 \quad (\text{C.5})$$

Fazendo a mudança de variável, $\mu = x - \mu_x$, $\nu = y - \mu_y$, isto é, considerando uma elipse centrada na origem em vez de centrada no ponto (μ_x, μ_y) , vem:

$$\left(\frac{\mu}{\sigma_x}\right)^2 - 2\rho \left(\frac{\mu}{\sigma_x}\right) \left(\frac{\nu}{\sigma_y}\right) + \left(\frac{\nu}{\sigma_y}\right)^2 = C \quad (\text{C.6})$$

$$\sigma_y^2 \mu^2 - 2\rho \sigma_x \sigma_y \mu \nu + \sigma_x^2 \nu^2 = C \quad (\text{C.7})$$

Comparando as equações C.1 e C.7 resulta:

$$\begin{cases} \sigma_y = a^2 S_\theta^2 + b^2 C_\theta^2 \\ \sigma_x = a^2 C_\theta^2 + b^2 S_\theta^2 \\ \rho \sigma_x \sigma_y = (a^2 + b^2) S_\theta C_\theta \end{cases} \quad (\text{C.8})$$

Ou seja:

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2\rho \sigma_x \sigma_y}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}\right) \quad (\text{C.9})$$

$$a^2 = \frac{\sigma_x^2 C_\theta^2 - \sigma_y^2 S_\theta^2}{C_{2\theta}} \quad (\text{C.10})$$

$$b^2 = \frac{\sigma_y^2 C_\theta^2 - \sigma_x^2 S_\theta^2}{C_{2\theta}} \quad (\text{C.11})$$

Note-se que se $\rho = 0$ e $\sigma_x = \sigma_y$ então a equação C.7 resulta $\mu^2 + \nu^2 = \acute{C}^2$, onde $\acute{C}^2 = \frac{c}{\sigma}$, ou seja, a equação de uma circunferência centrada no ponto (μ_x, μ_y) do plano Oxy .

Para um determinado ponto no espaço de trabalho pode observar-se uma elipse obtida numericamente, muito próxima da elipse "ideal", pois o conjunto de amostras no espaço das juntas é relativamente elevado e os pontos calculados se encontram bastante próximos uns dos outros.



D.1 Introdução

O cálculo fraccionário (*CF*) é uma extensão natural da matemática clássica. Apesar do *CF* ser um tema de pesquisa contemporâneo do cálculo diferencial e integral clássico, muitos investigadores desconhecem a sua existência. O primeiro documento sobre *CF* data de 1695 quando L'Hopital escreveu uma carta a Leibniz onde o questiona sobre o significado de $D^n y$ quando $n = 1/2$. Desde então, os termos *CF* e o "cálculo diferencial e integral de ordem arbitrária" são usados para denominarem esta área.

A partir das ideias iniciadas por Leibniz muitos matemáticos importantes tais como Euler (1730), Laplace (1812), Fourier (1822), Abel (1823), Liouville (1823) e Riemann (1847), entre outros, realizaram investigação nesta área. Apesar do trabalho desenvolvido, muitos aspectos do *CF* estão longe de estarem clarificados, pois a complexidade acrescida cria uma barreira à sua aplicação. Por exemplo, ao contrário do

cálculo diferencial de ordem inteira, existem várias definições alternativas para a derivada fraccionaria (DF). As expressões propostas conduzem a pontos de vista complementares mas não existe, até ao momento, uma interpretação geométrica simples para as DFs . Contudo, o desenvolvimento da teoria do caos e dos fractais, revelam a existência de uma relação profunda com as derivadas e integrais fraccionários ($DIFs$) o que motivou interesse renascido no CF . Um aspecto importante do CF é o facto inquestionável de que as DFs revelam propriedades que não são suportadas facilmente pelas derivadas de ordem inteira. Por exemplo, a característica de memória de um modelo de ordem fraccionária parece estar relacionado com a irreversibilidade dos processos físicos, enquanto os modelos de ordem inteira só fornecem descrições bidireccionais no tempo.

Os aspectos fundamentais da teoria do CF podem ser encontrados em [94–96]. No que concerne a aplicações do CF podem ser mencionadas investigações em viscoelasticidade/amortecimento, caos/fractais, biologia, electrónica, processamento de sinal, difusão e propagação de ondas, infiltração, modelação, controlo e irreversibilidade [97–107].

Na secção D.2 é feita uma introdução sucinta ao cálculo fraccionário.

D.2 Introdução ao cálculo fraccionário

Desde a fundação do cálculo fraccionário a generalização do conceito de derivada e integral em ordem não inteira α (α real ou complexo) tem sido sujeita a aproximações distintas (tabela D.1). A partir das definições apresentadas na tabela é possível calcular as $DIFs$ de várias funções. Algumas funções elementares encontram-se na

tabela D.2.

Tabela D.1. Definições de derivadas e integrais fraccionários

Liouville	$(I_c^\alpha \varphi)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{-\infty}^x \frac{\varphi(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt,$	$-\infty < x < +\infty$
	$(D_c^\alpha f)(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dx} \int_{-\infty}^x \frac{f(t)}{(x-t)^\alpha} dt,$	$-\infty < x < +\infty$
Riemann-	$(I_{a+}^\alpha \varphi)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x \frac{\varphi(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt,$	$a < x$
Liouville	$(D_{a+}^\alpha f)(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dx} \int_a^x \frac{f(t)}{(x-t)^\alpha} dt,$	$a < x$
Hadamard	$(I_+^\alpha \varphi)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x \frac{\varphi(t)}{t[\ln(t/x)]^{1-\alpha}} dt,$	$x > 0, a > 0$
	$(D_{a+}^\alpha f)(x) = \frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)} \int_a^x \frac{f(x)-f(t)}{t[\ln(x/t)]^{1+\alpha}} dt$	
Grünwald-	$(I_{a+}^\alpha \varphi)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \lim_{h \rightarrow +0} \left[h^\alpha \sum_{j=0}^{(x-a)/h} \frac{\Gamma(\alpha+j)}{\Gamma(j+1)} \varphi(x-jh) \right]$	
Letnikov	$(D_{a+}^\alpha f)(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(k+1)(\alpha-k+1)} x(t-kh) \right]$	
Chen	$(I_c^\alpha \varphi)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_c^x \varphi(t)(x-t)^{\alpha-1} dt,$	$x > c$
	$(D_c^\alpha f)(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dx} \int_c^x f(t)(x-t)^{-\alpha} dt,$	$x > c$
Marchaud	$(D_+^\alpha \varphi)(x) = \frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)} \int_{-\infty}^x \frac{f(x)-f(t)}{(x-t)^{1+\alpha}} dt$	
Fourier	$\mathcal{F}\{I_\pm^\alpha \varphi\} = \frac{\mathcal{F}\{\varphi\}}{(\pm j\omega)^\alpha},$	$0 < \Re(\alpha) < 1$
	$\mathcal{F}\{D_\pm^\alpha \varphi\} = (\pm j\omega)^\alpha \mathcal{F}\{\varphi\},$	$\Re(\alpha) \geq 0$
Laplace	$\mathcal{L}\{I_{0+}^\alpha \varphi\} = \frac{\mathcal{L}\{\varphi\}}{s^\alpha},$	$\Re(\alpha) > 0$
	$\mathcal{L}\{D_{0+}^\alpha \varphi\} = s^\alpha \mathcal{L}\{\varphi\},$	$\Re(\alpha) \geq 0$

Apesar de existirem várias definições alternativas de DIFs que, na realidade, são equivalentes, existem algumas definições que se adequam mais na resolução de certo tipo de problemas. Por exemplo, a definição de Laplace/Fourier de uma derivada de ordem fraccionária $\alpha \in \mathbb{C}$ do sinal $x(t)$, $D^\alpha[x(t)]$ é uma generalização

Tabela D.2. DIFs de algumas funções elementares

$\varphi(x), x \in \mathbb{R}$	$(I_+^\alpha \varphi)(x), x \in \mathbb{R}, \alpha \in \mathbb{C}$
$(x - a)^{\beta-1}$	$\frac{\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}(x - a)^{\alpha+\beta-1}, \quad \Re(\beta) > 0$
$e^{\lambda x}$	$\lambda^{-\alpha} e^{\lambda x}, \quad \lambda^{-\alpha} e^{\lambda x} > 0, \Re(\lambda) > 0$
$\sin(\lambda x)$	$\lambda^{-\alpha} \sin(\lambda x - 0,5\alpha\pi), \quad \lambda > 0, \Re(\alpha) > 1$
$\cos(\lambda x)$	$\lambda^{-\alpha} \cos(\lambda x - 0,5\alpha\pi), \quad \lambda > 0, \Re(\alpha) > 1$
$e^{\lambda x} \sin(\gamma x)$	$\frac{e^{\lambda x}}{\lambda^2 + \gamma^2} \sin(\gamma x - \alpha\phi), \quad \phi = \arctan(\gamma/\lambda), \gamma > 0, \Re(\lambda) > 1$
$e^{\lambda x} \cos(\gamma x)$	$\frac{e^{\lambda x}}{\lambda^2 + \gamma^2} \cos(\gamma x - \alpha\phi), \quad \phi = \arctan(\gamma/\lambda), \gamma > 0, \Re(\lambda) > 1$

“directa” da expressão clássica de ordem inteira (D.1) sendo a transformada do sinal multiplicada pelo operador s/jw .

$$\mathcal{L}\{D^\alpha[x(t)]\} = s^\alpha X(s) \tag{D.1}$$

Assim, no âmbito da teoria do controlo automático significa que a análise dos métodos baseados na frequência têm uma adaptação imediata. Se se considerar o sistema de controlo representado na figura D.1, com $1 < \alpha < 2$, então o diagrama de Bode em malha aberta (figura D.2) apresenta um declive de -20α dB/dec e uma fase, constante, de $-\alpha\pi/2$ rad. Consequentemente, o sistema em malha fechada tem uma margem de fase constante de $\pi(1 - \alpha/2)$ rad que é independente do ganho do sistema. Esta importante propriedade também se pode observar através do lugar das raízes ilustrado na figura D.3.

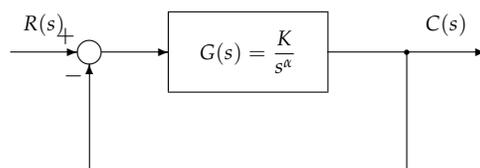


Figura D.1. Diagrama de blocos

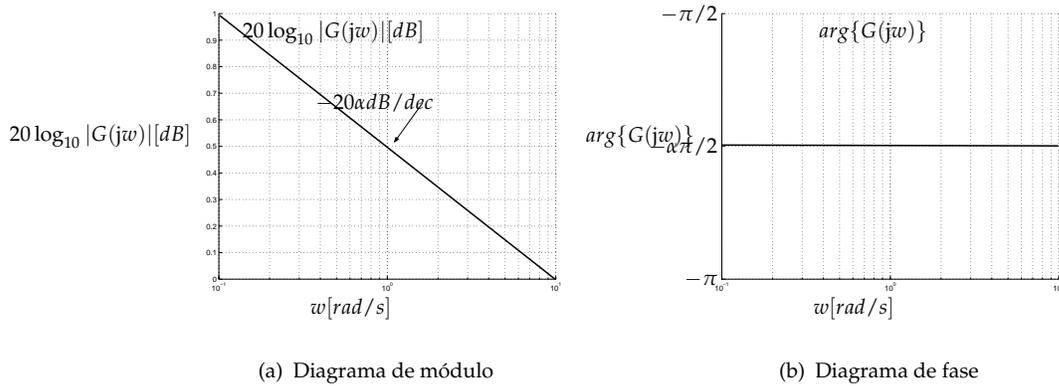


Figura D.2. Diagrama de Bode em malha aberta do sistema de ordem fraccionária ilustrado na figura D.1, com $1 < \alpha < 2$

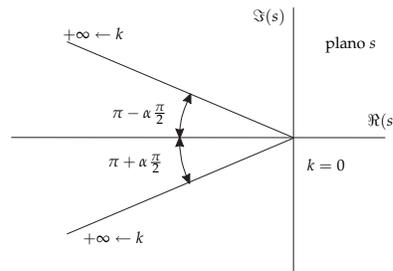


Figura D.3. Lugar das raízes para o sistema de controlo ilustrado na figura D.1, com $1 < \alpha < 2$

Por exemplo, quando $1 < \alpha < 2$ o lugar das raízes segue a relação $\pi - \alpha\pi/2 = \arccos(\zeta)$, onde ζ é o coeficiente de amortecimento, que é independente do ganho K do sistema. A implementação de *DIFs* baseado na definição de Laplace/Fourier adopta o domínio da frequência e requer um número infinito de pólos e zeros obedecendo a uma relação recursiva. Por exemplo, consider-se o circuito implementado na figura D.4. A partir da figura pode ver que:

$$I = \sum_{i=0}^n I_i \tag{D.2a}$$

$$R_{i+1} = \frac{R_i}{e} \tag{D.2b}$$

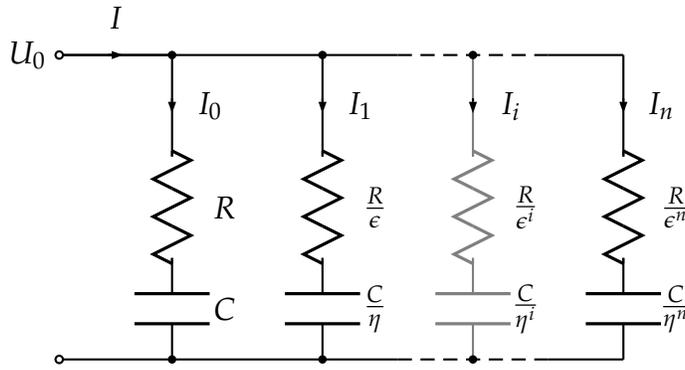


Figura D.4. Circuito eléctrico recursivo com elementos resistivos e capacitivos, $1 < i < n$

$$C_{i+1} = \frac{C_i}{\eta} \quad (\text{D.2c})$$

onde ϵ e η são factores de escala, I_i é a corrente resultante da tensão aplicada e R_i e C_i são, respectivamente os elementos resistivos e capacitivos do ramo i . A admitância $Y(j\omega)$ é dado por:

$$Y(j\omega) = \frac{I(j\omega)}{V(j\omega)} = \sum_{i=0}^n \frac{j\omega C \epsilon^i}{j\omega CR + (\eta\epsilon)^i} \quad (\text{D.3})$$

A figura D.5 ilustra o diagrama assíntótico de Bode de $Y(j\omega)$. As frequências dos pólos e zeros (w_i e w'_i) obedecem à relação recursiva:

$$\frac{w'_{i+1}}{w'_i} = \frac{w_{i+1}}{w_i} = \epsilon\eta; \quad \frac{w_i}{w'_i} = \epsilon; \quad \frac{w'_{i+1}}{w_i} = \eta$$

A partir da amplitude ou da fase do diagrama de Bode, a inclinação média m' pode ser determinada através da expressão:

$$m' = \frac{\log \epsilon}{\log \epsilon + \log \eta} \quad (\text{D.4})$$

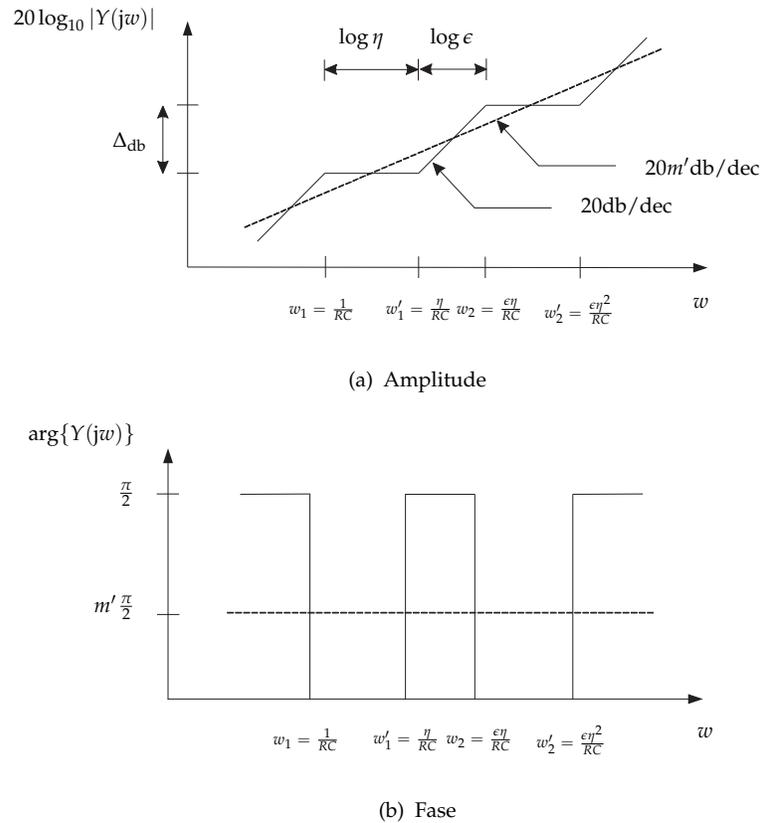


Figura D.5. Diagrama de Bode do circuito eléctrico recursivo

Todavia, esta aproximação tem algumas desvantagens. De facto, numa aproximação real, o número finitos de pólos e zeros introduz uma ondulação na resposta em frequência encontra-se limitada a uma certa faixa de frequências. Por outro lado, a conversão para tempo discreto requer um número adicional de cálculos e as aproximações tornam-se difíceis de analisar. Além disso, o método é restringido aos casos onde a resposta em frequência é bem conhecida pelo que ocorrem circunstâncias onde é frequente surgirem problemas na sua implementação.

Uma aproximação alternativa, baseada no conceito de diferencial fraccionário consiste na definição de Grünwald-Letnikov dada pela equação (D.5):

$$D^\alpha [x(t)] = \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\Gamma(k + 1)(\alpha - k + 1)} x(t - kh) \right] \quad (D.5)$$

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{z-1} dt, \Re(z) > 0 \quad (\text{D.6})$$

onde Γ é a função gama de Euler (D.6), que generaliza o conceito de factorial para valores não-inteiros e valores complexos, e h é o incremento no tempo. Uma propriedade importante revelada pela equação (D.5) é que, enquanto que uma derivada de ordem inteira implica uma série (ou seja, com um número infinito de termos), a derivada de ordem fraccionária requer uma série de termos infinitos. Isto significa que as derivadas inteiras são operadores “locais” em oposição com as derivadas fraccionais que têm, implicitamente, uma memória de todos os eventos passados.

Esta fórmula inspira um algoritmo para o cálculo de DIFs em tempo discreto [108], baseado na aproximação do incremento do tempo h através do tempo de amostragem T , levando a equação no domínio dos tempos (D.7) onde $X(z) = \mathcal{Z}\{x(t)\}$.

$$\mathcal{Z}\{D^\alpha[x(t)]\} \approx \left[\frac{1}{T^\alpha} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \Gamma(\alpha + 1)}{k! \Gamma(\alpha - k + 1)} z^{-k} \right] X(z) = \left(\frac{1 - z^{-1}}{T} \right)^\alpha X(z) \quad (\text{D.7})$$

Uma implementação real da equação (D.7) corresponde a truncar a série no termo n resultando a equação (D.8).

$$\mathcal{Z}\{D^\alpha[x(t)]\} \approx \left[\frac{1}{T^\alpha} \sum_{i=0}^n \frac{(-1)^k \Gamma(\alpha + 1)}{k! \Gamma(\alpha - k + 1)} z^{-k} \right] X(z) \quad (\text{D.8})$$

Consequentemente, para obter uma boa aproximação, deve usar-se um valor elevado para n e um valor de amostragem, T , pequeno.

Referências

- [1] Ishida, T.: Force control in coordination of two arms. Proceedings of Int. Conf. on Intelligent Engineering Systems **1** (1997) 717–722
- [2] Whitney, D.: Historical perspective and state of the art in robot force control. In: Proceedings of The Int. Conf. on Robotics Research. (1987) 3–14
- [3] Zhu, W.H., Schutter, J.: Experiment with two industrial robots manipulators rigidly holding an egg. In: Proceedings of Int. Conf. on Robotics and Automation, Leuven, Belgium. (1998) 1534–1539
- [4] Sato, Y., Kimura, H., Kenchi, K.: Task analysis based on observing hands and objects by vision. Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems **1** (2002) 1208–1213
- [5] Wen Hong Zue, J.S.: Virtual decomposition based motion/force control of two coordinated industrial manipulators kuka361 and kuka160. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics Automation **1** (2002) 315–321
- [6] Venkataraman, S.T., Iberall, T.: Dextrous Robot Hands. Springer-Verlag (1990)
- [7] Tarn, T.J., Bejczy, A.K.: Analysis of the dynamic ability of two robot arms in object handling. The Int. Journal of Robotics Research **10** (1996) 301–315

- [8] Bayle, B., Fourquet, J.Y., Renaud, M.: Manipulability of wheeled mobile manipulators : Application to motion generation. *Int. Journal of Robotics Systems* **22** (2003) 565–581
- [9] Chiu, S.L.: Task compability of manipulator postures. *The Int. Journal of Robotics Research* **7** (1988) 13–21
- [10] Ivanescu, M., Stoian, V.: A control system for cooperating tentacle robots. In: *Proceedings of Conf. on Robotics and Automation, Leuven, Belgium.* (1998) 1540–1545
- [11] Kosuge, K.: Handling of an object exceeding load capacity of manipulator using virtual unactuated joints. *Proceedings of the IEEE International Conference on Advanced Robotics* **1** (2001) 627–632
- [12] Ferreira, N.M.F.: Simulação dinâmica e controlo de robots industriais. Master’s thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (1999)
- [13] Tenreiro Machado, J.A., Martins de Carvalho, J.L.: A statistical approach to the analysis and design of robot manipulators. In: *Proceedings of The Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems, Tokyo-Japan.* (1988) 100–106
- [14] Galhano, A.M.S.: Uma Abordagem Estatística À Modelização de Manipuladores Robóticos. PhD thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (1992)
- [15] Tenreiro Machado, J.A., Galhano, A., Fonseca Ferreira, N.M., Boaventura Cunha, J.: Statistical modelling of dual - arm robotic systems. In: *International Conference on Electrical Engineering, CEE05, ISEC, Coimbra.* (2005) 112–118
- [16] Nakamura, Y., Nagai, K., Yoshikawa, T.: Dynamics and stability in coordination of multiple robotic mechanisms. *Int. Journal of Robotics Research* **8** (1989) 44–61
- [17] Naniwa, T., Arimoto, S., Wada, K.: Learning and adaptative controls for coordination of multiple manipulators with out knowing physical parameters of

- an object. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation **1** (1997) 1496–1502
- [18] Angeles, A.R., Vega, V.P.: Adaptive control with impedance of cooperative multi-robot system. In: Proceedings of Conf. on Robotics and Automation, Leuven-Belgium. (1998) 1522–1530
- [19] Raibert, M.H., Craig, J.: Hybrid position/force control of manipulators. ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control **2** (1981) 126–133
- [20] Hayati, S.: Hybrid position/force control of multi-arm cooperating robots. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation **1** (1986) 82–89
- [21] Uchiyama, M., Dauchez, P.: Symmetric kinematic formulation and non-master/slave coordinated control of two-arm robots. Advanced Robotics **7** (1993) 361–383
- [22] Hogan, N.: Impedance control: An approach to manipulation, part i-theory, ii-implementation and iii-applications. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control **107** (1985) 1–24
- [23] Chan, S.P., Yao, B., Gao, W.B., Cheng, M.: Robust impedance control of robot manipulators. Int. Journal of Robotics and Automation **4** (1991) 220–227
- [24] Surdiovic, D., Kirchof, J.: A new position based force/impedance control for industrial robots. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation **1** (1996) 629–634
- [25] Caccavale, F., Villani, L.: Impedance control of cooperative manipulators. Machine Intelligence and Robotic Control **2** (2000) 51–57
- [26] Tsumugiwa, T., Yokogawa, R., Hara, K.: Variable impedance control with regard to working process for man-machine cooperation work system. Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems **1** (2001) 1564–1569

- [27] Campos, F., Baptista, L., da Costa, J.S.: On the impedance parameter selection for robot force control. *Proceedings of ICAR, Coimbra* **2** (2003) 1202–1207
- [28] Kousuge, K., Hashimoto, S., Yoshida, H.: Human-robots collaboration system for flexible object handling. In: *Proceedings of Int. Conf. on Robotics and Automation, Leuven, Belgium*. (1998) 1841–1846
- [29] Schneider, S., Cannon, R.: Object impedance control for cooperative manipulation: theory and experimental results. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **1** (1992) 383–394
- [30] Azenha, A., Tenreiro Machado, J.A.: Variable structure control of systems with non linear friction and dynamic backlash. *13th IFAC World Congress, San Francisco, California, USA* **E** (1996) 515–520
- [31] Azenha, A., Tenreiro Machado, J.A.: Limit cycle prediction of robot systems with nonlinear phenomena in the joints. *Proc. of the 27th Int. Symp. Industrial Robots, Milan* **1** (1996) 100–106
- [32] Walker, I., Freeman, R., Marcus, S.: Analysis of motion and internal loading of objects grasped by multiple cooperating manipulators. *International Journal of Robotics Research* **10** (1991) 396–409
- [33] Zhang, J., Ferch, M.: Rapid on-line learning of compliant motion for two-arm coordination. In: *Proceedings of Int. Conf. on Robotics and Automation, Leuven, Belgium*. (1998) 1853–1858
- [34] Timo, R., Tema, M.: Control of cooperative manipulators with passive joints. *Proceedings of 15th IFAC World C. Automatic Control* **1** (2002) 108–113
- [35] Sun., D., Mills, J.: Adaptive synchronize control for coordinaton of two robot manipulators. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation* **1** (2002) 976–980
- [36] Derragui, N., Kadri, M., Bouzovia: Generalized cooperative impedance control of dual arm for assembly task. *Proceedings of ICAR, Coimbra* **2** (2003) 1196–1201

REFERÊNCIAS

- [37] Roach, J.W., Boaz, M.N.: Coordinating the motions of robot arms in a common workspace. *IEEE Journal of Robotics of Automation* **3** (1987) 100–106
- [38] Tenreiro Machado, J.A.: *Gestão dos Recursos Estruturais no Controlo de Robôs Manipuladores*. PhD thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (1988)
- [39] Tenreiro Machado, J.A., Alexandra M. S. F. Galhano: Evaluation of manipulator direct dynamics using customized runge-kutta methods. *Journal Systems Analysis, Modelling, Simulation* **17** (1995) 229–239
- [40] Siciliano, B., Villani, L.: A position/force regulator for robot manipulators without velocity measurements. In: *Proceedings of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Minneapolis, USA.* (1996) 2567–2572
- [41] Robert, J.A., Spong, M.W.: Hybrid impedance control of robotics manipulators. *IEEE Journal of Robotics and Automation* **4** (1988) 549–556
- [42] Tenreiro Machado, J.A.: Analysis and design of fractional-order digital control systems. *Journal Systems Analysis, Modelling, Simulation* **27** (1997) 107–122
- [43] Duarte, F.B., Tenreiro Machado, J.A.: Chaos dynamics in the trajectory control of redundant manipulators. In: *Proceedings of IEEE Int. Conference on Robotics and Automation, San Francisco, USA.* (2000) 1038–1044
- [44] Tenreiro Machado, J.A.: Implementing discrete-time fractional-order controllers. *Journal of Advanced Computational Intelligence* **5** (2001) 279–285
- [45] Valerio, D., da Costa, J.S.: Optimization of non integer order control parameters for a robotic arm. In: *Proceedings of ICAR 03, Coimbra.* (2003) 345–351
- [46] Tenreiro Machado, J.A., Barbosa, R.S., Jesus, I., Duarte, F., N. M. Fonseca Ferreira, A.G.: Sistemas fraccionários. In: *Proceedings of 8CLEEE, 8º Congresso Luso-Espanhol de Engenharia Electrotécnica, Vilamoura-Portugal.* (2003) 7–12

- [47] Tenreiro Machado, J.A., Barbosa, R., Silva, M., Figueiredo, L., Fernando Duarte, Fonseca Ferreira, N.: Application of fractional calculus in motion control systems. *Revista Robótica, Portugal* **4** (2004) 100–107
- [48] Tsai, Y.C., Soni, A.: Accessible region and synthesis of robot arms. *ASME J. Mech. Design* **103** (1981) 803–811
- [49] Yoshikawa, T.: Manipulability of robotic mechanisms. *Int. Journal of Robotics Research* **4** (1985) 3–9
- [50] Yoshikawa, T.: *Foundations of Robotics: Analysis and Control*. MIT Press, Massachusetts (1988)
- [51] Yoshikawa, T.: Analysis and design of articulated robot arms from the viewpoint of dynamic manipulability. *Int. Journal of Robotics Research* **4** (1986) 273–279
- [52] Wen, J.T., Wilfinger, L.S.: Kinematic manipulability of general constrained rigid multibody systems. In: *Proceedings of Int. Conf. on Robotics and Automation, Leuven, Belgium*. (1998) 1020–1025
- [53] Galhano, A.M., Tenreiro Machado, J.A.: The statistical study of robot manipulators. In: *Proceedings of IEEE Int. Symp. on Intelligent Control, Philadelphia, Pennsylvania, USA*. (1999) 100–106
- [54] Tenreiro Machado, J.A., Alexandra M. S. F. Galhano: A statistical perspective to the fourier analysis of mechanical manipulators. *Journal Systems Analysis, Modelling, Simulation* **33** (1997) 373–384
- [55] Chien, Y.P.S., Xue, Q.L., Chen, Y.: C- subspace model of tightly coordinated two-planar robots. *Int. Journal of Robotics and Automation* **8** (1989) 500–507
- [56] Lee, S.: Redundant arm configuration optimization with task oriented dual arm manipulability. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **5** (1989) 78–97

- [57] Chiacchio, P., Chiaverini, S., Siciliano, B.: Direct and inverse kinematics for coordinated motion tasks of two-manipulators systems. *ASME Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control* **118** (1996) 691–697
- [58] Cao, B., Dodds, G.I., Irwin, G.W.: An approach to time optimal, smooth and collision-free path planning in a two robot arm environment. *Int. Journal of Robotics and Automation* **14** (1996) 61–70
- [59] Chiacchio, P., Chiaverini, S., Siciliano, B.: Global task space manipulability for multiple arm systems. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **7** (1991) 678–685
- [60] Bicchi, A., Prattichizzo, D.: Manipulability of cooperating robots with passive joints. In: *Proceedings of Conf. on Robotics and Automation, Leuven-Belgium.* (1998) 1038–1044
- [61] Fonseca Ferreira, N.M., Tenreiro Machado, J.A.: Manipulability analysis of two-arm robotic systems. In: *Proceedings of INES'2000-4th IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems, Portoroz, Eslovénia.* (2000) 100–106
- [62] Fonseca Ferreira, N.M., Tenreiro Machado, J.A.: Kinematic manipulability of robotic systems. In: *Proceedings of ICONE2000, Intelligent Control on Network, Brasil.* (2000) 100–106
- [63] Fonseca Ferreira, N.M., Tenreiro Machado, J.A.: Manipulation analysis of two cooperating arms. In: *Proceedings of ICAR 2001, 10th International Conference on Advanced Robotics, ICAR2001, Budapest-Hungary.* (2001) 100–106
- [64] Fisher, W.D., Mujtaba, M.S.: Sufficient stability condition for hybrid position/force control. In: *Proceedings of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Nice, France.* (1992) 1336–1341
- [65] Park, F.C., Kim, J.W.: Manipulability and singularity analysis of multiple robot systems: A geometric approach. In: *Proceedings of Int. Conf. on Robotics and Automation, Leuven, Belgium.* (1998) 1032–1037

- [66] Fonseca Ferreira, N.M., Tenreiro Machado, J.A., Boaventura Cunha, J.: Analysis of two arms working in cooperation. *Intelligent Systems at the Service of Mankind* **2** (2005) 117–128
- [67] Yoshikawa, T.: Manipulability of robotic mechanisms. *Automation Research Laboratory Kyoto University, Uji, Kyoto 611, Japan* **4** (1987) 100–106
- [68] Azenha, A., Tenreiro Machado, J.A.: Stability analysis in variable structure position/force hybrid control of manipulators. *Proc. of. the IEEE Int. Conf. on Intelligent Engineering Systems, Hungary* **1** (1997) 327–332
- [69] Fernandes, S., Baptista, L., da Costa, J.S.: Contour tracking based on force sensing with an industrial puma robot. *Proceedings of ICAR, Coimbra* **2** (2003) 1217–1222
- [70] Mason, M.T.: Compliance, force control for computer controlled manipulators. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* **1** (1981) 418–432
- [71] Angeles, R., Nijmeijer, A.: Coordination of two robot manipulators base on position measurements only. *International Journal of Control* **74** (2001) 1311–1323
- [72] Fonseca Ferreira, N.M., Tenreiro Machado, J.A., Boaventura Cunha, J.: Fractional-order position/force robot control. In: *Proceedings of First IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications FDA'04, Bordeaux-France.* (2004) 100–106
- [73] Fonseca Ferreira, N.M., Tenreiro Machado, J.A.: Roblib: An educational program for robotics. In: *Proceedings SYROCO'00- IFAC Symposium on Robot Control, Viena.* (2000) 100–106
- [74] Fonseca Ferreira, N.M., Tenreiro Machado, J.A.: Roblib: An educational program for analysis of robots. In: *Proceedings of Control 2000, 4th Portuguese Conference on Automatic Control, Guimarães Portugal.* (2000) 100–106
- [75] Fonseca Ferreira, N.M., Barbosa, R., Tenreiro Machado, J.A.: Fractional-order position/force control of mechanical manipulators. In: *Proceedings of CIFA*

REFERÊNCIAS

- 2002, Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Nantes-France. (2002) 100–106
- [76] Fonseca Ferreira, N.M., Tenreiro Machado, J.A.: Fractional-order hybrid control of robotic manipulators. In: Proceedings of 11th International Conference on Advanced Robotics 2003, ICAR2003, Coimbra-Portugal. (2003) 100–106
- [77] Fonseca Ferreira, N.M., Tenreiro Machado, J.A., Cunha, J.B.: Impact phenomena in the fractional-order position/force robot control. In: Proceedings of Controlo 2004, 8th Portuguese Conference on Automatic Control. (2004) 100–106
- [78] Fonseca Ferreira, N.M., Tenreiro Machado, J.A., Boaventura Cunha, J.: Fractional-order position/force robot control. *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, Fuji Technology Press **9** (2005) 379–386
- [79] Azenha, A., Tenreiro Machado, J.A.: Variable structure control of robots with nonlinear friction and backlash at the joints. *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Mineapolis, Minnesota **1** (1996) 366–371
- [80] Tenreiro Machado, J.A.: Variable structure control of manipulators with joints having flexibility and backlash. *Journal Systems Analysis, Modelling, Simulation* **23** (1996) 93–101
- [81] Ekalo, Y., Vukobratovic, M.: Robust and adaptive position/force stabilization of robotic manipulators in contact tasks. *Int. Journal of Robotics Research* **11** (1993) 373–386
- [82] Barbosa, R.S., Tenreiro Machado, J.A.: Describing function analysis of systems with impacts and backlash. *NonLinear Dynamic*, Kluwer Academic Publisher **29** (2002) 235–250
- [83] Tenreiro Machado, J.A., Azenha, A.: Position/force control of mechanical manipulators. In: Proceedings of The 5th Int. Workshop on Advanced Motion Control, Coimbra-Portugal. (1998) 100–106

- [84] Tenreiro Machado, J.A.: Variable controlo de estrutura variável de manipuladores com folgas e flexibilidade nos eixos. In: Proceedings of the 4^a Jornadas Luso-Espanholas de Engenharia Electrotécnica, Porto. (1995) 100–106
- [85] Tenreiro Machado, J.A.: Variable structure control manipulators with joints having flexibility and backlash. In: Proceedings of the ICAR'95 the 7th International Conference on Advanced Robotics, Spain. (1995) 100–106
- [86] Azenha, A., Tenreiro Machado, J.A.: Control of robots with nonlinear friction and backlash in the joints. Proc. of. the 2nd Portuguese Conference on Automatic Control, Porto, Portugal **1** (1996) 236–242
- [87] Sun, D., Milles, J.K.: Adaptative learning control of robotic systems with model uncertainties. In: Proceedings of Int. Conf. on Robotics and Automation, Leuven, Belgium. (1998) 1847–1852
- [88] Fonseca Ferreira, N.M., Tenreiro Machado, J.A.: Fractional-order position/force control of two cooperating manipulators. In: Proceedings of International Conference on Computational Cybernetics, ICC2003, Siófok-Hungary. (2003) 100–106
- [89] Erickson, D., Weber, M., Sharf, I.: Contact stiffness and damping estimation for robotic systems. Int. Journal of Robotics Research **22** (2003) 41–57
- [90] Tenreiro Machado, J.A., Galhano, A.M.S.F.: A statistical perspective to the fourier analysis of mechanical manipulators. Journal Systems Analysis-Modelling-Simulation **33** (1998) 373–384
- [91] Asada, H.: A geometrical representation of manipulator dynamics and its application to arm design. ASME J. Dynamic Syst., Meas., Contr. **105** (1983) 131–142
- [92] Craig, J.: Introduction to Robotics Mechanics and Control. Addison-Wesley Publishing Company (1989)
- [93] Fu, K.S., Gonzalez, R.C.: Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligence. McGraw Hill International Editions (1987)

REFERÊNCIAS

- [94] Ross, B.: Fractional Calculus and its Applications, Lecture Notes in Mathematics 457. Springer-Verlag (1974)
- [95] Oldham, K.B., Spanier, J.: The Fractional Calculus: Theory and Application of Differentiation and Integration to Arbitrary Order. Academic Press (1974)
- [96] Samko, S.G., Kilbas, A.A., Marichev, O.I.: Fractional Integrals and Derivatives: Theory and Applications. Gordon and Breach Science Publishers (1993)
- [97] Gement, A.: On fractional differentials. Proc. Philosophical Magazine **25** (1938) 540–549
- [98] Oustaloup, A.: La Dérivation Non Entier: Théorie, Synthèse et Applications. Editions Hermes (1995)
- [99] Tenreiro Machado, J.A.: Analysis and design of fractional-order digital control systems. Journal System Analysis-Modelling-Simulation **27** (1997) 107–122
- [100] Tenreiro Machado, J.A.: System modeling and control through fractional-order algorithms. FCAA – J. of Fractional Calculus & Ap. Analysis **4** (2001) 47–66
- [101] Podlubny, I.: Fractional Differential Equations. Academic Press, San Diego (1999)
- [102] Vinagre, B.M., Petras, I., Podlubny, I., Chen, Y.Q.: Using fractional order adjustment rules and fractional order reference models in model-reference adaptive control. Nonlinear Dynamics **1-4** (2002) 269–279
- [103] Torvik, P.J., Bagley, R.L.: On the appearance of the fractional derivative in the behaviour of real materials. ASME Journal of Applied Mechanics **51** (1984) 294–298
- [104] Agrawal, O.P.: Solution for a fractional diffusion-wave equation in a bounded domain. Nonlinear Dynamics **29** (2002) 145–155
- [105] Westerlund, S.: Dead Matter Has Memory! *Causal Consulting*. Kalmar, Sweden (2002)

- [106] Anastasio, T.J.: The fractional-order dynamics of brainstem vestibulo-oculomotor neurons. *Biological Cybernetics* **72** (1994) 69–74
- [107] Chen, Y., Moore, K.L.: Discretization schemes for fractional-order differentiators and integrators. *IEEE Trans. on Circuits and Systems* **49** (2002) 363–367
- [108] Tenreiro Machado, J.A.: Analysis and design of fractional order digital control systems. *Journal Systems Analysis-Modelling-Simulation* **27** (1997) 107–122